ANALISI 2

Gi 30/4/15

Esercizi

1. $\lim_{n\to\infty} \int_{\mathbb{R}} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^n dx = 0$.

2. In quali intervalli di $\mathbb{R}$ è sommabile $\sum_{n\geq 0}^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^n$? E $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^n$? E $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^n$?

3. $\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} nx}{1+(n-x)^2}\, dx = \frac{\pi^2}{4}$.

4. $\lim_{n\to\infty} \int_0^{\infty} \sqrt[n]{n+x^2}\, e^{-\frac{nx}{n+1}}\, dx = 1$

5. Per quali intervalli I di $\mathbb{R}$ $\exists \lim_{n\to\infty} \int_I (x^2-x)^n dx$? Per quali intervalli è finito?

Risposta a 2: (a) in ogni $[a,b] \not\ni 0$; (b) in ogni $[a,b] \not\ni 0$; (c) in ogni intervallo (anche illimitato) non contenente 0.

Risposta a 5: (a) il limite esiste sempre; (b) è 0 se $[a,b] \subseteq \left[\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$, è $+\infty$ altrimenti.