

## ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO

**Esercizio 1.** Si consideri la matrice  $A_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $n \geq 1$ , definita da

$$A_n = \begin{bmatrix} 1 & & & & 1 \\ -1 & 1 & & & 1 \\ -1 & -1 & 1 & & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Si dimostri che  $A_n$  ammette fattorizzazione LU  $\forall n \geq 1$ .
2. Si determinino i fattori triangolari della fattorizzazione LU di  $A_n$ .
3. Scrivere una funzione Matlab<sup>®</sup> che dato in input  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 1$ , e  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$  risolve il sistema  $A_n \mathbf{x} = \mathbf{b}$  mediante il calcolo della fattorizzazione triangolare e la risoluzione dei sistemi triangolari associati.
4. Si determini il costo computazionale della procedura.
5. Si confronti l'accuratezza della procedura con il metodo implementato in Matlab<sup>®</sup> mediante l'operatore backslash.