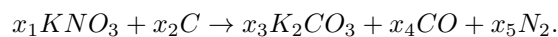


ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO

Esercizio 1. Si consideri la reazione chimica



Le equazioni di bilancio forniscono il seguente sistema lineare omogeneo per la determinazione dei valori incogniti x_1, \dots, x_5 :

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

Sia $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ la matrice dei coefficienti del sistema.

1. Si dimostri che $B = A^T A$ risulta semidefinita positiva.
2. Si dimostri che $B + \alpha I_5$ è definita positiva $\forall \alpha > 0$.
3. Si dimostri che se $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ e $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ allora $(B + \alpha I_5)\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x}$.
4. Si descriva un'approccio basato sul metodo delle potenze inverse per l'approssimazione del vettore \mathbf{x} .
5. Si implementi il metodo delle potenze inverse applicato alla matrice $B + I_5$ per l'approssimazione del vettore \mathbf{x} .
6. Si discutano approcci alternativi per la risoluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ basati sulle tecniche di fattorizzazione LU.