

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2015/2016 – Appello 10/01/2017

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1 Sia $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 1$, generata dal comando Matlab[®]

`B=(a^2 +1)*eye(n) + a*gallery('tridiag', n,-1,0,-1);`

con a parametro reale, dove il comando

`gallery('tridiag', n,d,b,c)`

costruisce una matrice tridiagonale di ordine n con elementi sottodiagonali, diagonali e sopradiagonali uguali rispettivamente a d, b e c .

1. Si dimostri che per $|a| \neq 1$ la matrice B è invertibile.
2. Si dimostri che per $|a| \neq 1$ il metodo di Jacobi applicato a B è convergente.
3. Per $|a| \neq 1$ determinare un numero $k = k(a)$ di iterazioni del metodo di Jacobi applicato per la risoluzione del sistema lineare $B\mathbf{x} = \mathbf{b}$ sufficienti a garantire

$$\frac{\|\mathbf{e}_k\|_\infty}{\|\mathbf{e}_0\|_\infty} \leq 2^{-32}.$$

4. Scrivere una funzione Matlab che dati in input $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ implementa il metodo di Jacobi per la risoluzione del sistema lineare $B\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con punto iniziale $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ arrestandosi quando $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\|_\infty \leq 2^{-32}$ o $k \geq n$. L'implementazione non deve richiedere memorizzazioni e/o inversioni di matrici e deve avere costo computazionale lineare per iterazione.
5. Per $n = 128$, $a = 1/10, 1, 10$ e $\mathbf{b} = \mathbf{ones}(n, 1)$ riportare il numero di iterazioni eseguite dal metodo.