

CALCOLO NUMERICO  
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica  
A.A. 2015/2016 – Correzione 20/02/2017

---

NOME

COGNOME

MATRICOLA

---

**Esercizio 1**

1.  $\mathbf{x} = (I - \tau A)\mathbf{x} + \tau \mathbf{b} \iff \mathbf{x} = \mathbf{x} - \tau A\mathbf{x} + \tau \mathbf{b} \iff \tau A\mathbf{x} = \tau \mathbf{b} \iff A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ .
2. La matrice di iterazione  $P = I - \tau A$  ha autovalori  $\lambda = 1 - \tau \lambda_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , con  $\lambda_i$  autovalori di  $A$ . La condizione segue imponendo  $|\lambda| < 1$  o equivalentemente

$$\begin{cases} 1 - \tau \lambda_i > -1 \\ 1 - \tau \lambda_i < 1, \end{cases} \quad i = 1, \dots, n.$$

3. Dal teorema di Gerschgorin segue  $\lambda_{max} \leq 4$ .
4. `function[x,kind]=ing_20_02_2017(n,tau,b,tol)`

```
err=norm(b,inf);
y=b; x=zeros(n,1);kind=0;
while(err>=tol)
    y=x+tau*y;
    x=y;
    %compute y=A*x
    y(1)=3*x(1)-0.5*x(2);
    for k=2:n-1
        y(k)=3*x(k)-0.5*(x(k-1)+x(k+1));
    end
    y(n)=3*x(n)-0.5*x(n-1);
    y=b-y;
    err=norm(y,inf);
    kind=kind+1;
end
```

5.  $7n + O(1)$  operazioni aritmetiche per iterazione.
6. Si ottiene  $\tau = 1/32, k = 286$ ;  $\tau = 1/8, k = 65$ ;  $\tau = 1/2, k = 17768$ .