

I - LA TEMPERATURA

Il concetto di temperatura è intuitivo e associato alle sensazioni di "caldo" e "freddo". Perché il concetto di temperatura diventi, però, un concetto finitamente ben definito è necessario individuare una opportuna procedura che permetta di definire la temperatura  $T$  di un corpo in modo oggettivo e riproducibile.

In primo luogo osserviamo che vengono alcune regole generali. In particolare se due corpi inizialmente a temperature diverse vengono posti in contatto (contatto termico) si osserva sempre che il corpo più caldo si raffredda mentre quello più freddo si riscalda finché i corpi raggiungono ~~una~~ stessa temperatura. Questa situazione viene detta di EQUILIBRIO TERMICO. Se  $T_1 < T_2$  sono le temperature dei due corpi iniziali, all'equilibrio i corpi formeranno la stessa temperatura  $T_q$  ( $T_1 < T_q < T_2$ ) intermedia fra le temperature iniziali. Come vedremo meglio nel seguito, durante questi processi, il corpo più caldo ha ceduto una certa puntita di calore Q al corpo più freddo.

II - I TERMOMETRI

Per poter definire in modo oggettivo la temperatura  $T$  di un corpo dobbiamo stabilire una opportuna procedura di misura, cioè utilizzare uno strumento di misura delle temperature. Un tale strumento viene detto TERMOMETRO. Tutti i termometri sfruttano le variazioni di qualche proprietà finita dei corpi con la temperatura. Praticamente qualsunque grandezza fisica che caratterino un corpo dipende dalla temperatura e, quindi, possono essere utilizzate per la sua misura. I principali tipi di termometri sfruttano: 1) la variazione di volume di un solido o un liquido con la temperatura, 2) la variazione di volume (o di tensione) di un gas 3) la variazione delle resistività elettrica di un conduttore elettrico ecc....

A) Termometri a mercurio: la Temperatura CELSIUS.

Il termometro più comune (ma non il più preciso)

è il termometro a mercurio. Esso sfrutta il fatto che un liquido come il mercurio varia il suo volume al variare delle temperature. In particolare, il mercurio aumenta il volume all'aumentare della temperatura. La variazione di volume con la temperatura è piuttosto piccola. Per aumentare la sensibilità dello strumento si pone il mercurio in un sottile capillare di vetro (tubo cilindrico sottile) che termina in un bulbo di vetro come mostrato schematicamente in figura. Il volume interno al bulbo è molto maggiore del volume interno al capillare. Supponiamo che ad una temperatura  $T_1$  il mercurio raggiunga una data altezza  $h_1$  nel capillare. Se la temperatura viene aumentata, il volume occupato dal mercurio aumenta di una quantità  $\Delta V$ . Dunque, se  $R$  è il raggio interno del capillare, il mercurio salire fino ad una nuova altezza  $h_2$  tale che

$$\pi R^2(h_2 - h_1) = \Delta V \quad (1)$$

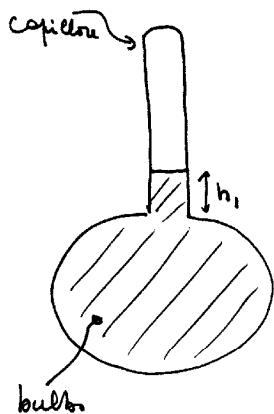


figura 1

Se facciamo l'ipotesi che  $\Delta V$  sia proporzionale alla variazione di temperatura  $\Delta T$  allora lo spostamento  $\Delta h = h_2 - h_1$  è direttamente proporzionale alla variazione di temperatura. Per ottenere a definire un valore ben determinato della temperatura è necessario definire opportunamente una unità di misura.

Una unità di misura di temperatura molto usata è (SCALA CELSIUS) il grado centigrado che si indica con il simbolo  $^{\circ}\text{C}$ . Esso viene definito

nel seguente modo:

1) Si definisce temperatura  $T=0^{\circ}\text{C}$  la temperatura di equilibrio del ghiaccio in acque a pressione atmosferica o, in altre parole, la temperatura alle quale avviene la fusione del ghiaccio.

2) Si definisce temperatura  $T=100^{\circ}\text{C}$  quella di equilibrio fra acque e vapore a pressione ambiente o,

in altre parole, la temperatura di ebollizione dell'acqua XXV ② a piena atmosfera.

Se  $h_1$  è l'altezza della colonna di mercurio a  $T=0^\circ\text{C}$  e  $h_2$  quella a  $T=100^\circ\text{C}$  e se facciamo l'ipotesi che l'altezza  $h$  del mercurio varii linearmente con la temperatura, allora deve valere la relazione:

$$h_2 - h_1 : 100^\circ\text{C} = h - h_1 : T$$

$$\text{cioè} \quad T = \frac{h - h_1}{h_2 - h_1} \times 100^\circ\text{C}$$

Bisogna, delle misure dello spostamento  $h-h_1$  della colonna di mercurio del livello  $h_1$  corrispondente a  $0^\circ\text{C}$  si ottiene una misura quantitativa delle temperature. In particolare, uno spostamento del mercurio pari a  $\frac{1}{100}$  dell'intervalle  $h_2 - h_1$ , corrisponde ad una variazione di temperatura  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ .

Se s'ipotisi fatta ( $\Delta V$  proporzionale a  $\Delta T$ ) fare steupe solide, ~~termometri~~ termometri costituiti da liquidi diversi dovrebbero fornire le stesse temperature. Cioè accade solo approssimativamente e piccole differenze possono essere osservate quando si utilizzano liquidi diversi. Ne deduciamo che la relazione  $\Delta V \propto \Delta T$  è ~~soltanto~~ solo in modo approssimato per i liquidi.

### B) Termometri a gas e scale di Kelvin

Lo studio dettagliato delle proprietà dei gas ha permesso di costruire termometri a gas che offrono molti vantaggi rispetto a quelli a liquido. I principali sono: 1) la misura della temperatura non dipende in modo apprezzabile dal tipo di gas usato  
2) la misura di temperatura può essere effettuata in un intervallo molto esteso di temperature (un termometro a mercurio, ad esempio, non può essere usato a temperature inferiori al punto di congelamento che è  $-39^\circ\text{C}$ ).

- le proprietà del gas che fanno esse utili sono:  
 a) la variazione della pressione con la temperatura  
 b) la variazione del volume del gas con la temperatura.

Consideriamo, ad esempio, il termometro a gas a volume costante. In questo termometro, il gas è contenuto in un recipiente di volume costante e la sua pressione viene misurata con un manometro. Se la pressione del gas è sufficientemente piccola, la temperatura misurata non dipende dal tipo di gas. Supponiamo di avere un tale gas e di aver misurato la sua pressione a  $T_1 = 0^\circ\text{C}$  e  $T_2 = 100^\circ\text{C}$  (mettendo il gas in contatto con ghiaccio+acqua o acqua+vapore). Se facciamo l'ipotesi che la pressione sia una funzione lineare della temperatura, allora, se  $p$  è la pressione misurata alla temperatura incognita  $T$ , avremo la relazione

$$T = \frac{P - P_1}{P_2 - P_1} \times 100^\circ\text{C} \quad (2)$$

dunque, la temperatura  $T$  in gradi Celsius sarà immediatamente determinata se sono noti i valori di calibrazione  $P_1 = p(0^\circ\text{C})$  e  $P_2 = p(100^\circ\text{C})$  e se viene misurata la pressione  $p$ .

Usando gas diversi, cambiando i valori di  $P_1$  e  $P_2$  e  $p$  ma il valore di  $T$  resta lo stesso (entro gli errori sperimentali). Questo è vero solo se i gas sono sufficientemente rarefatti.

Una proprietà molto importante che si ottiene dalla (2) è che, qualunque sia il gas utilizzato (purché la sua pressione sia sufficientemente piccola) la retta  $p(T)$  che si ottiene riportando in un grafico i valori di  $p$  e di  $T$  per un dato gas intersecca l'asse delle temperature (sempre ad uno stesso valore della temperatura pari a  $T^* = -273.15^\circ\text{C}$ ). Ciò significa che la pressione di un gas perfetto a volume costante varia secondo la legge

$$p = \alpha (T_c - T^*) = \alpha (T_c + 273.15^\circ\text{C}) \quad (3)$$

dove  $T_c$  è la temperatura misurata in gradi Celsius.

e  $\alpha$  è una costante di proporzionalità che dipende dal tipo di gas (vedi figura) xxv (3)

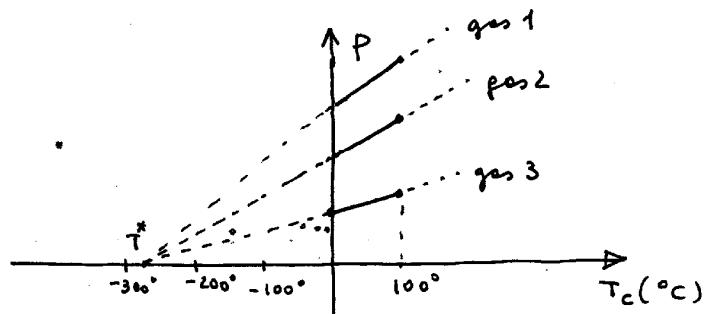


figura 2.

Questa proprietà fondamentale dei gas ha suggerito di utilizzare una nuova scala di temperature detta SCALA KELVIN o SCALA ASSOLUTA. L'unità di questa scala è il GRADO KELVIN (K) il cui valore è uguale al grado centigrado ( $1\text{ K} = 1^\circ\text{C}$ ). In questa scala i punti di riferimento sono solo più il punto di fusione del ghiaccio e il punto di ebollizione dell'acqua il cui valore dipendono dalle pressioni atmosferiche misurate, rispettivamente, la temperatura  $T^* = -273.15^\circ\text{C}$  e la temperatura  $T_f$  in corrispondenza delle quali si ha la coesistenza in equilibrio del ghiaccio, dell'acqua e del vapore d'acqua. Queste situazioni si verifica solamente se le temperature e le pressioni del sistema (acqua, ghiaccio, vapore) assumono i valori  $T_f = 0.01^\circ\text{C}$  e  $p = 4.58 \text{ mm d'mercurio}$ .

Dunque, se  $T_c$  è la temperatura di un corpo espanso in gradi centigradi, allora la sua temperatura in gradi Kelvin è

$$T = T_c + 273.15 \quad (4)$$

Una legge fondamentale della termodinamica ottenuta dopo una lunga serie di osservazioni sperimentali è che la temperatura  $T = 0\text{ K} = -273.15^\circ\text{C}$  è la minima temperatura possibile e non può mai essere raggiunta con nessuna situazione finita. Questa temperatura viene detta lo **ZERO ASSOLUTO**.

In questo secolo sono state messe a punto complesse tecnologie che riescono a raffreddare un corpo fino a raggiungere valori di temperatura estremamente vicini allo 0 assoluto. Il valore più piccolo oggi raggiunto è intorno a  $10^{-6}$  K.

Negli Stati Uniti, e in altri paesi, al posto delle scale centigrade viene utilizzata una diversa scala di temperatura la SCALA FAHRENHEIT. Questa scala ha sia uno 0 diverso da quello celsius che un diverso valore del grado. Infatti, un grado Fahrenheit ( $1^\circ F$ ) corrisponde a  $\frac{9}{5}$  di un grado celsius, mentre la temperatura di fusione del ghiaccio è posta uguale a  $32^\circ F$ . Dunque, la temperatura in gradi Fahrenheit  $T_F$  è legata a quella Celsius  $T_C$  dalle relazioni:

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32^\circ F \quad (5)$$

Ne conseguono che la temperatura di ebollizione dell'acqua in gradi Fahrenheit è

$$T_F = \left( \frac{9}{5} \cdot 100 + 32 \right) ^\circ F = 212^\circ F \quad (6)$$

Esercizio: lo studente trovi a quanti gradi Fahrenheit corrisponde la temperatura di fusione del mercurio  $T_f = -39^\circ C$  e a quanti gradi Kelvin.

III - DILATAZIONE TERMICA DI SOLIDI E LIQUIDI

XXXV ④

I corpi solidi o liquidi normalmente ad aumentare il proprio volume all'aumentare delle temperature. All'insino, in effetti, visto come queste proprietà puo essere sfruttata per le misure delle temperature.

Consideriamo, ad esempio, un cubetto di materiale solido di lato  $L_0$  a temperatura  $T_0$ . Sperimentalmente si osserva che, se la temperatura viene varia di una piccola quantità  $\Delta T$  allora anche la lunghezza del cubo varia di una quantità  $\Delta L$  che è proporzionale alla lunghezza iniziale  $L_0$  e alle variazioni di temperatura  $\Delta T$ , cioè

$$\Delta L = \bar{\alpha} L_0 \Delta T \quad (7)$$

dove  $\bar{\alpha}$  è un coefficiente di proporzionalità che viene detto coefficiente proporzionale di dilatazione lineare. Dalla (7) si deduce che  $\alpha$  ha le dimensioni dell'incubo di una temperatura cioè si misura in  $(^{\circ}\text{C})^{-1}$  o  $\text{K}^{-1}$ . La relazione (7) è tanto più accurata quanto più  $\Delta T$  è piccolo e diventa praticamente eretta nel limite  $\Delta T \rightarrow 0$ . Dunque, se  $L(T)$  è la lunghezza del corpo in funzione delle temperature, definiremo coefficiente di dilatazione lineare alle temperature  $T$  il coefficiente:

$$\alpha = \frac{1}{L_0} \frac{dL}{dT} \quad (8)$$

Se la lunghezza del cubetto di materiale varia con la temperatura secondo la legge (7), significa che anche il suo volume cambia. Infatti, il volume iniziale è  $V_0 = L_0^3$  mentre quello finale è  $V = (L_0 + \Delta L)^3$  cioè  $V = L_0^3 + 3L_0^2 \Delta L + 3L_0 \Delta L^2 + \Delta L^3$ . D'altra parte,  $\Delta L$  è, normalmente, estremamente più piccolo di  $L_0$ , dunque  $\Delta L^3 \ll 3L_0 \Delta L^2 \ll 3L_0^2 \Delta L$ . Ciò significa che i contributi in  $\Delta L^3$  e  $\Delta L^2$  nell'espressione di  $V$  sono trascurabili e

$$V \approx L_0^3 + 3L_0^2 \Delta L$$

XXIV 4

Dunque, la variazione relativa del volume dovuta alla variazione di temperatura  $\Delta T$  è

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{L_0^3 + 3L_0^2 \Delta L - L_0^3}{L_0^3} \approx 3 \frac{\Delta L}{L_0}$$

ma, allora, dalla (7) si deduce

$$\frac{\Delta V}{V_0} = 3 \bar{\alpha} \Delta T$$

cioè la variazione di volume  $\Delta V$  è proporzionale alla variazione di temperatura e al volume iniziale con un coefficiente di proporzionalità  $\bar{\alpha}_v = 3 \bar{\alpha}$  che viene detto coefficiente medio di dilatazione volumetrica

$$\Delta V = \bar{\alpha}_v V_0 \Delta T \doteq 3 \bar{\alpha} V_0 \Delta T \quad (9)$$

Come nel caso precedente, poniamo definire il coefficiente di dilatazione volumetrica alla temperatura  $T$  come

$$\alpha_v = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} = 3 \bar{\alpha}$$

dove  $V = V(T)$  è il volume in funzione della temperatura.

In figura 3 è rappresentato un grafico dell'andamento di  $V(T)$ .

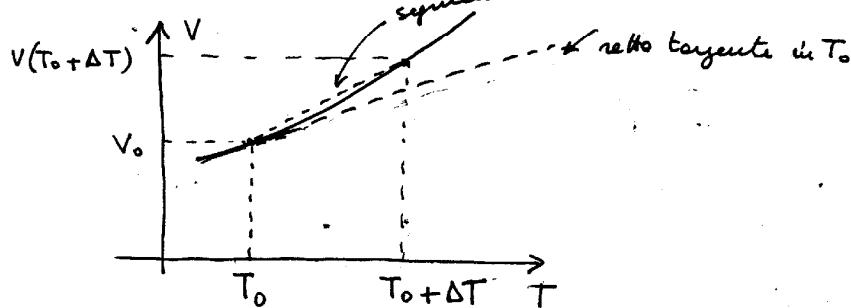


figura 3

$(\bar{\alpha}_v V_0)$  nell'intervallo di temperature  $T_0, T_0 + \Delta T$  corrisponde alla pendenza del segmento congiungente i punti  $(T_0, V_0)$  e  $(T_0 + \Delta T, V(T_0 + \Delta T))$ , mentre  $(\alpha_v V)$  corrisponde alla pendenza della retta tangente in  $T = T_0$ .

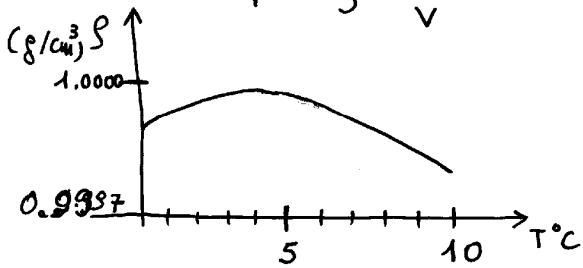
Le sostanze maggioranze dei materiali ha un coefficiente XXV (5) di dilatazione termica (volumetrico o lineare) positivo. Ciò significa

- che il volume di un corpo tende normalmente ad aumentare all'aumentare della temperatura ( $\frac{\Delta V}{V_0} = \alpha \Delta T$  è maggiore di zero se  $\Delta T > 0$ ). Questo comportamento può essere facilmente compreso se si tiene conto del fatto che, come vedremo fra poco, la temperatura  $T$  assoluta di un corpo è direttamente proporzionale all'energia cinetica media delle sue molecole. Consideriamo, ad esempio, un solido cristallino. In tale materiale le molecole sono disposte in modo regolare l'una vicina all'altra su un RETICOLO ORDINATO. In particolare, secondo le meccaniche classiche, alla temperatura di 0 gradi Kelvin, le molecole sono ferme con i loro centri di massa che occupano posizioni repulsive su un reticolo. Se  $l$  è la distanza fra ~~tra~~ i centri di massa di due molecole vicine, allora lo spazio a disposizione di ciascuna molecola a  $T=0$  K è  $V = l^3$ . All'aumentare della temperatura, le molecole esplorano una energia cinetica media che cresce all'aumentare di  $T$ . Ciò significa che i centri di gravità delle molecole non restano più fermi nelle posizioni originarie di equilibrio stabile, ma oscillano. Se le forze fra le molecole fossero di tipo elastico, cioè dipendesse in modo proporzionale dallo spostamento delle molecole rispetto alle posizioni di equilibrio ( $F_x = -K(x-x_0)$ ), le molecole oscillerebbero in modo circolare e, quindi, la loro distanza relativa varierebbe fra un valore minimo  $l - \Delta l$  ed un massimo  $l + \Delta l$ . In tali condizioni, il volume medio a disposizione di ciascuna molecola resterebbe  $V = l^3$  e, quindi, non si avrebbe nemmeno dilatazione. In realtà, le interazioni fra le molecole sono non-lineari, cioè  $F_x \neq -K(x-x_0)$ . Ciò fa sì che le forze necessarie per allontanare due molecole di un dato quantitativo è minore (di modulo) di quella necessaria per avvicinare delle stesse quantità. Ne consegue che, per  $T > 0$  K, le molecole oscillano fra un valore minimo  $l - \Delta l_{\min}$  ed

un valore massimo  $\ell + \Delta_{\max}$  con  $\Delta_{\max} > \Delta_{\min}$ . XXV (5')

Dunque, la distanza media fra le due molecole è maggiore di  $\ell$  e cresce all'aumentare di  $T$ , cioè  $\alpha > 0$ .

Esiste, però, un caso particolarmente importante in cui  $\alpha$  non è positivo. Questo è il caso dell'acqua che mostra un comportamento del tutto inusuale. Fra 0 e  $4^{\circ}\text{C}$  il volume occupato da una data massa decrese ( $\alpha < 0$ ) all'aumentare di  $T$  e raggiunge un valore minimo a  $T \approx 4^{\circ}\text{C}$  per poi iniziare a crescere per  $T > 4^{\circ}\text{C}$  ( $\alpha > 0$ ). Ciò significa che la densità dell'acqua  $\rho = \frac{M}{V}$  ha il comportamento mostrato in figura:



Si noti che le variazioni sono molto piccole e che, con buona approssimazione si può considerare

$$\rho \approx 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ in tutto l'intervolo di temperatura.}$$

Si osservi che i coefficienti di dilatazione dei corpi dipendono notevolmente dal loro stato di aggregazione: stato solido, liquido e gasoso. Normalmente i coefficienti dei solidi sono dell'ordine di  $10^{-5} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$ , quelli dei liquidi dell'ordine di  $10^{-4} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$ , quelli dei gas dell'ordine di  $10^{-3} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$  e anche meno.

Per formarsi un'idea dei coefficienti di dilatazione tipici dei materiali di uso comune, si consiglia lo studente di guardare le relative tabelle nel libro di testo.

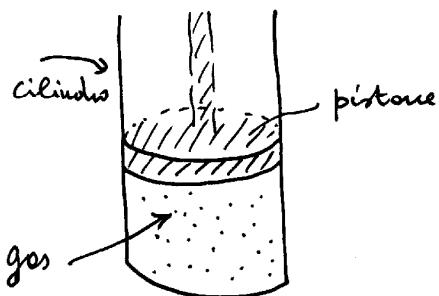
La dilatazione termica dei corpi è un'importante fattore che va sempre tenuto presente per molte attività pratiche e per evitare spiccioli inconvenienti.

Ad esempio, quando si costruisce un ponte, si deve fare molte attenzioni a lasciare spazi liberi fra le diverse sezioni di ponte. In tal modo, le dilatazioni dovute ad aumenti di temperatura e le contrazioni dovute a diminuzioni di temperatura non provochino nemmeno danneggiamento di ponte. Per lo stesso motivo, anche i binari delle ferrovie vengono montati lasciando un appena spazio libero fra un binario e il successivo in modo da lasciare una certa libertà di dilatazione ai binari stessi.

### IL COMPORTAMENTO MACROSCOPICO DEI GAS PERFETTI

Si consideri un gas contenuto in un cilindro chiuso alle sommità da un pistone che può scivolare liberamente all'interno del cilindro. In condizioni di equilibrio termico

e meccanico, la temperatura  $T$ , la pressione  $p$  in ogni punto del gas avente volume  $V$ , hanno lo stesso valore. Dunque, lo STATO di equilibrio del gas è individuato univocamente dai tre parametri  $p, V$  e  $T$ . In generale, si trova sperimentalmente che, all'equilibrio, i tre parametri  $p, V$  e  $T$  non sono indipendenti ma devono soddisfare una relazione matematica del tipo:



$$f(p, V, T) = 0 \quad (10)$$

che viene detta "EQUAZIONE DI STATO DEL GAS". Dalla (10) si deduce che lo STATO di EQUILIBRIO di un gas è individuato da due soli parametri ( $p$  e  $V$  oppure  $p$  e  $T$  oppure  $V$  e  $T$ ). Infatti, se, ad esempio, sono noti  $p$  e  $V$ , allora la temperatura  $T$  può essere calcolata direttamente utilizzando la (10).

Se il gas è sufficientemente rarefatto, l'equazione di stato diventa estremamente semplice ed è data dalla "EQUAZIONE DI STATO DEI GAS PERFETTI" in eq(11)

$$pV = nRT$$

(11)

XXIV ⑥

dove  $T$  è la temperatura espressa in KELVIN (!!!) e  
dove  $n$  è il numero di moli di un gas. Ricordiamo che una MOLE  
è una quantità di gas contenente un numero di Avogadro di molecole:  
 $N_A = 6.023 \times 10^{23}$  Molecole.

Le masse di una mole è uguale al peso moleare che tipicamente viene espresso in grammi. Ricordiamo che, ad esempio, l'idrogeno, che è costituito da una molecola biamericica ( $H_2$ ), ha peso moleolare  $M_H \approx 2$  g, mentre l'ossigeno ( $O_2$ ) ha peso moleare  $M_O \approx 32$  g. Ciò significa che se  $M$  è la massa di un dato gas e  $M$  il peso moleare delle corrispondenti molecole, allora

$$n = \frac{m}{M}$$

$R$  in eq.(11) è una costante universale cioè una costante valida per qualunque tipo di gas il cui valore è

$$R = 8.31 \frac{J}{\text{mole K}} \quad (12)$$

$R$  viene detta comunemente costante universale dei gas. L'equazione di stato (11) può anche essere scritta in una forma equivalente in termini del numero totale di molecole  $N$  presenti nel gas. Infatti,  $n = \frac{N}{N_A}$  e l'equazione (11) diventa

$$pV = N k_B T \quad (13)$$

dove allora è definita una nuova costante

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \quad (14)$$

detta COSTANTE DI BOLTZMANN.

L'equazione di stato (eq.(11)) stabilisce una relazione (per una data quantità di gas ( $n$  = finita)) fra i tre parametri termodinamici  $V$ ,  $p$  e  $T$  quando il gas si trova in condizioni di equilibrio. Dunque, se due di questi parametri vengono finiti, allora il terzo parametro dove deve essere all'equilibrio il valore che risolve la (11). Dunque per descrivere lo stato di equilibrio di un gas è sufficiente conoscere due parametri ( $V$  e  $T$ ,  $V$  e  $p$ ,  $p$  e  $T$ ).

Ad esempio, un modo per rappresentare lo stato di equilibrio di un gas può essere quello di riportare i valori di  $p$  e  $V$  in un grafico come mostrato in figura 5 (diagramma  $p$ - $V$ )

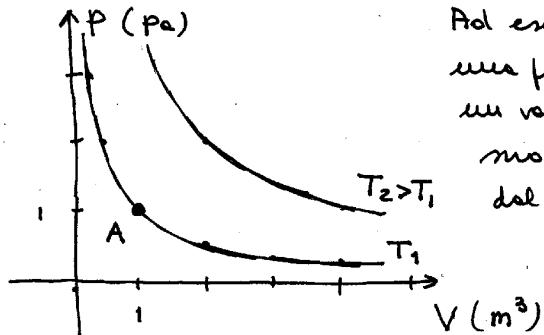


figura 5

Ad esempio, se il gas ha una pressione  $p = 1 \text{ Pa}$  e un volume  $V = 1 \text{ m}^3$ , il suo stato è rappresentato dal punto A in figura.

Se il numero di moli contenute nel gas è  $n$  ed è noto, allora la temperatura  $T_1$

corrispondente allo stato rappresentato dal punto A è data dal valore  $T_1 = \frac{PV}{nR}$  che si ottiene utilizzando l'eq. (II).

Se la pressione del gas viene variata (ad esempio variando la pressione applicata sul pistone in figura 4) ma la temperatura viene mantenuta costante (mettendo il sistema all'interno di un sistema termostatico aperto), allora il volume deve variare in modo che  $V = \frac{nRT_1}{P}$ . Dunque, poiché  $nRT_1$  = costante, il volume varia  $P$  in modo inversamente proporzionale alla pressione. Dunque, la curva  $pV$  che corrisponde a stati del gas alla stessa temperatura è una iperbole (curve continue in figura 5) detta anche CURVA ISOTERMA. In figura 5 sono rappresentate due diverse iperbole corrispondenti alle temperature  $T_1$  e  $T_2$  con  $T_2 > T_1$  per uno stesso gas.

E' importante ricordare che la rappresentazione dello stato di un gas con un punto in un diagramma  $p$ - $V$  o, equivalentemente in un diagramma  $p$ - $T$  o  $V$ - $T$ , è possibile solamente se il gas <sup>può</sup> si trova in una situazione di equilibrio termico. E solo in queste condizioni, infatti, che i parametri  $p$  e  $T$  per il gas sono univocamente

Ad esempio, un modo per rappresentare lo stato di equilibrio di un gas può essere quello di riportare i valori di  $p$  e  $V$  in un grafico come mostrato in figura 5 (diagramma  $p$ - $V$ )

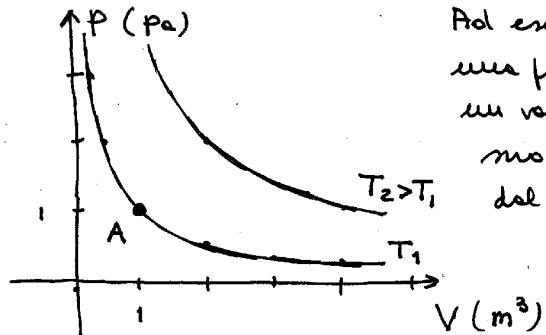


figura 5

Ad esempio, se il gas ha una pressione  $p = 1 \text{ Pa}$  e un volume  $V = 1 \text{ m}^3$ , il suo stato è rappresentato dal punto A in figura.

Se il numero di moli contenute nel gas è  $n$  ed è noto, allora la temperatura  $T_1$

corrispondente allo stato rappresentato dal punto A è data dal valore  $T_1 = \frac{PV}{nR}$  che si ottiene utilizzando l'eq. (II).

Se la pressione del gas viene varia (ad esempio variando la pressione applicata sul pistone in figura 4) ma la temperatura viene mantenuta costante (mettendo il sistema all'interno di un sistema termostatico appropriato), allora il volume deve variare in modo che  $V = \frac{nRT_1}{P}$ . Dunque, poiché  $nRT_1$  = costante, il volume varia  $P$  in modo inversamente proporzionale alla pressione. Dunque, la curva  $pV$  che corrisponde a stati del gas alla stessa temperatura è una iperbole (curva continua in figura 5) detta anche CURVA ISOTERMA. In figura 5 sono rappresentate due diverse iperbole corrispondenti alle temperature  $T_1$  e  $T_2$  con  $T_2 > T_1$  per uno stesso gas.

E' importante ricordare che la rappresentazione dello stato di un gas con un punto in un diagramma  $p$ - $V$  o, equivalentemente in un diagramma  $p$ - $T$  o  $V$ - $T$ , è possibile solamente se il gas <sup>è</sup> in equilibrio. E solo in queste condizioni, infatti, che i parametri  $p$  e  $T$  per il gas sono univocamente

definiti. Se il sistema, infatti, non è in condizioni di equilibrio termico, punti diversi del gas possono avere temperature diverse e, in tal caso non si può parlare di una data temperatura  $T$  per il gas. Analogamente, come abbiamo visto nella lezione precedente, la pressione  $p$  in un gas è uguale in ogni punto solo se il sistema è in equilibrio meccanico, cioè ogni volumetto di gas è mediamente fermo. Supponiamo, ad esempio, di avere un gas contenuto in un cilindro come in figura 4 e me volte immerso in un termostato a temperatura  $T$ .

Sia  $V_0$  il volume iniziale del gas. In queste condizioni, all'equilibrio il pistone dovrà esercitare sul gas una pressione  $p_0$  tale da soddisfare l'eq.(11). Supponiamo, ora, di applicare improvvisamente una pressione maggiore sul pistone. In tal caso, il pistone si allontana e il volume del gas si ridurrà. Durante questo processo alcune molecole di gas verranno spinte verso il basso e il gas si risciaccherà, perciò, in movimento. Come vedremo nel seguito, anche le temperature nei vari punti del gas tenderà a crescere. Questa situazione è, perciò, di non equilibrio dopo che la pressione del gas potrà essere diversa da punto a punto ed avere un valore diverso da quello dato dalla legge del gas perfetto. Se, però, si aspetta un tempo sufficiente (che dipende dalle caratteristiche del sistema in esame) il movimento interno del gas si risolverà gradualmente fino a cessare completamente e le temperature in ogni suo punto raggiungeranno lo stesso valore  $T$  uguale a quello del termostato in cui il sistema è immerso (equilibrio termico). In queste condizioni, se  $p$  è la pressione esercitata dal pistone, essa dovrà essere uguale a quella del gas (il pistone è in equilibrio) e sarà appunto dato dalla legge (11). Solamente in questa situazione sarà possibile rappresentare lo stato del sistema con un punto nel piano  $p-V$ . Il tempo caratteristico con cui un sistema che si trova fuori dall'equilibrio raggiunge la situazione di equilibrio viene detto TEMPO DI RILASSAMENTO  $\tau$ . Ogni sistema fisico è caratterizzato da un ben preciso tempo di rilassamento.

Per preso appena detto, se si varia la pressione applicata dall'esterno su un gas, il sistema che si trova inizialmente in uno stato di equilibrio individuato, ad esempio, da un punto  $P \equiv (V_0, p_0)$  nel piano  $p-V$ , passa, attraverso una serie di stati di non equilibrio, ad una nuova situazione di equilibrio individuata da un diverso punto  $Q \equiv (V, p)$  che soddisfa ancora l'eq. (11). La trasformazione che porta il sistema da  $P$  a  $Q$  non è rappresentata da una curva continua nel piano  $p-V$  perché gli stati intermedi non hanno pressioni e temperature ben definite. Supponiamo, ora, però, che il sistema si trovi inizialmente in una serie di stati di equilibrio individuati dal punto  $P \equiv (V_0, p_0)$  e che le pressioni applicate sul pistone venga variate in modo estremamente lento dimodoché il sistema raggiunga la pressione finale  $p$  corrispondente al punto  $Q$  in un tempo molto maggiore del suo tempo di rilanciamento  $T$ .

In tal caso, ad ogni istante il gas ha tempo sufficiente per portarsi nella sua configurazione di equilibrio. Ciò significa che, istante per istante, la pressione e la temperatura del gas hanno un valore unico e ben definito e soddisfano la legge dei gas perfetti. Dunque, una trasformazione di questo tipo avviene per fasi di successivi attraverso stati di equilibrio individuati da punti vicini nello spazio  $p-V$ . La trasformazione è, perciò, rappresentabile con una curva continua che collega i punti  $P$  e  $Q$  nel piano  $p-V$ . Una tale trasformazione continua viene detta TRASFORMAZIONE REVERSIBILE perché è sempre possibile tornare indietro ripetendo la trasformazione ponendo per gli stessi stati di equilibrio intermedi

Una trasformazione che avviene, invece, ponendo attraverso struzioni di non equilibrio viene detta IRREVERSIBILE e non può essere rappresentata da una curva continua. Inoltre, non è possibile ritornare al punto di partenza ripassando per le stesse configurazioni presenti in precedenza.

Esercizio : Una bottiglia di volume 0.3 l si trova alla temperatura  $T = 27^\circ\text{C}$  e contiene aria alle pressioni atmosferiche  $p_0 = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ . La temperatura della bottiglia aumenta fino a  $200^\circ\text{C}$ . Quale è la pressione dell'aria all'equilibrio?

Soluzione: Si conosce pressione  $p_0 = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ , volume  $V_0 = 0.3 \text{ l} = 300 \text{ cm}^3 = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$  e temperatura  $T_0 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$  iniziali. Dunque

$$n R = \frac{P_0 V_0}{T_0} = \text{costante}$$

è noto. Alla temperatura  $T$ , il volume è invariato (ritrovare le piccole dilatazioni delle bottiglie) dunque la pressione deve variare in modo che resti costante  $n R$ .

Dunque

$$\frac{P V_0}{T} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \Rightarrow P = P_0 \frac{T}{T_0}$$

essendo  $T = 200 + 273 = 473 \text{ K}$  si trova

$$P = \frac{473}{300} 1.01 \times 10^5 \text{ Pa} = 1.59 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Esercizio - Nel caso precedente, assumendo che il coefficiente di dilatazione lineare medio del vetro della bottiglia sia  $\bar{\alpha} = 9 \times 10^{-6} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$ , si determini la pressione finale e la sua differenza con quella determinata nel caso precedente.

Soluzione: si ripetono i ragionamenti fatti nell'esempio precedente ma, questa volta il volume finale non è uguale a  $V_0$  ma

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 + 3 V_0 \bar{\alpha} \Delta T = V_0 (1 + 3 \bar{\alpha}) \Delta T$$

dove  $\Delta T = T - T_0$  e dove il coefficiente 3 deriva dal fatto che il coefficiente di espansione volumetrica è  $\bar{\alpha}_V = 3 \bar{\alpha}$ .