- IL SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Il primo principio della Termodinamica generalizza il principio di conservazione dell'energia a qualunque sistema fisico. In particolare, secondo tale principio, l'energia totale di un sistema isolato (termicamente e meccanicamente) si conserva sempre. Ad esempio, consideriamo un corpo di massa m che striscia su un piano ruvido partendo con una velocità v_0. Sappiamo che il corpo rallenta fino a fermarsi per effetto della forza d'attrito. Dunque, l'energia meccanica non si conserva. Al contrario, però, l'energia totale del sistema costituito dal corpo più il piano ruvido si conserva sempre. Infatti la forza d'attrito compie un lavoro che si traduce una variazione dell'energia interna del sistema, cioè in una crescita della sua temperatura. Se il sistema è ben isolato termicamente, si può verificare sperimentalmente che l'aumento di energia interna è proprio uguale all'energia cinetica posseduta dal corpo. In definitiva, l'energia totale (energia meccanica + energia interna) si conserva sempre nei sistemi isolati.

La scoperta dell'esistenza di una energia interna di natura termica di tutti i corpi e l'esistenza del primo principio della termodinamica aveva fatto sperare molti ricercatori che fosse possibile costruire delle macchine che fossero in grado di "estrarre" l'energia termica dei corpi per trasformarla interamente in lavoro meccanico. Ad esempio, sulla base del I° principio potremmo pensare di estrarre l'energia termica contenuta nell'oceano per trasformarla interamente in lavoro meccanico. In realtà un grandissimo numero di tentativi effettuati nel 1800 in tal senso hanno avuto sempre un esito negativo ed hanno portato alla scoperta di un II° principio della termodinamica che pone limiti severi ai processi che possono avvenire in natura. In particolare, è stato presto evidente che tutti i processi che avvengono in natura in modo spontaneo sono <u>irreversibili</u> cioè non possono avvenire nel verso opposto. Ad esempio,

1 - se si mettono in contatto due corpi a temperature diverse T_1 e T_2, il calore fluisce sempre dal corpo più caldo a quello più freddo, cioè il corpo più caldo si raffredda sempre mentre quello più freddo si riscalda.

2 - Il corpo che scivola su un piano ruvido viene sempre frenato e la sua energia cinetica si trasforma sempre in un aumento di temperatura del sistema. Non accade mai il processo inverso e cioè una diminuzione della temperatura del sistema ed un aumento dell'energia cinetica del corpo anche se un tale processo sarebbe perfettamente consistente con il I° Principio.

Esistono diverse formulazioni equivalenti del II° PRINCIPIO della Termodinamica. Una di queste, quella qui considerata, si riferisce al comportamento delle <u>macchine termiche</u>. Una macchina termica è un dispositivo che trasforma energia termica in altre forme di energia e, in particolare, energia meccanica. Ad esempio, in una centrale elettrica, viene bruciato carbone (o altri combustibili) in modo da trasformare l'energia chimica inizialmente presente nel combustibile in energia termica che viene utilizzata per vaporizzare una certa quantità di acqua. Il vapore così prodotto viene inviato in una turbina mettendo in rotazione le pale della turbina. Infine l'energia meccanica delle pale viene nuovamente trasformata in energia elettrica.

In generale le macchine termiche operano in <u>modo ciclico</u>: 1) Una data energia termica viene assorbita da una sorgente a temperatura più alta sotto forma di <u>calore assorbito</u> Q_c dalla sorgente calda.

2) La macchina compie un certo lavoro W

3) La macchina <u>cede</u> una certa quantità di calore Q_f alla sorgente fredda in modo da riportarsi nel suo stato iniziale i.

Se lo stato finale f coincide con lo stato iniziale della macchina, allora la macchina ha compiuto un <u>ciclo</u> e la variazione di energia interna della macchina è $\Delta U = 0$. Dunque, per il 1=° principio, il lavoro W fatto dalla macchina è

$$W = Q_c - Q_f \qquad (1)$$

dove Q_f = calore che la macchina <u>cede</u> alla sorgente fredda, mentre Q_c = calore che la macchina <u>assorbe</u> dalla sorgente calda, cioè $Q_c - Q_f$ è il calore totale <u>assorbito</u> dalla macchina. <u>ATTENZIONE</u>: con questa convenzione, $Q_f > 0$ indica che il calore è ceduto alla sorgente fredda e $Q_f < 0$ che esso è assorbito dalla sorgente fredda. L'opposto vale per Q_c.

In via di principio, si potrebbe pensare che fosse sempre possibile una trasformazione in cui $Q_f = 0$ e, quindi, in questo caso l'unico effetto della trasformazione ciclica sarebbe di assorbire calore Q_c da un'unica sorgente e trasformarlo interamente in lavoro. In tal modo si sarebbe ottenuta una trasformazione diretta dell'energia termica della sorgente calda in energia meccanica. Questo è impossibile per il II=° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA che si può enunciare nel seguente modo (è uno dei diversi modi equivalenti):

<u>È IMPOSSIBILE COSTRUIRE UNA MACCHINA TERMICA CHE, OPERANDO SU UN CICLO, ABBIA COME UNICO EFFETTO QUELLO DI ASSORBIRE CALORE DA UNA SORGENTE E CONVERTIRLO INTERAMENTE IN LAVORO.</u>

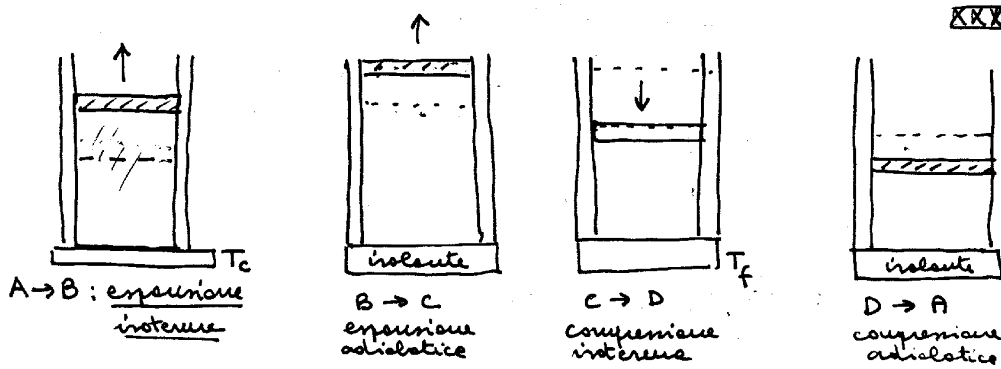
Se ciò fosse possibile, tutta l'energia chimica persa, ad esempio, dalla benzina nella combustione in un motore a scoppio, potrebbe essere convertita interamente in lavoro meccanico. In realtà, come tutti sanno bene, una parte non trascurabile dell'energia si traduce in riscaldamento del motore e del fluido di raffreddamento, cioè in calore ceduto al fluido di raffreddamento (sorgente fredda). Ovviamente, sarebbe auspicabile che questa energia persa fosse la più piccola possibile. Per caratterizzare la "bontà" di una macchina termica, si può, perciò, definire il rendimento η che è definito come il rapporto fra il lavoro W svolto dalla macchina e il calore assorbito Q_c dalla sorgente calda (o dalle sorgenti calde) cioè

$$\eta = \frac{W}{Q_c} = \frac{Q_c - Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c} \qquad (2)$$

un rendimento $\eta = 1$ corrisponderebbe al caso ideale $Q_f = 0$. Il II° PRINCIPIO si può, perciò, enunciare anche dicendo che non è possibile realizzare in natura una macchina termica che abbia un rendimento $\eta = 1$.

2 - IL CICLO DI CARNOT

Nel 1824 Sadi Carnot considerò una macchina ideale che opera in modo ciclico fra due termostati a temperature T_f e T_c ($T_c > T_f$) effettuando un ciclo reversibile detto CICLO DI CARNOT. La macchina è costituita da un cilindro chiuso da un pistone mobile riempito con un gas perfetto. Le pareti laterali del cilindro e il pistone sono costituite da materiale isolante termico. La base del cilindro può essere messa in contatto termico con le sorgenti a temperatura T_c o T_f oppure può essere messa in contatto con una lastra isolante in modo da impedire scambi di calore con l'esterno. In figura 1 sono rappresentate schematicamente le 4 fasi di funzionamento della macchina in un ciclo. In figura 2 è rappresentato il percorso fatto dal sistema nel piano p-V durante il ciclo a partire dallo stato iniziale A per tornare in A.



1=° fase A → B : il cilindro è in contatto con la sorgente a temperatura T_c (sorgente calda) e in equilibrio termico con essa. Esso viene sollevato lentamente (espansione isoterma reversibile)

2=° fase B → C : il cilindro è isolato termicamente e viene sollevato lentamente finché non raggiunge la temperatura T_f. (espansione adiabatica reversibile)

3=° fase C → D : il cilindro viene messo in contatto con la sorgente fredda a temperatura T_f e viene spinto verso il basso lentamente (compressione isoterma reversibile) finché lo stato del sistema non raggiunge il punto D.

4=° fase D → A : Il sistema torna nello stato iniziale con una trasformazione adiabatica reversibile.

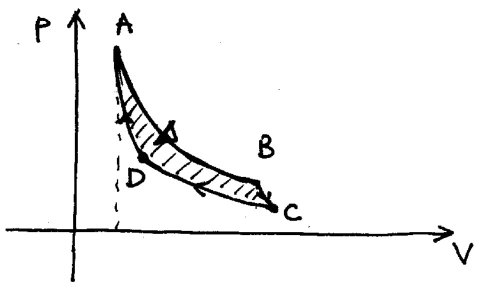


figura 2

Il lavoro compiuto è W pari all'area interna al ciclo ed è dato dalla somma dei lavori effettuati nelle 4 fasi: W_{AB}, W_{BC}, W_{CD} e W_{DA} con W_{AB} e $W_{BC} > 0$ e W_{CD} e $W_{DA} < 0$.
Il calore assorbito dalla sorgente calda durante l'espansione

isoterma è $Q_c = W_{AB} > 0$ ($\Delta U = 0$ in una isoterma), mentre quello ceduto alla sorgente fredda è $Q_f = -W_{CD} > 0$.
Utilizzando le relazioni generali ottenute in precedenza per le trasformazioni isoterme ed adiabatiche si può dimostrare che il rendimento η della macchina di Carnot è

$$\eta = \frac{T_c - T_f}{T_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c} \qquad (3)$$

Dalla (3) si deduce che il rendimento è tanto più grande quanto più sono diverse le temperature assolute delle due sorgenti. Lo studente faccia attenzione a ricordare che T_f e T_c sono temperature assolute.
Un rendimento unitario ($\eta = 1$) sarebbe possibile solo se $T_f = 0K$ ma, poiché ciò non è possibile, si deduce che $\eta < 1$ sempre.

Poiché $\eta = \frac{W}{Q_c} = \frac{Q_c - Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c}$, allora si deduce che in una macchina di Carnot vale l'uguaglianza

$$\frac{Q_f}{Q_c} = \frac{T_f}{T_c} \qquad (4)$$

Si dimostra che il rendimento di Carnot è il <u>MASSIMO</u> rendimento possibile per una macchina che operi fra due termostati a temperature T_f e T_c. In particolare tutte le macchine che operano in modo non reversibile hanno un rendimento inferiore a quello dato nella (3).
Poiché le macchine reali (motore a vapore, a scoppio ....) operano ovviamente in modo <u>non</u> <u>reversibile</u>, cioè in tempi brevi, il loro rendimento è normalmente molto inferiore al rendimento massimo in eq. (3).

ESERCIZIO : Si dimostri la validità della (3) nel caso del CICLO DI CARNOT.

Soluzione: Il rendimento è $\eta = \frac{W}{Q_c}$, dunque dobbiamo calcolare il lavoro totale W fatto dal gas e il calore che il gas assorbe dalla sorgente calda a temperatura T_c.

Il calore Q_c viene assorbito durante l'espansione isoterma da A a B. Per tale espansione $\Delta U = 0 \Rightarrow Q_c = W_{AB}$ dove

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p\,dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_c}{V}\,dV = nRT_c \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$\Rightarrow \quad Q_c = nRT_c \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Il lavoro totale fatto dal gas è $W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$ dove W_{AB}, W_{BC}, W_{CD} e W_{DA} rappresentano i lavori fatti nei vari tratti:

$A \to B$ (isoterma a $T = T_c$) $\Rightarrow W_{AB} = nRT_c \ln \frac{V_B}{V_A}$

$B \to C$ (adiabatica) $\Rightarrow Q = 0 \Rightarrow W_{BC} = -\Delta U = U_B - U_C$

$C \to D$ (isoterma a $T = T_f$) $\Rightarrow W_{CD} = nRT_f \ln \frac{V_D}{V_C}$

$D \to A$ (adiabatica) $\Rightarrow Q = 0 \Rightarrow W_{DA} = -\Delta U = U_D - U_A$

ora i lavori W_{BC} e W_{DA} potrebbero essere calcolati direttamente utilizzando la legge fondamentale dell'adiabatica ($pV^{\beta} = \text{cost}$). Tuttavia, in questo caso, si può evitare il calcolo diretto perché sappiamo che A e B si trovano alla stessa temperatura, cioè $U_A = U_B$ e C e D si trovano alla stessa temperatura, cioè $U_C = U_D$.

Ma allora

$$W_{DA} = U_D - U_A = U_C - U_B = -W_{BC}$$

Dunque, i lavori effettuati nelle due trasformazioni adiabatiche sono esattamente uguali ed opposti

Dunque, il lavoro totale è

$$W = W_{AB} + \cancel{W_{BC}} + W_{CD} + \cancel{W_{DA}} = W_{AB} + W_{CD}$$

cioè, $W = nR\left(T_c \ln\frac{V_B}{V_A} + T_f \ln\frac{V_D}{V_C}\right)$

Il rendimento del ciclo di Carnot è, perciò,

$$\eta = \frac{W}{Q_c} = \frac{T_c \ln\frac{V_B}{V_A} + T_f \ln\frac{V_D}{V_C}}{T_c \ln\frac{V_B}{V_A}} \qquad (4')$$

ora $\ln\frac{V_B}{V_A} = -\ln\frac{V_D}{V_C}$ $\qquad (4'')$

infatti, $\ln\frac{V_B}{V_A} = -\ln\frac{V_D}{V_C} \Rightarrow \ln\frac{V_B}{V_A} + \ln\frac{V_D}{V_C} = 0$

$$\Rightarrow \ln\frac{V_B}{V_A}\frac{V_D}{V_C} = 0 \Rightarrow \frac{V_B}{V_A}\frac{V_D}{V_C} = 1$$

ma i punti B e C e i punti A e D stanno su due adiabatiche e soddisfano, perciò, la relazione (32), cioè

$$\frac{V_B}{V_C} = \left(\frac{T_C}{T_B}\right)^{\gamma/2} \quad e \quad \frac{V_D}{V_A} = \left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{\gamma/2}$$

ma $\underset{\uparrow\ \text{sorgente calda}}{T_A = T_c}$, $T_B = T_c$, $\underset{\uparrow\ \text{punto C}}{T_C = T_f}$, $T_D = T_f$

$$\Rightarrow \frac{V_B}{V_C} = \left(\frac{T_f}{T_c}\right)^{\gamma/2} \ e \ \frac{V_D}{V_A} = \left(\frac{T_c}{T_f}\right)^{\gamma/2} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A}\frac{V_D}{V_C} = \left(\frac{T_f}{T_c}\right)^{\gamma/2}\left(\frac{T_c}{T_f}\right)^{\gamma/2} = 1$$

che è proprio la relazione (4''). Dunque, sostituendo la (4'') nella (4') si trova

$$\eta = \frac{T_c \ln\frac{V_B}{V_A} - T_f \ln\frac{V_B}{V_A}}{T_c \ln\frac{V_B}{V_A}} = \frac{T_c - T_f}{T_c}$$

che coincide con la (3).

POMPE DI CALORE E FRIGORIFERI

Fino ad ora ci siamo interessati al problema di trasformare energia termica in lavoro meccanico. Il ciclo di Carnot rappresenta un buon esempio. In tale ciclo un calore Q_C viene assorbito dalla sorgente calda e viene convertito in parte in lavoro W e in parte viene restituito sotto forma di calore alla sorgente fredda. In definitiva solo il calore $Q_C - Q_f$ viene convertito in lavoro meccanico (vedi schema in figura 2'.) In via di principio, però, è possibile far funzionare il processo in modo inverso. Dall'esterno si fa un lavoro sul sistema W (ad esempio utilizzando un motore). In tal caso, il lavoro fatto dal sistema è negativo e pari a $-W$ e

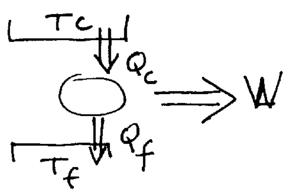
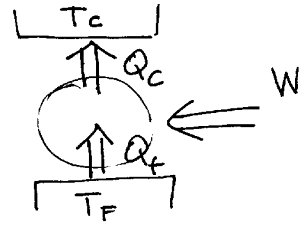


figura 2'

contemporaneamente un calore Q_f viene assorbito dalla sorgente fredda e un calore Q_C viene ceduto alla sorgente calda.

Si noti che, in questo caso, gli stessi simboli W, Q_f, Q_c già utilizzati per descrivere il motore vengono utilizzati con un significato diverso: W è il lavoro fatto dall'esterno sul sistema (e non dal sistema), Q_f è il calore assorbito dalla sorgente fredda (e non ceduto dalla sorgente fredda) e Q_C è il calore ceduto alla sorgente calda (e non quello assorbito dalla sorgente calda).

In tale processo, un lavoro W viene fatto dall'esterno in modo da produrre un trasferimento di calore dalla sorgente fredda verso quella più calda in totale contrasto con quanto avviene spontaneamente in natura. Alla fine di tale processo, la sorgente fredda si sarà ulteriormente raffreddata mentre quella calda si sarà ulteriormente riscaldata. Un processo di questo tipo può essere, quindi, utilizzato sia per riscaldare un ambiente sia per raffreddarlo (condizionatore, frigorifero). Il processo è schematizzato in figura 2''. Paragonando la figura 2'' con la 2' si vede chiaramente il diverso significato dei parametri Q_c, Q_f, W nei due casi.



Il processo appena descritto può essere ottenuto, ad esempio, facendo funzionare la macchina di Carnot in modo inverso, cioè percorrendo il ciclo nell'ordine A D C B A invece che nell'ordine A B C D A. In tal caso, il lavoro compiuto dal gas è negativo e, quindi, il lavoro fatto sul gas è $W > 0$. Analogamente, il calore assorbito dalla sorgente calda è, ora, negativo e quindi, il calore ceduto alla sorgente calda è $Q_C > 0$ analogamente, il calore assorbito dalla sorgente fredda Q_f è ora > 0. Una macchina termica che funzioni in tal modo viene detta POMPA DI CALORE perché essa è in grado di succhiare calore da una sorgente fredda e portarlo ad una sorgente calda a spese di lavoro esterno.

Nel caso di un motore come quello descritto dal ciclo di Carnot, il parametro fondamentale che rappresenta la bontà del motore era il rendimento cioè quale frazione di calore assorbito dalla sorgente calda si riesce a trasformare in lavoro meccanico. Nel caso di una pompa di calore, il parametro che ne definisce la bontà è ovviamente diverso perché adesso quello che si vorrebbe sarebbe di avere il massimo trasferimento di calore con il minimo lavoro. Ad esempio, se vogliamo utilizzare una pompa di calore per riscaldare l'ambiente interno di una stanza (sorgente calda T_C) a spese dell'ambiente esterno (sorgente fredda T_f), quello che ci interessa è ottenere il massimo calore Q_C ceduto alla sorgente calda con il minimo lavoro possibile.
Il parametro che stabilisce la bontà della pompa di calore sarà, quindi, il COEFFICIENTE DI PRESTAZIONE COP

$$COP = \frac{Q_C}{W} \qquad (5)$$

dove Q_C = calore ceduto alla sorgente calda, W = lavoro fatto sul sistema. Più COP è alto e più si riesce a scaldare l'ambiente con poco lavoro.

Nel caso del ciclo di Carnot avevamo dimostrato che il rapporto Q_C/W era pari a

$$\frac{W}{Q_C} = \eta = 1 - \frac{T_f}{T_C} \qquad (6)$$

dove W era il lavoro fatto dal sistema e Q_C è il calore assorbito dalla sorgente calda. Se il ciclo viene percorso in verso opposto, $Q_C \to -Q_C$ e $W \to -W$ e, quindi il rapporto (6) resta inalterato ne consegue che possiamo ancora utilizzare la (6) indicando con Q_c il calore ceduto alla sorgente calda e con W il lavoro fatto sul gas.

$$\Rightarrow \qquad COP = \frac{Q_c}{W} = \frac{T_c}{T_c - T_f} \qquad (7)$$

Si può dimostrare che questo è il MASSIMO COP per una pompa di calore che operi fra due sorgenti a temperature T_c e T_f (questa dimostrazione consegue direttamente dal II° PRINCIPIO della Termodinamica). Si noti che il COP cresce notevolmente al diminuire della differenza di temperatura $T_c - T_f$ fra sorgente calda e sorgente fredda. Questo è l'opposto di quanto avveniva per il rendimento η del motore che, invece, cresce all'aumentare di $T_c - T_c$. Dunque, una pompa di calore funziona bene se la temperatura dell'ambiente che si vuole riscaldare differisce poco da quella esterna mentre funziona sempre peggio se l'ambiente esterno è troppo freddo. In teoria, dalla (7) si deduce che $COP \to \infty$ per $T_c \to T_f$, in realtà le pompe di calore reali non funzionano con cicli ~~reversibili~~ e il loro COP risulta apprezzabilmente più basso di quello previsto dalla (7) (tipicamente $COP < 4$).

Supponiamo di avere una pompa di calore con $COP = 3$. Dalla definizione di COP ($COP = \frac{Q_c}{W}$), ciò significa che, se si fa un lavoro W, si ottiene un riscaldamento dell'ambiente caldo corrispondente ad un calore scambiato Q_c che è 3 volte il lavoro speso. Questo rende le pompe di calore energeticamente convenienti rispetto ad altri sistemi che trasformano direttamente lavoro in energia termica. Consideriamo, ad esempio, il riscaldamento con una stufetta elettrica. In tal caso, un filamento metallico (resistenza) viene collegato ad una sorgente di tensione (la presa) e una corrente elettrica fluisce nel filamento riscaldandolo. In tal caso, l'energia elettrica viene convertita direttamente in calore, cioè il lavoro fatto dalle forze elettriche si trasforma in calore ceduto dalla resistenza calda all'ambiente circostante. (in realtà la resistenza diventa luminosa e, quindi, una parte dell'energia elettrica si converte in energia luminosa che non concorre al riscaldamento della stanza). Dunque in tal caso $Q_c \leq W$, mentre nel caso della pompa di calore $Q_c = COP\, W > W$.

La pompa di calore può essere anche fatta funzionare anche per raffreddare un ambiente (condizionatore d'aria, frigorifero). Infatti, come abbiamo visto, la pompa di calore assorbe calore dalla sorgente fredda T_f e cede calore alla sorgente calda T_c.
Un condizionatore d'aria, in particolare, sottrae calore all'ambiente interno ad una stanza e lo cede all'ambiente esterno più caldo.
Lo stesso avviene per il frigorifero che sottrae calore all'interno del frigorifero per riversarlo all'esterno del frigorifero. In questo caso, il parametro che misura l'efficienza di un frigorifero o di un condizionatore è un diverso coefficiente di prestazione che viene definito come il rapporto fra il calore sottratto alla sorgente fredda Q_f e il lavoro fatto sul sistema cioè

$$COP\,(\text{frigorifero}) = \frac{Q_f}{W}$$

Ricordando che in un ciclo di Carnot vale la (7) e che $\frac{Q_c}{Q_f} = \frac{T_c}{T_f}$, si trova immediatamente (lo studente faccia il calcolo)

$$COP\,(\underset{\text{CARNOT}}{\text{frigorifero}}) = \frac{T_f}{T_c - T_f} \qquad (8)$$

Anche in questo caso, si può dimostrare che questo è il massimo coefficiente di prestazione per una macchina che opera fra due sole temperature T_f e T_c.

Esercizio: In una giornata di estate si pensa di raffreddare una stanza lasciando aperta la porta del frigorifero. Questa operazione porta realmente ad un raffreddamento globale della stanza?

Risposta: Il frigo assorbe un calore Q_f all'interno del frigo e cede il calore Q_c all'esterno. Ma, se la porta frigo è aperta, l'aria interna al frigo si mescola con quella esterna. Ne consegue che, in totale, l'interno e l'esterno del frigo fanno parte dello stesso ambiente. Il calore totale che viene ceduto all'ambiente è, quindi,

$$Q_{tot} = Q_c - Q_f = W$$

dove W è il lavoro fatto sul sistema (fatto dal motore del frigo)

Poiché $W > 0$ si deduce che $Q_{tot} \gg 0$. Dunque, se il frigo viene lasciato aperto, tutto il lavoro fatto dal motore si converte in calore riversato nell'ambiente. Dunque, mediamente l'aria della stanza si riscalda.

Esercizio: Una macchina ha una potenza di uscita $P_u = 5.$ KW e un rendimento η del 25%. La macchina cede 8000 J di energia in ogni ciclo. Trovare a) il calore assorbito in ogni ciclo espresso in calorie
b) il tempo di durata di un ciclo

Soluzione: a) $$\eta = \frac{Q_c - Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c}$$

$\Rightarrow$ se è noto $Q_f = 8000\,J$, allora $Q_c = \dfrac{Q_f}{1-\eta}$

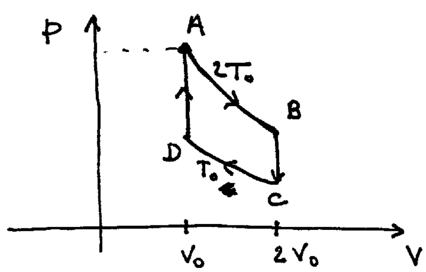
$\eta = 0.25$, $Q_f = 8000\,J$ $\Rightarrow$ $Q_c = \dfrac{8000}{0.75}\,J = 10667\,J$

b) la potenza di uscita è il lavoro per unità di tempo. Dunque, il lavoro fatto in un ciclo di durata Δt è

$$W = P_u \Delta t$$

ma $W = \eta Q_c$ $\Rightarrow$ $\Delta t = \dfrac{\eta Q_c}{P_u} = 0.53$ s

Esercizio: Un ciclo è fatto da due isoterme a temperature $T_c = 2T_0$ e $T_f = T_0$ e due isocore come in figura.
Il gas è un gas perfetto con 1 mole e monoatomico.
a) Si calcoli il calore complessivo assorbito dal gas
b) Si calcoli il rendimento η della macchina



Soluzione: 1) nel cammino AB, U = costante $\Rightarrow$ $Q_{AB} = W$

$$Q_{AB} = W = 2RT_0 \ln 2$$

2) nel cammino B-C ; $W = 0$ $\Rightarrow$ $Q_{BC} = \Delta U = U(T_0) - U(2T_0)$

$$\Rightarrow Q_{BC} = \frac{3}{2} R (T_0 - 2T_0) = -\frac{3}{2} RT_0$$

dunque, in questa fase, il gas cede calore ai termostati.
(Per passare da B a C in modo reversibile è necessario porre il sistema in contatto con termostati diversi con temperature che vanno da $2T_0$ a T_0)

3) Nel cammino $C \to D$, $U = \text{cost} \Rightarrow Q_{CD} = W \Rightarrow$

$$Q_{CD} = RT_0 \ln \frac{1}{2} = - RT_0 \ln 2 < 0$$

dunque, in questa fase il calore viene <u>ceduto</u> dal gas al termostato a temperatura T_0

4) Nel cammino $D \to A$, $V = \text{cost} \Rightarrow W = 0 \Rightarrow Q_{DA} = \Delta U = U_A - U_D$

$$Q_{DA} = U(2T_0) - U(T_0) = - Q_{BC} = \frac{3}{2} R T_0 > 0$$

questo calore è positivo e uguale ed opposto a quello nel percorso BC. Dunque, in questa fase, il sistema restituisce ai termostati con temperature $T_0 < T < 2T_0$ l'energia che aveva prelevato nella fase di passaggio dalla alta temperatura $2T_0$ alla bassa T_0 ($B \to C$)

In definitiva, il calore totale <u>assorbito</u> dal è

$$Q_{tot} = Q_{AB} + \cancel{Q_{BC}} + Q_{CD} + \cancel{Q_{DA}} = 2RT_0 \ln 2 - T_0^R \ln 2 =$$
$$= RT_0 \ln 2 > 0$$

b) Il rendimento η è definito come il lavoro $W = Q_{TOT}$ fatto dal sistema, diviso per il calore assorbito dalle sorgenti calde $Q_{ASS} = Q_{AB} + Q_{DA}$

$W = RT_0 \ln 2$

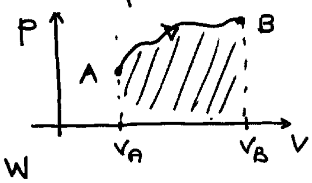
$Q_{ASS} = Q_{AB} + Q_{DA} = 2 RT_0 \ln 2 + \frac{3}{2} RT_0$

$$\Rightarrow \quad \eta = \frac{W}{Q_{ASS}} = \frac{RT_0 \ln 2}{2RT_0 \ln 2 + \frac{3}{2} RT_0} = \frac{2 \ln 2}{4 \ln 2 + 3} = 0.24$$

SOMMARIO

- **LAVORO FATTO DA UN GAS** in una trasformazione dallo stato A a B.

$$W = \int_{V_A}^{V_B} p\,dV$$



Lavoro fatto dall'operatore: $W_{op} = -W$

- **TRASFORMAZIONI REVERSIBILI e IRREVERSIBILI** (esempi)

- **IL PRIMO PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA**

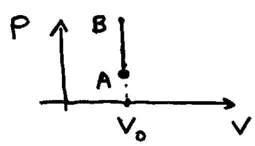
$$Q - W = \Delta U$$

Q = calore che viene **assorbito** dal gas
W = lavoro fatto dal gas
$\Delta U = U_f - U_i$ = variazione di energia interna

- **TRASFORMAZIONI REVERSIBILI IN GAS PERFETTI**

a) **ISOCORA** : $V = \text{costante} = V_0$

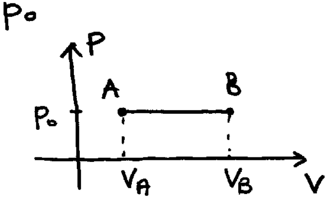
$$\Rightarrow W = \int_A^B p\,dV = 0 \qquad \Rightarrow Q = U_f - U_i = \frac{\gamma}{2} n R (T_B - T_A)$$



b) **ISOBARA** : $p = \text{costante} = p_0$

$$\Rightarrow W = \int_A^B p\,dV = p_0 (V_B - V_A) = nR(T_B - T_A)$$

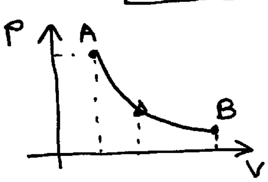
$$Q = \Delta U + W = \left(\frac{\gamma}{2} + 1\right) n R (T_B - T_A)$$



c) **ISOTERMA** : $T = \text{costante} = T_0 \Rightarrow \boxed{\Delta U = 0}$

$$W = \int_A^B p\,dV = \int_A^B \frac{nRT}{V} dV = nRT_0 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$\Rightarrow Q = W = nRT_0 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

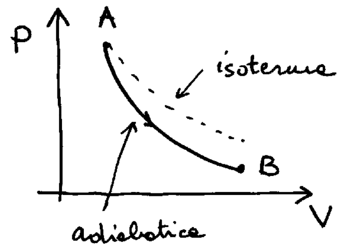


SOMMARIO

d) ADIABATICA $\quad Q=0 \quad \Rightarrow \quad -W = \Delta U$

$$\Rightarrow \begin{cases} pV^{\beta} = p_i V_i^{\beta} \\ \text{oppure} \quad \dfrac{V}{V_i} = \left(\dfrac{T_i}{T}\right)^{\gamma/2} \end{cases}$$

con $\beta = \dfrac{\gamma+2}{\gamma} = \dfrac{C_P}{C_V} > 1$

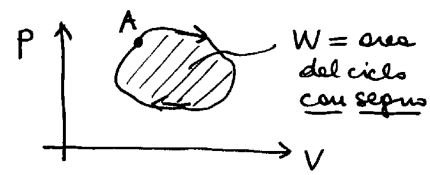


- CAPACITÀ TERMICA DI UN GAS PERFETTO
  - pressione costante: $C_P = \frac{\gamma}{2} nR + nR = C_V + nR$
  - volume costante: $C_V = \frac{\gamma}{2} nR$

- CICLI TERMODINAMICI (TRASFORMAZIONI DA A ad A)

proprietà fondamentale del ciclo: $\Delta U = U_A - U_A = 0$

$$\Rightarrow \boxed{Q = W}$$



- IL II° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

  - È IMPOSSIBILE COSTRUIRE UNA MACCHINA TERMICA CHE OPERANDO SU UN CICLO ABBIA COME UNICO EFFETTO QUELLO DI ASSORBIRE CALORE DA UNA SOLA SORGENTE E CONVERTIRLO INTERAMENTE IN LAVORO

- DEFINIZIONE DI RENDIMENTO DI UNA MACCHINA TERMICA

$$\eta = \frac{W}{Q_c}$$

Q_c = calore che il gas assorbe dalle sorgenti calde.

SOMMARIO

- Definizione di calore : ENERGIA CHE PASSA DA UN CORPO AD UN ALTRO A CAUSA DELLA DIFFERENZA DI TEMPERATURA
- Definizione di Caloria (piccola) e di grande caloria (cal, Cal)

  piccola caloria: calore necessario per far passare un grammo di acqua da 14.5 °C a 15.5 °C

  Grande Caloria : lo stesso riferito a 1 Kg.

- EQUIVALENZA CALORE — LAVORO

$$1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$$

- CALORE SPECIFICO DEI CORPI c $\left(\text{cal}/(\text{Kg}\,°\text{C}) \right)$

$$c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$$

: CALORE NECESSARIO PER AUMENTARE DI 1 grado 1 Kg di un dato materiale

- CAPACITÀ TERMICA $C_T = \frac{dQ}{dT} = m\,c$ $\left(\text{cal}/°\text{C} \right)$

- EQUAZIONE GENERALE PER DETERMINARE LA TEMPERATURA DI EQUILIBRIO T^* di N corpi in contatto termico

$$Q_{TOT} = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_N$$

Q_{TOT} = calore che arriva dall'esterno sul sistema

$Q_1, \cdots Q_N$ = calori assorbiti dai singoli corpi aventi temperature $T_1, \cdots T_N$

$Q_i = C_i\,(T^* - T_i)$

- TRASFORMAZIONI DI FASE e CALORI LATENTI

  L_f = calore latente di fusione $= -L_S$

con L_S = calore latente di solidificazione

  L_V = calore latente di evaporazione $= -L_C$

L_C = calore latente di condensazione

$[L] = \text{cal}/\text{Kg}$ o J/Kg

SOMMARIO

- IL CICLO DI CARNOT

$$\frac{Q_f}{Q_c} = \frac{T_f}{T_c} \qquad e \qquad \eta_c = \frac{W}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c} < 1$$

TEOREMA DERIVANTE DAL II° PRINCIPIO : Qualunque macchina operante con due termostati a temperature T_f e T_c ha rendimento $\eta \leq \eta_c$.

- POMPE DI CALORE e FRIGORIFERI (principio di funzionamento)
  - coefficiente di prestazione di una pompa di calore:

$$COP = \frac{Q_c}{W}$$

  - coefficiente di prestazione di un frigorifero:

$$COP = \frac{Q_f}{W}$$

- Valori dei COP in un CICLO DI CARNOT:

$$COP(\text{pompa}) = \frac{T_c}{T_c - T_f} > 1 \quad \text{sempre}$$

$$COP(\text{frigorifero}) = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

TEOREMA derivante dal II° principio: qualunque pompa di calore (o frigorifero) operante fra due termostati a temperatura T_f e T_c ha COP minore o uguale a quello di CARNOT.