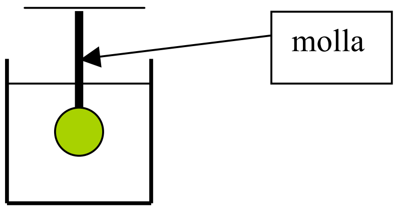
COMPITINO II – INGEGNERIA EDILE CIVILE E AMBIENTALE (AA 2011-2012)
(Si assumano i seguenti valori: calore specifico acqua c_a= 1000 cal/kg K, calore specifico ghiaccio: $c_g = c_a/2$, calore latente ghiaccio $\lambda = 3.3\ 10^5$ J/kg, densità acqua $\rho = 10^3$ Kg/m^3, $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A)

Esercizio 1 - Un cubetto di ghiaccio di massa M_g a temperatura T_g = -30°C viene immerso in un recipiente adiabatico contenente 0.15 l di acqua a temperatura T_a = 20 °C. All'equilibrio la temperatura finale è T=2 °C. Si trovi la massa del ghiaccio.

Esercizio 2 - Un corpo sferico di raggio R = 3 cm e massa M = 300g è sospeso ad un soffitto con una molla di costante elastica K=300 N/m. Una bacinella cilindrica di area di base A =100 cm^2 contiene un fluido e viene spostata in modo che il corpo sferico resti completamente immerso nel fluido come mostrato in figura. In queste condizioni si osserva che l'allungamento della molla varia di una quantità pari in modulo a $|\Delta x|$=0.5 cm.



2.1 - Si trovi la densità ρ del fluido.
2.2 - Si trovi la variazione Δp della pressione del fluido sul fondo del recipiente in conseguenza della presenza del corpo immerso.

Esercizio 3 - Un gas biatomico con n = 0.2 moli passa da uno stato A (p_A=2 10^3 Pa, V_A= 3 m^3) ad uno stato B compiendo un'adiabatica reversibile facendo il lavoro L = 5000 J. Dopodichè il gas compie una trasformazione isocora fino a raggiungere uno stato C alla stessa temperatura di A.

3.1 - Si trovi il volume V_B.
3.2 - Si calcoli il calore assorbito nella trasformazione BC.

Esercizio 4 - Sono date due sfere conduttrici, la prima e' cava ed ha raggio interno R_2 e raggio esterno R_3 e contiene la seconda, che e' concentrica alla prima ed ha raggio R_1 ($R_1 < R_2 < R_3$). Le due sfere sono isolate l'una dall'altra.
Sulla sfera interna e' depositata la carica Q_1, sulla sfera esterna e' depositata la carica Q_2.

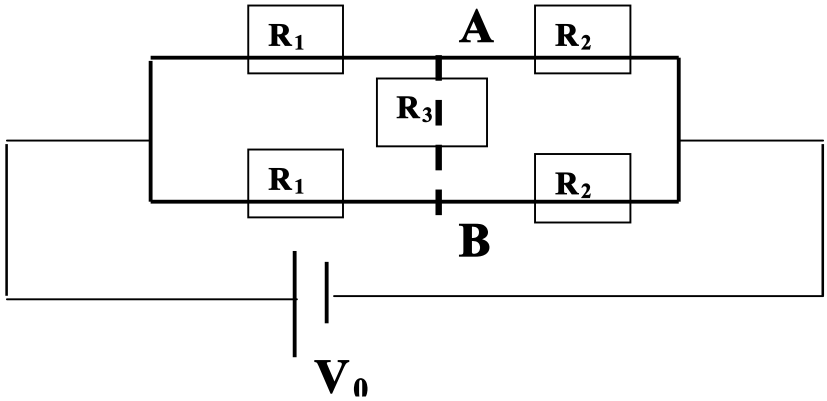
4.1 - Si trovi il campo elettrostatico ed il potenziale in tutto lo spazio
4.2 - Si trovi la densita' di carica sulla superficie della sfera interna, e sulle superfici interna ed esterna della sfera cava

Esercizio 5 – Un condensatore a facce piane e parallele di area A = 100 cm^2 e poste alla distanza h = 1 mm e' caricato ad una tensione V_0 = 10 V mediante una batteria e successivamente e' scollegato dalla batteria. Si inserisce una lamina conduttrice della stessa area A e spessore s = 0.1 mm parallelamente alle facce del condensatore.
5.1 - Calcolare l'energia immagazzinata inizialmente nel condensatore e la variazione di energia immagazzinata in seguito all'inserimento della lamina.

Esercizio 6 – Sia dato il circuito di figura, R_1 = 5 Ohm, R_2 = 3 Ohm, V_0 = 1 V. Inizialmente il ramo che contiene la resistenza R_3 (indicato con una linea tratteggiata in Figura) non e' collegato al resto del circuito.

6.1 – Calcolare la differenza di potenziale tra A e B.

Successivamente si connettono A e B con la resistenza R_3 = 4.0 Ohm, calcolare la corrente che attraversa R_3 nella nuova configurazione del circuito.



Esercizio 7 – Un lungo conduttore rettilineo, schematizzato con un cilindro cavo di raggio interno R_i = 1.0 mm e raggio esterno R_e = 3.0 mm, e' percorso da una corrente I = 25 A distribuita uniformemente sulla sezione del filo.

7.1 – Determinare l'intensita' del campo magnetico in funzione della distanza dall'asse del filo all'interno del filo, all'esterno del filo, ed alla superficie del filo e farne un grafico.

Dire a quale distanza dall'asse del filo, ed esternamente ad esso, l'intensita' del campo e' pari alla meta' del valore alla superficie.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Es. 1- Esprimiamo i calori specifici in unita SI : c_a = 4186 J/kg K, c_g =2093 J/kg K. All'equilibrio, la somma dei calori assorbiti dal ghiaccio e dall'acqua deve essere pari a zero poichè il sistema è in un recipiente adiabatico e, perciò, non c'è scambio di calore con l'esterno. Dunque:

$$\rho_a V_a c_a (T - T_a) + M_g \left[c_g (0 - T_g) + \lambda + c_a (T - 0)\right] = 0 \qquad (2)$$

dove ρ_a=1000 Kg/m^3=densità acqua, V_a=1.510^{-4} m^3 = volume acqua, T= 2°C = temperatura finale.

$$M_g = \frac{\rho_a V_a c_a (T_a - T)}{-c_g T_g + \lambda + c_a T} = \quad 0.02817 \text{ kg} = 28.17 \text{ g.} \qquad (3)$$

Soluzione Es.2 - 2.1 -Inizialmente l'allungamento della molla rispetto alla posizione di riposo è

$$x_i = Mg/K \qquad (1)$$

alla fine, per effetto della forza di Archimede

$$x_f = \frac{Mg - \rho \frac{4}{3}\pi R^3 g}{K} = x_i - \rho \frac{4}{3K}\pi R^3 g \qquad (2)$$

Dunque

$$|\Delta x| = |x_f - x_i| = \rho \frac{4}{3K}\pi R^3 g \qquad (3)$$

$$\Rightarrow \qquad \rho = \frac{3K|\Delta x|}{4\pi R^3 g} \quad = 1353 \text{ Kg/m}^3 \qquad (4)$$

2.2 - Il corpo immerso occupa un volume V= 4πR^3/3 e, di conseguenza, provoca un innalzamento dell'altezza del fluido dal valore iniziale h_i a quello finale h_f. Di conseguenza, per la legge di Stevino, la pressione sul fondo del recipiente varia dal valore iniziale p_i=p_0+$\rho g h_i$ al valore finale p_f=p_0+$\rho g h_f$. Dunque,

$$\Delta p = p_f - p_i = \rho g (h_f - h_i) \qquad (5)$$

Le altezze h_i e h_f si ottengono osservando che il volume del fluido è inizialmente $V' = A\, h_i$ e, ovviamente deve restare lo stesso anche dopo l'immersione del corpo. Il volume Ah_f (vedi figura) è dunque uguale alla somma del volume V' del fluido più il volume V del corpo. Dunque:

$$Ah_f = A\, h_i + 4\pi R^3/3 \quad \Rightarrow \quad h_f - h_i = \frac{4\pi R^3}{3A} = 1.13\ 10^{-2} \text{ m}$$

che, sostituito nella (5) fornisce Δp = 150 Pa.

Soluzione Es. 3 - 3.1 - Nell'adiabatica reversibile

$$pV^\beta = p_A V_A^\beta \qquad \Rightarrow \qquad p = \frac{p_A V_A^\beta}{V^\beta} = \frac{a}{V^\beta} \qquad (1)$$

dove: $\beta = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5}$ e $\qquad a = p_A V_A^\beta = 9.31 \times 10^3$ Pa m$^{3\beta}$ (2)

Il lavoro fatto dal gas è

$$L = \int_{V_A}^{V_B} \frac{a}{V^{7/5}} dV = -\frac{5}{2} a \left(\frac{1}{V_B^{2/5}} - \frac{1}{V_A^{2/5}} \right) \qquad (3)$$

Da cui, dopo semplici passaggi algebrici, si ottiene:

$$V_B = \left[\frac{1}{\frac{1}{V_A^{2/5}} - \frac{2L}{5a}} \right]^{5/2} = 8.268 \text{ m}^3. \qquad (4)$$

3.2 - La trasformazione è isocora e, quindi, il lavoro fatto è nullo. Per il I Principio si deduce che il calore assorbito dal gas è

$$Q = U_C - U_B = \frac{5}{2} nRT_C - \frac{5}{2} nRT_B = U_A - U_B \qquad (5)$$

dove si è sfruttato il fatto che $U_A = U_C$ essendo A e C alla stessa temperatura. D'altra parte, nella trasformazione adiabatica (Q =0) precedente, per il I Principio, risulta

$$L = U_A - U_B \qquad (6)$$

confrontando la (5) con la (6) si deduce $Q = L = 5$ KJ.

<u>**Metodo Alternativo**</u>: Si poteva calcolare direttamente Q utilizzando la (5) con $T_C = T_A$.

$$Q = \frac{5}{2} nRT_A - \frac{5}{2} nRT_B = \frac{5}{2} p_A V_A - \frac{5}{2} p_B V_B \qquad (7)$$

dove abbiamo sfruttato l'equazione di stato dei gas perfetti. D'altra parte p_B dipende da V_B secondo la legge dell'adiabatica in eq.(1) che, sostituita in eq.(7) porta a:

$$Q = \frac{5}{2} p_A V_A - \frac{5}{2} p_B V_B = \frac{5}{2} p_A V_A - \frac{5}{2} \frac{a}{V_B^{2/5}} \qquad (8)$$

Sostituendo i valori numerici di p_A, p_B, a e V_B si trova $Q = 5$ KJ.

4.1 – Il campo elettrico e' radiale ed ha modulo costante sulla generica superficie di raggio r

$r < R_1$ $E(r) = 0$

$R_1 < r < R_2$ $E(r) = Q_1 / (4 \pi \varepsilon_0 r^2)$

$R_2 < r < R_3$ $E(r) = 0$

$R > R_3$ $E(r) = (Q_1+Q_2) / (4 \pi \varepsilon_0 r^2)$

Il potenziale elettrostatico e' ottenuto dall'integrale del campo elettrico

$r < R_1$ $V(r) = (Q_1+Q_2) / (4 \pi \varepsilon_0 R_3) + (Q_1 / 4 \pi \varepsilon_0) \times (1/R_1 - 1/R_2)$ costante

$R_1 < r < R_2$ $V(r) = (Q_1+Q_2) / (4 \pi \varepsilon_0 R_3) + (Q_1 / 4 \pi \varepsilon_0) \times (1/r - 1/R_2)$

$R_2 < r < R3$ $V(r) = = (Q_1+Q_2) / (4 \pi \varepsilon_0 R_3)$ costante

$R > R_3$ $V(r) = (Q_1+Q_2) / (4 \pi \varepsilon_0 r)$

4.2 – La densita' superficiale di carica e'

$\sigma(R_1) = Q_1 / (4 \pi R_1^2)$ sulla superficie della sfera interna

$\sigma(R_2) = - Q_1 / (4 \pi R_2^2)$ sulla superficie interna della sfera cava

$\sigma(R_3) = (Q_1 + Q_2)/ (4 \pi R_3^2)$ sulla superficie esterna della sfera cava

5.1 – L'energia elettrostatica inizialmente immagazzinata nel condensatore e'

$W = ½ \varepsilon_0 E^2 V$, con E campo elettrico all'interno del condensatore e V volume interno del condensatore ($V = Ah$)

$W = \varepsilon_0 V_0^2 A / 2h = 4.43 \cdot 10^{-9}$ J

L'inserimento della lamina conduttrice ha il solo effetto di azzerare il campo elettrico nel volume occupato dalla lamina stessa lasciando invariato il campo elettrico nel resto del volume del condensatore

La variazione di energia del condensatore e'

$\Delta W = -\varepsilon_0 \; V_0^2 \; A\, s / (2h^2) = -4.43\; 10^{-10}$ J

6.1 – La differenza di potenziale tra A e B e' 0 V; la corrente che nella configurazione successiva attraversa R_3 e' 0 A.

7.1 – Si applica la legge di Ampere per determinare il campo magnetico, le linee di campo sono circonferenze concentriche con il filo, il modulo del campo dipende solo dalla distanza r dall'asse del filo

$r \le R_i \quad B = 0$

$R_i < r < R_e \quad B = (\mu_0 I / 2\, \pi\, r) \times (r^2 - R_i^2)/(R_e^2 - R_i^2)$

$r = R_e \quad B = (\mu_0 I) / (2\, \pi\, R_e) = 1.67$ mT

$r > R_e \quad B = (\mu_0 I) / (2\, \pi\, r)$ (il campo si riduce alla meta' del valore assunto alla superficie del filo per $r = 2R_e = 6$ mm)