

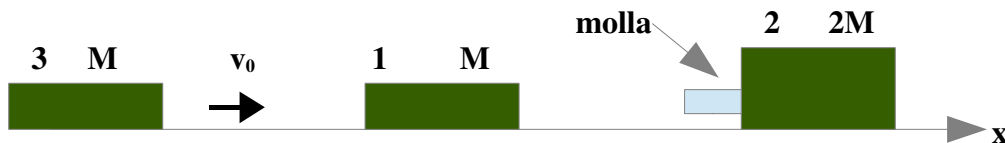
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE, e EDILE. 14 giugno 2013

Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]

Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]

Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5], Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1: Un carrello 1 di massa $M = 500$ Kg si trova su un binario rettilineo ad una data distanza da un altro carrello 2 di massa doppia $2M$. Un terzo carrello (3) di massa M viaggia con velocità $v_0 = 20$ m/s e urta il carrello 1 restandovi attaccato. Conseguentemente, i due carrelli agganciati vanno ad urtare il carrello 2 comprimendo una molla di costante elastica $K = 2 \cdot 10^6$ N/m attaccata al carrello 2 come mostrato schematicamente in figura. Si consideri trascurabile ogni attrito.

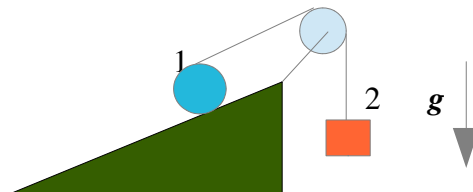


1.1- Si trovi la massima compressione della molla e la velocità dei tre carrelli quando la molla raggiunge la massima compressione.

Dopo che la molla ha raggiunto la massima compressione essa comincia nuovamente ad estendersi finchè i carrelli 1 e 2 si separano nuovamente.

1.2- Si trovino le velocità dai carrelli 1 e 2 dopo che si sono staccati nuovamente.

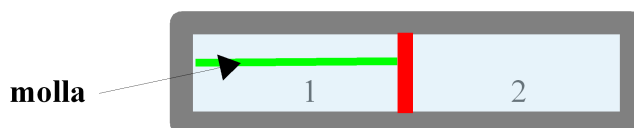
Esercizio 2 : Un cilindro di raggio $r = 5$ cm e massa M e' appoggiato su un cuneo con inclinazione $\theta = 30^\circ$. Una fune inestensibile e di massa trascurabile è avvolta sul cilindro ed è collegata ad un corpo di massa $m = 2$ kg tramite una carrucola di massa trascurabile e libera di ruotare senza attrito.



2.1 - Si trovi il valore della massa M del cilindro per cui esso sta in equilibrio e la forza di attrito statico a cui esso è soggetto in tali condizioni.

2.2- Nel caso $M = m$ il corpo di massa 2 accelera con accelerazione a verso il basso. Si dimostri che, nell'ipotesi che il moto sia di rotolamento puro e che la fune non scivoli sul cilindro, l'accelerazione a_c del centro di massa del cilindro è pari alla metà dell'accelerazione a del corpo 2. Tenendo conto del risultato precedente si calcoli l'accelerazione acquistata dal cilindro.

Esercizio 3 (NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE)- Un cilindro di sezione $S = 0.01$ m² e altezza totale $h = 20$ cm è costituito da pareti adiabatiche ed è diviso in due parti uguali da una parete mobile di massa e spessore trascurabile e conduttrice termica libera di scorrere. Nei settori 1 e 2 sono presenti, rispettivamente, $n_1 = 2n$ moli e $n_2 = n$ moli di un gas perfetto biatomico. La parete mobile è collegata ad uno degli estremi tramite una molla di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $K = 300$ N/m. Il sistema si trova inizialmente in equilibrio termico e meccanico a temperatura $T_i = 300$ K.



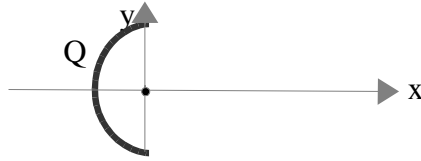
3.1 – Si trovi il numero n di moli e l'energia termica del sistema.

Ad un dato istante la molla si spezza e il sistema raggiunge alla fine un nuovo equilibrio.

3.2- Si trovino le altezze h_1 e h_2 dei settori 1 e 2 all'equilibrio.

Esercizio 4 (NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE I !!):

Una carica puntiforme $q = 3 \mu\text{C}$ di massa $m = 10^{-6} \text{ kg}$ si trova al centro di un semianello di raggio $r = 5 \text{ cm}$ caricato uniformemente con carica totale $Q = 2 \mu\text{C}$.



4.1- Si trovino le componenti F_x e F_y della forza esercitata dalla carica q sul semianello e la massima velocità che viene raggiunta dalla carica puntiforme q se essa viene lasciata libera di muoversi.

4.2- Si calcolino le componenti della forza esercitata sul semianello nel caso in cui al posto della carica puntiforme venga sostituito un filo infinito passante per il centro del semianello e perpendicolare al piano di figura. Il filo ha una densità di carica lineare uniforme $\lambda = 2 \mu\text{C}/\text{m}$.

Esercizio 5 (SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE I):

Due altoparlanti che emettono onde monocromatiche con la stessa frequenza sono posti su un'asse x nei punti A e B di coordinate, rispettivamente, $x_1 = -d = -50 \text{ m}$ e $x_2 = d = 50 \text{ m}$. L'intensità sonora ha un minimo nell'origine O e raggiunge il primo massimo successivo se ci si sposta nella posizione $x_M = 0.25 \text{ m}$. La velocità del suono in aria è $v_s = 330 \text{ m/s}$.

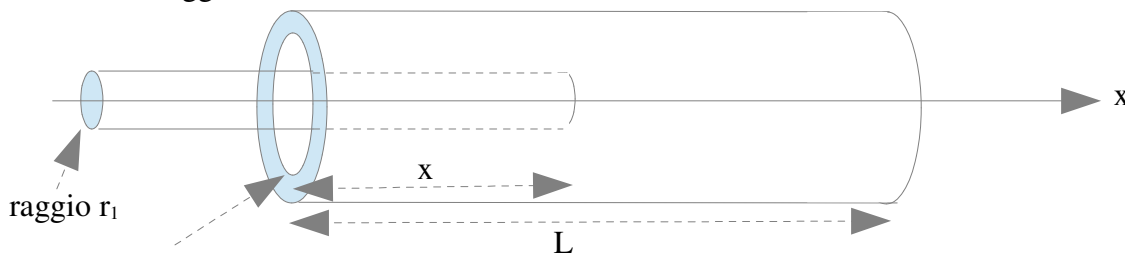


5.1- Determinare la differenza di fase con cui oscillano gli altoparlanti e la frequenza dell'oscillazione.

5.2- Una persona si mette a correre con velocità v da O verso B percependo un battimento alla frequenza $\Delta\nu = 5 \text{ Hz}$. Si dica quale è la velocità v della persona che corre.

Esercizio 6 (SOLO PER STUDENTI CIVILI DI FISICA GENERALE):

Un condensatore cilindrico a capacità variabile è costituito da un cilindro cavo di lunghezza $L = 3 \text{ cm}$ e raggio interno $r_2 = 1 \text{ mm}$ al cui interno è libero di scorrere un cilindro conduttore coassiale di raggio $r_1 = 0.5 \text{ mm}$.



raggio interno r_2

6.1 - Per mezzo di una pila, viene applicata una forza elettromotrice di 1.5 V fra l'armatura interna ed esterna del condensatore. Si trovi il lavoro fatto dal generatore per caricare il condensatore in funzione della lunghezza x mostrata in figura e si calcoli il valore numerico per $x = L$.

6.2 - Si supponga, ora, che il cilindro interno sia totalmente inserito ($x = L$). Quale è il lavoro che viene fatto dal generatore se il cilindro interno viene estratto interamente? Quale è il lavoro fatto da un operatore per estrarre il cilindro interno?

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1

1.1- Dopo l'urto i corpi 3 e 1 restano attaccati ed hanno la stessa velocità v_1 . Nell'urto si conserva la componente x della quantità di moto totale del sistema di carrelli 1 e 3. Dunque $M v_0 = 2 M v_1$ da cui si deduce:

$$v_1 = v_0 / 2 = 10 \text{ m/s.} \quad (1)$$

Quando la molla raggiunge la massima compressione, la velocità relativa fra i carrelli 1 e 2 deve essere nulla, dunque tutti e tre i carrelli hanno la stessa velocità v_2 . Poichè non ci sono attriti, la componente x della quantità di moto totale del sistema dei tre carrelli si deve conservare e, quindi, $M v_0 = 4 M v_2$ da cui si deduce:

$$v_2 = v_0 / 4 = 5 \text{ m/s} \quad (2)$$

la forza della molla è conservativa e, quindi si deve conservare l'energia meccanica totale del sistema. Ma prima che il carrello 1 inizi a toccare la molla, l'energia meccanica è solo cinetica e pari a $E_i = M v_1^2 = M v_0^2 / 4$ mentre al momento di massima compressione l'energia è $E_f = 2 M v_2^2 = M v_0^2 / 8 + K \Delta x^2 / 2$. Uguagliando le due energie si trova:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{M}{4K}} v_0 = 0.158 \text{ m} = 15.8 \text{ cm} \quad (3)$$

1.2- Prima che il carrello 1 tocchi la molla l'energia è solo cinetica e resta solo cinetica anche dopo che i carrelli si sono staccati nuovamente. Dunque, la conservazione dell'energia meccanica implica conservazione dell'energia cinetica fra l'istante prima del contatto e quello dopo che il contatto è cessato. Si conserva anche la quantità di moto totale. Ma allora il processo è un classico urto elastico fra due corpi: il sistema dei carrelli 1 e 3 agganziati che si comporta come un unico corpo di massa $2 M$ e il corpo 3 di massa ancora pari a $2 M$. Si sa dalla teoria che, quando due masse identiche compiono un urto elastico esse si scambiano le velocità. Dunque, i carrelli 1 e 3 agganziati, che avevano velocità v_1 prima dell'urto, si fermano mentre il carrello 2 acquista la velocità $v_1 = 10 \text{ m/s}$.

Soluzione Esercizio 2.

2.1 -Il corpo di massa m sta fermo solo se la tensione della fune è $T = mg = 19.6 \text{ N}$ (1)

L'equilibrio delle forze e dei momenti (rispetto al CM) per il cilindro si scrive:

$$-F_s - Mg \sin\theta + mg = 0 \quad (2)$$

$$N = Mg \cos\theta \quad (3)$$

$$F_s r + mgr = 0 \quad (4)$$

dove N è la reazione normale e F_s è la forza di attrito statico (si è assunto $F_s > 0$ se diretta nel verso della discesa). Dalla (4) si deduce $F_s = -mg = -19.6 \text{ N}$ (5)

che, sostituito nella (2) fornisce: $M = 2m/\sin\theta = 4 m = 8 \text{ kg}$ (6)

2.2 - La fune è inestensibile e, quindi, la velocità e l'accelerazione di ogni punto della fune è la stessa (a) del corpo 2. Il punto della fune in contatto con il cilindro ha la stessa velocità e accelerazione del corrispondente punto sul cilindro. Poichè il cilindro rotola, l'accelerazione a di questo punto è $a = 2 a_c$. Se $M = m$, il cilindro viene accelerato verso l'alto. Le equazioni del moto del cilindro 1 e del corpo 2 sono:

$$-F_s - mg \sin\theta + T = ma_c = ma/2 \quad (7)$$

$$Tr + F_s r = I \alpha \quad (8)$$

$$\text{e} \quad mg - T = ma \quad (9)$$

dove $I = mr^2/2$ è il momento di inerzia del cilindro rispetto al CM e $\alpha = a/r = a/(2r)$ è la sua accelerazione angolare. Dunque, la (8) diventa:

$$T + F_s = ma/4 \quad (10)$$

la soluzione del sistema di equazioni lineari (7),(9) e (10) è:

$$a = 4(2g - g \sin\theta)/11 = 6 g/11 = 5.35 \text{ m/s}^2 \quad (11)$$

$$T = 5mg/11 = 8.91 \text{ N} \quad (12)$$

$$F_s = -7 mg/22 = -6.24 \text{ N} \quad (13)$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 3:

3.1 – L'altezza delle due sezioni è pari ad $h/2$ e, quindi, per la legge dei gas perfetti:

$$p_1 = \frac{4nRT_i}{Sh} \quad \text{e} \quad p_2 = \frac{2nRT_i}{Sh} \quad (1)$$

l'equilibrio delle forze agenti sulla parete mobile si scrive:

$$- Kh/2 + p_1 S - p_2 S = - Kh/2 + 2 nRT_i/h = 0 \quad (2)$$

da cui si ricava

$$n = \frac{Kh^2}{4RT_i} = 1.20 \cdot 10^{-3} \text{ moli} \quad (3)$$

L'energia interna del gas biatomico è $U = 5 n_1 RT_i/2 + 5 n_2 RT_i/2 = 15 nRT_i/2 = 22.5 \text{ J}$ (4)

3.2–All'equilibrio $p_1 = p_2$, dunque:

$$\frac{2nRT_f}{Sh_1} = \frac{nRT_f}{Sh_2} \quad \rightarrow \quad h_1 = 2 h_2 \quad (5)$$

D'altra parte deve anche valere la relazione $h_1 + h_2 = h$ (6)

e, quindi, $h_1 = 2h/3 = 13.3 \text{ cm}$ $h_2 = h/3 = 6.7 \text{ cm}$ (7)

SOLUZIONE ESERCIZIO 4

4.1- Dalla simmetria si deduce immediatamente che la forza risultante è diretta lungo l'asse x , dunque: $F_y = 0$ (1)

Per calcolare la componente x , si divide la spira in elementi infinitesimi di lunghezza dl con carica elettrica infinitesima $dq = (Q/\pi r) dl$. La componente x della forza esercitata su un generico elementino di carica dalla carica puntiforme q è:

$$dF_x = -q dq \cos\theta / (4\pi\epsilon_0 r^2) = -q Q dl \cos\theta / (4\pi^2 \epsilon_0 r^3) \quad (2)$$

dove θ è l'angolo fra l'asse x e il raggio che congiunge la carica puntiforme q con l'elemento di carica dq . Sostituendo $dl = r d\theta$ nella (2) e integrando la (2) nell'intervallo di θ $[-\pi/2, \pi/2]$ si ha:

$$F_x = \int dF_x = \frac{-qQ}{2\pi^2 \epsilon_0 r^2} = -13.7 \text{ N} \quad (3)$$

l'energia potenziale iniziale della carica q è $U_i = qV$ dove V è il potenziale generato dal semianello al suo centro. Un generico elemento di carica dq sul semianello genera il potenziale infinitesimo $dV = dq/(4\pi\epsilon_0 r)$. Integrando su tutti gli elementi di carica si ottiene immediatamente il potenziale V e, quindi:

$$U_i = qV = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (4)$$

Imponendo la conservazione dell'energia si trova che la velocità massima viene raggiunta dalla carica q quando arriva a distanza infinita dove il potenziale è nullo. Dunque:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 r m}} = 1.47 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad (5)$$

4.2- I calcoli sono gli stessi della domanda 4.1 con l'unica differenza che, stavolta, il campo del filo si ottiene utilizzando il teorema di Gauss e sfruttando la simmetria cilindrica. Il campo del filo nei punti dell'anello è diretto radialmente ed è pari in modulo a

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (6)$$

Dunque, anche in questo caso, la simmetria impone che $F_y = 0$ mentre F_x si ottiene integrando la componente x della forza infinitesima agente su un elemento di carica dq .

$$F_x = \int dF_x = \frac{-Q\lambda}{\pi^2 \epsilon_0 r} = -0.915 \text{ N} \quad (7)$$

SOLUZIONE Esercizio 5.

5.1- Le onde emesse da A e da B arrivano in O con le fasi

$$\phi_A = \phi_{A0} + 2 \pi d / \lambda \quad \text{e} \quad \phi_B = \phi_{B0} + 2 \pi d / \lambda \quad (1)$$

poiché in O c'è un'interferenza distruttiva, le due fasi devono differire per un multiplo dispari di π .

$$\text{Dunque: } \Delta\phi = \phi_A - \phi_B = \pi + 2 N \pi \quad (2)$$

dove N è un generico intero.

Nel punto di massima intensità la differenza di cammino fra i segnali provenienti dai due altoparlanti è $\Delta l = 2x_M$. Il segnale è massimo quando la differenza di cammino fra le onde emesse dai due altoparlanti è metà lunghezza d'onda, dunque:

$$\lambda = 4 x_M = 1 \text{ m.} \quad (3)$$

Ma allora, la frequenza di oscillazione degli altoparlanti è:

$$v = v_s / \lambda = 330 \text{ Hz.} \quad (4)$$

5.2- Poiché la persona si avvicina alla sorgente B e si allontana da A , la frequenza percepita relativa alla sorgente B è:

$$v_B = v (1 + v/v_s) \quad (5)$$

mentre quella percepita relativa ad A è:

$$v_A = v (1 - v/v_s) \quad (6)$$

la frequenza Δv di battimento è

$$\Delta v = \frac{v_B - v_A}{2} = v \frac{v}{v_s} \quad \rightarrow \quad v = \frac{\Delta v}{v_s} v_s = 5 \text{ m/s} \quad (7)$$

Soluzione Esercizio 6 -

6.1- Nell'approssimazione di cilindri infiniti, il campo elettrico è presente solamente nello spazio fra i conduttori affacciati e le cariche elettriche si addensano solo nelle superfici dei cilindri che sono affacciate. Indicando con $Q(x)$ la carica presente sulla parte di cilindro interno affacciata a quello esterno quando esso è inserito per un tratto x , il campo elettrico ha simmetria cilindrica e si ottiene con il teorema di Gauss ed è:

$$E = Q(x) / (2 \pi \epsilon_0 x r) \quad (1)$$

La differenza di potenziale fra i due conduttori è, perciò,

$$V = Q(x) / (2 \pi \epsilon_0 x) \ln (r_2/r_1) \quad (2)$$

Dunque,

$$Q(x) = 2 \pi \epsilon_0 x V / \ln 2 = C(x) V \quad (3)$$

dove abbiamo indicato con $C(x) = 2 \pi \epsilon_0 x / \ln 2$ la capacità del condensatore. Il lavoro W fatto dal generatore per portare la carica $Q(x)$ sul condensatore è

$$W_{\text{gen}} = Q(x) V = 2 \pi \epsilon_0 x V^2 / \ln 2 \quad (4)$$

che, per $x = L$, è pari a

$$W_{\text{gen}} = 5.42 \cdot 10^{-12} \text{ J.}$$

6.2- All'inizio è presente la carica $Q = Q(x=L)$ (eq.(3)). Alla fine la capacità diventa nulla e, quindi, la carica sul conduttore diventa anch'essa nulla ($Q = C V = 0$). Ciò significa che la carica Q ha attraversato il generatore nel verso che va dal polo positivo al negativo e, quindi, il generatore ha fatto il lavoro negativo

$$W_{\text{gen}} = - Q V = - 2 \pi \epsilon_0 L V^2 / \ln 2 = - 5.42 \text{ pJ} \quad (5)$$

Per trovare il lavoro W_{op} fatto dall'operatore basta osservare che il campo elettrostatico è conservativo e, quindi, la somma di tutti i lavori fatti sul condensatore deve essere uguale alla variazione di energia elettrostatica del condensatore ($W_{\text{op}} + W_{\text{gen}} = \Delta U$). Dunque, il lavoro dell'operatore è:

$$W_{\text{op}} = \Delta U - W_{\text{gen}} \quad (6)$$

Inizialmente l'energia elettrostatica è $U = C(x=L) V^2 / 2 = \pi \epsilon_0 L V^2 / \ln 2$ mentre alla fine è nulla.

Dunque,

$$\Delta U = - \pi \epsilon_0 L V^2 / \ln 2 \quad (7)$$

Sostituendo la (5) e la (7) nella (6) si trova

$$W_{\text{op}} = \pi \epsilon_0 L V^2 / \ln 2 = 2.71 \text{ pJ.} \quad (8)$$