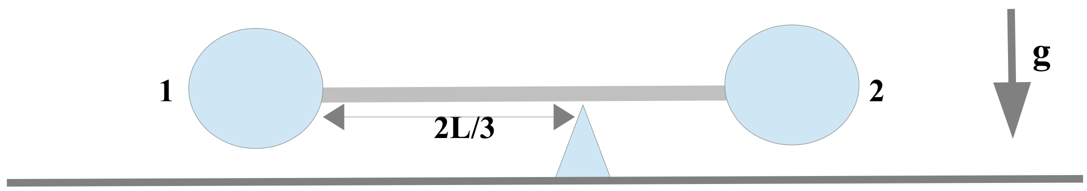
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE. 3-2-2014
Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5], Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

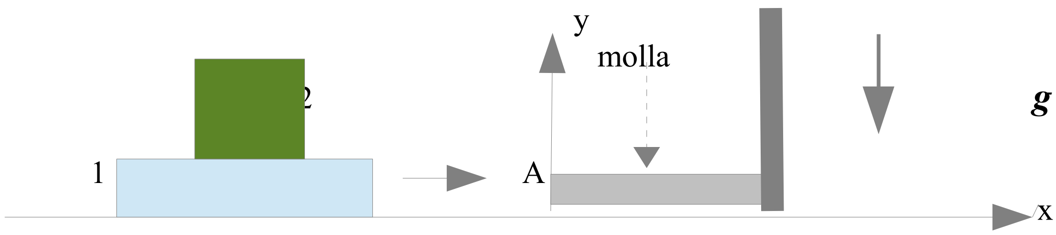
Esercizio 1: Un manubrio è costituito da due sfere omogenee 1 e 2 di raggio $r = 0.2$ m collegate ad un'asta omogenea di sezione trascurabile di massa $m = 2$ kg e lunghezza $L = 1$ m. La sfera 1 ha massa $m_1 = m = 2$ kg mentre la 2 ha massa m_2 incognita. Si adagia l'asta orizzontalmente su un cuneo con punto di contatto a distanza 2/3 L dall'estremità sinistra dell'asta. In queste condizioni si osserva che il sistema resta in equilibrio.



1.1– Si trovi il valore della massa m_2 e il valore della reazione $\boldsymbol{R}$ esercitata dal cuneo sull'asta.

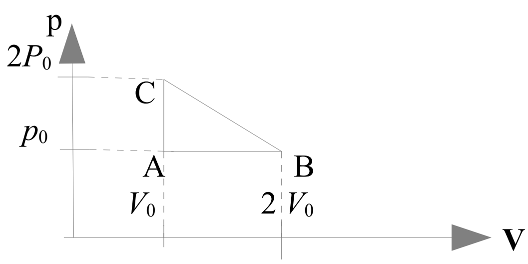
1.2- Si supponga, ora, che la massa m_2 abbia valore $m_2 = 3\ m = 6$ kg e che il sistema sia tenuto fermo in posizione orizzontale come in figura. Ad un istante $t = 0$ il sistema viene lasciato libero di ruotare. Si trovi il modulo dell'accelerazione angolare α del sistema immediatamente dopo il rilascio e si dica se la rotazione avviene in senso orario o antiorario.

Esercizio 2 : Un blocco 1 di massa $m = 2$ kg scivola senza attrito su un piano orizzontale nel verso positivo delle x con velocità v_0. Sul blocco si trova un altro blocco 2 di ugual massa m. Fra i due blocchi c' è attrito. Una molla di costante elastica $K = 100$ N/m è attaccata ad una parete verticale e si trova inizialmente a riposo con l 'estremità libera A in $x = 0$. All'istante t = 0 il corpo inizia a comprimere la molla. Il coefficiente di attrito fra i due corpi è $\mu = 0.3$.



2.1 – Si mostri che il corpo 2 inizia sicuramente a scivolare se la compressione x della molla supera un valore critico x_0 e si calcoli il valore di x_0.
2.2- Si trovi per quali valori della velocità iniziale v_0 del corpo 1 il corpo il corpo 2 non scivola mai.

Esercizio 3 (**NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE**)- Un gas perfetto monoatomico ha $n = 0.2$ moli e compie il ciclo reversibile $ABCA$ mostrato in figura con $p_0 = 10^5$ Pa e $V_0 = 10^{-2}$ m^3.



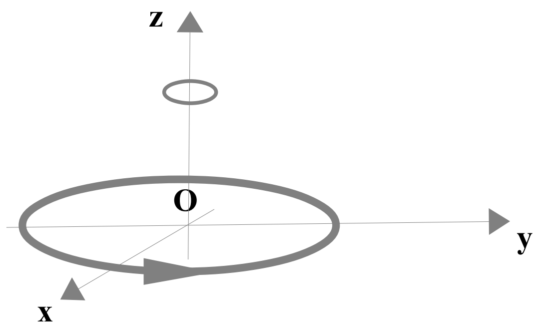
3.1 – Si dica se il sistema funziona da pompa di calore o da motore e si calcoli il calore totale assorbito dal gas nel ciclo e quello assorbito nel tratto *AB*.
3.2-Si trovino la minima e la massima temperatura T_{min} e T_{max} raggiunte dal gas nel ciclo.

Esercizio 4 (NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE I !!):
Un sistema è costituito da un cilindro conduttore I di raggio $R_1 = 2$ mm e altezza $h = 30$ cm e un guscio conduttore II coassiale con raggio interno $R_2 = 3$ mm e raggio esterno $R_3 = 4$ mm e lunghezza h. Il conduttore I è caricato con la carica elettrica $Q_I = 1$ nC e quello esterno con $Q_{II} =$ 2nC.
4.1-Si calcoli la d.d.p. V Presente fra il conduttore I e il II e il campo elettrico in un punto a distanza $r = 1.5\ R_3$ dall'asse.
4.2- Ad un dato istante, i conduttori I e II vengono collegati fra loro con un generatore di tensione di f.e.m. $V_0 = 5$ V con il polo positivo sul conduttore I. Si trovi la carica elettrica Q_1 che si dispone sulla superficie di raggio $r = R_1$ del conduttore I e il lavoro fatto dal generatore di tensione.

Esercizio 5 (SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE I).
Due altoparlanti che emettono onde monocromatiche con la stessa frequenza sono posti su un'asse x nei punti A e B di coordinate, rispettivamente, $x_A= 0$ e $x_B= L = 20$ m. L'intensità sonora ha un minimo nel punto C sull'asse y di coordinata $y = 5L$ e raggiunge il primo minimo successivo in $y = 7L$. Sapendo che la velocità del suono in aria è $v_s = 330$ m/s ,

5.1- si calcoli la frequenza dell'oscillazione dei due altoparlanti,
5.2- si calcoli la differenza di fase Φ con cui oscilla l'altoparlante B rispetto all'altoparlante A scegliendo fra tutti i possibili valori il valore di Φ che è compreso nell'intervallo $0 < \Phi < 2\pi$ rad.

Esercizio 6 (SOLO PER STUDENTI CIVILI DI FISICA GENERALE)
Una spira conduttrice di raggio $a = 30$ cm è adagiata su unpiano xOy con il centro in O. Una seconda piccola spira coassiale di raggio $b = 1$ cm, resistenza $R = 0.5\ \Omega$ e induttanza trascurabile ha il centro sull'asse z a distanza $h = a = 30$ cm. Nella spira grande scorre una corrente costante $i = i_0 = 10$ A in verso antiorario.



6.1 – Si trovi direzione verso e modulo del campo di induzione magnetica al centro della spira piccola.
6.2 – La corrente nella spira grande viene fatta variare secondo la legge $i = i_0 \cos \omega t$ con $\omega = 100$ rad/s. Si calcoli la corrente I indotta nella spira piccola ad un generico istante e si dica a quale istante t la corrente è massima in valore assoluto.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1 -1.1- L'equilibrio viene raggiunto quando la forza totale agente sul sistema e il momento di forza totale rispetto al punto di contatto è nullo. Tenendo conto che il centro di massa delle sfere è al loro centro e quello dell'asta è al centro dell'asta si scrive:

$$R = mg + m_1 g + m_2 g = 2m\, g + m_2\, g \qquad (1)$$

$$mg\,(2L/3+r) + mg(2L/3-L/2) - m_2 g(L/3+r) = 0 \qquad (2)$$

Dalla (2) si deduce $m_2 = \frac{m(5L/6+r)}{(L/3+r)}$ = 3.88 Kg (3)

che, sostituito nella (1) fornisce R = 77.2 N (4)

1.2- Poichè $m_2 = 6$ kg > 3.88 Kg, il sistema ruota <u>in senso orario</u>. Indicando con z l'asse entrante, l'accelerazione angolare è rivolta nel verso positivo di z e soddisfa la II equazione cardinale della dinamica: $\alpha = T_z / I$ (5)

dove T_z è la componente z del momento di forza rispetto al punto di contatto e I è il momento di inerzia rispetto ad un asse z passante per il punto di contatto che sono pari a:

$$T_z = 3mg\,(L/3 + r) - mg\,L/6 - mg\,(2L/3 + r) = mg\,(\,2\,r + L/6) = 11.1 \text{ Nm} \qquad (6)$$

$$I = m\,(r + 2L/3)^2 + 2mr^2/5 + 3m\,(L/3 + r)^2 + 6\,mr^2/5 + mL^2/12 + m(L/6)^2 =$$
$$= m[28r^2/5 + 8\,L^2/9 + 10\,Lr/3] = 3.56 \text{ Kg m}^2 \qquad (7)$$

Sostituendo nella (5) si trova: $\alpha = 3.11$ rad/s (8)

Soluzione Esercizio 2. **2.1**– Se il corpo 2 non scivola, esso deve avere la stessa accelerazione a del corpo 1. Sapendo che la componente x della forza esercitata dalla molla è $F_x = -K\,x$, l'accelerazione dei due corpi è: $a = -K\,x\,/\,(2m)$ (1)

Ma allora, sul corpo 2 il corpo 1 deve esercitare una forza di attrito statico $F_s = m\,a = -K\,x\,/\,2$ (2)

Ma $|F_s| < F_{max} = \mu\,N = \mu\,mg$. Dunque, la condizione di distacco viene raggiunta quando

$$x > x_0 = 2\,\mu\,mg\,/K = 0.118 \text{ m} \qquad (3)$$

2.2 - Perchè il corpo 2 non si distacchi, la compressione della molla non deve superare il valore citico x_0 in eq.(3). La compressione massima della molla si ottiene imponendo la conservazione dell'energia meccanica del sistema:

$$mv_0^2 = \frac{1}{2}Kx^2 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{2m}{K}}\,v_0 \qquad (4)$$

imponendo la condizione $x < x_0$ si trova $v_0 < \sqrt{\frac{K}{2m}}\,x_0$ = 0.59 m/s (5)

SOLUZIONE ESERCIZIO 3: 3.1– Il lavoro fatto dal gas nel ciclo è negativo, dunque si tratta di una pompa di calore. Il calore assorbito nel ciclo è pari al lavoro che è uguale all'area del triangolo con segno negativo, dunque: $Q = L = -\,p_0\,V_0\,/2 = -\,5\;10^{\,2}$ J (1)

La trasformazione AB è una espansione isobara e, quindi:

$$Q = L + \Delta U = p_0\,V_0 + 3(n\,R\,T_B - n\,R\,T_A)\,/2 = p_0\,V_0 + 3p_0V_0\,/2 = 5p_0V_0\,/2 = 2.5\;10^{\,3} \text{ J} \qquad (2)$$

3.2–La temperatura T ad un generico istante è : $T = \frac{pV}{nR}$ (3)

Dunque, la temperatura è minima e massima quando è minimo e massimo il prodotto pV. Dalla figura si deduce immediatamente che la temperatura minima viene raggiunta nel punto A. Dunque:

$$T_{min} = p_0\,V_0/(\,nR) = 602 \text{ K} \qquad (4)$$

I punti B e C si trovano alla stessa temperatura $T = 2\,T_{min}$ = 1204 K. Il segmento BC è sempre al di sopra dell'isoterma passante per B e C, dunque il massimo della temperatura verrà raggiunto in un punto interno a tale segmento. Ma l'equazione della retta passante per B e C è:

$$p = 2p_0 - p_0\,(V - V_0)/\,V_0 \quad \rightarrow \quad pV = 3p_0V - p_0\,V^{\,2}/\,V_0 \qquad (5)$$

derivando la (5) rispetto a V e imponendo che la derivata sia nulla si trova $V = 3V_0/2$ e, quindi, la temperatura massima è:

$$T_{max} = \frac{pV}{nR} = \frac{9p_0V_0}{4nR} = \frac{9}{4}T_{min} = 1.35\;10^3 \text{ K} \qquad (6)$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 4 4.1- La carica Q_I si distribuisce uniformemente sulla superficie $r = R_1$. Applicando il teorema di Gauss ad una superficie interna al conduttore II si deduce che sulla

superficie $r = R_2$ si accumula la carica $Q_2 = - Q_I$. Di conseguenza, per la conservazione della carica sul conduttore II, la carica che si distribuisce sulla superficie esterna $r = R_3$ è $Q_3 = Q_{II} + Q_I$.
Applicando il teorema di Gauss a superfici cilindriche di raggio r si trova:

$$E = E_1 = \frac{Q_I + Q_{II}}{2\pi\varepsilon_0 hr} \quad \text{per } r > R_3 \text{ e} \qquad E = E_2 = \frac{Q_I}{2\pi\varepsilon_0 hr} \quad \text{per } R_1 < r < R_2 \tag{1}$$

Dunque, integrando il campo E_2 fra R_1 e R_2 si trova $V = \frac{Q_I}{2\pi\varepsilon_0 h}\ln(1.5)$ = 24.3 V (2)

mentre il campo in $r = 1.5R_3$ è: $E = \frac{Q_I + Q_{II}}{3\pi\varepsilon_0 h R_3}$ = 3.00 10^4 V/m (3)

4.2- Il generatore trasporta cariche dal conduttore I al II, dunque la carica Q_1 sulla superficie del conduttore 1 non è più nota a priori, però resta ancora vero che $Q_2 = - Q_1$. Inoltre, la carica totale presente sul sistema di due conduttori deve restare uguale al valore iniziale $Q_I + Q_{II}$ e sulla superficie $r = R_3$ si accumula ancora la carica $Q_3 = Q_I + Q_{II}$. Il campo elettrico E_2 nella regione fra i conduttori è ancora dato dall'eq. (1) con la carica incognita Q_1 al posto di Q_I, dunque la d.d.p. V fra i conduttori è data dalla (2). Imponendo $V = V_0$ si trova: $Q_1 = \frac{V_0}{\ln(1.5)} 2\pi\varepsilon_0 h$ = 0.206 nC (4)

Dunque, il generatore ha portato sul conduttore I una carica elettrica negativa pari alla differenza fra la carica finale presente su I e quella iniziale, cioè $\Delta Q = Q_1 - Q_I$ = - 0.794 nC compiendo il lavoro

$L = \Delta Q\, V_0$ = - 3.97 nJ (5)

.**SOLUZIONE Esercizio 5. 5.1-** Nel passare da un minimo al successivo, la differenza di cammino $\Delta = BC - AC$ deve variare di una quantità pari alla lunghezza d'onda λ. Ma

$\Delta(5\mathrm{L}) = \sqrt{26}L - 5L$ = 1.980 m e $\Delta(7\mathrm{L}) = \sqrt{50}L - 5L$ = 1.421 m
(1)

dunque $\lambda = \Delta(5L) - \Delta(7L)$ = 0.559 m che corrisponde alla frequenza $\nu = v_s / \lambda$ = 590 Hz (2)

5.2– Nel punto C nella posizione $y = 5L$ si ha un minimo di intensità. Ciò significa che i segnali emessi dagli altoparlanti devono arrivare in quel punto con uno sfasamento pari a $\pi + 2\pi n$. Ma lo sfasamento in C è dato dalla relazione: $\Delta\varphi = \Phi + \frac{2\pi\Delta(5\mathrm{L})}{\lambda}$ dove Φ è lo sfasamento iniziale fra i due altoparlanti. Imponendo $\Delta\varphi = \pi + 2\pi n$, si ottiene: $\Phi = 2\pi[n + 1/2 - \frac{\Delta(5\mathrm{L})}{\lambda}]$ (3)

che ammette infinite soluzioni al variare di n. Ma $\Delta(5L)/\lambda$ = 3.543. Dunque, scegliendo n = 4 si trova il valore compreso nell'intervallo $[0,2\pi]$: $\Phi = 2\pi$ [4.5 – 3.542] = 6.02 rad (4)

Soluzione Esercizio 6 -

6.1- Per simmetria il campo di induzione magnetica è diretto lungo l'asse z e, per la regola della mano destra, è nel verso positivo dell'asse. Dunque, basta considerare le componenti z dei campi infinitesimi generati da elementi di filo di lunghezza dl.

$dB_z = \mu_0\, i_0\, dl\, a / (4\pi r^3)$ (1)

dove $r = (a^2 + h^2)^{1/2} = (2)^{1/2} a$. Integrando sull'intera spira si ottiene, immediatamente, la componente z del campo di induzione magnetica risultante:

$B_z = \mu_0\, i_0 / (4\, 2^{1/2} a)$ = 7.40 10^{-6} T (2)

6.2- Poichè la spira è piccola ($b \ll a$) , il campo in ogni suo punto interno è praticamente uguale al campo generato al suo centro. Dunque il campo si ottiene sostituendo nella (2) $i = i_0 \cos \omega t$. Il flusso del campo nella spira è, perciò:

$\Phi = B_z\, \pi\, b^2$ (3)

La corrente indotta è, perciò:

$I = \varepsilon / R = - 1/R\, \mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t = \pi\, b^2 \omega\, \mu_0\, i_0 \sin(\omega t) / (4\, 2^{1/2} a\, R) = 4.65\ 10^{-7} \sin(\omega t)$ (4)

che è massima al tempo $t = \pi / (2\omega)$ = 15.7 ms (5)