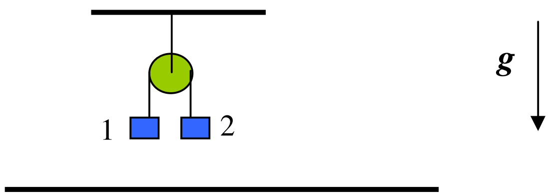
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 15/01/2013

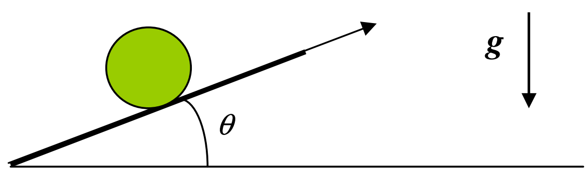
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5]
Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1 - Una carrucola di massa M = 1kg e raggio r = 10 cm è attaccata al soffitto come mostrato in figura. Una fune inestensibile di massa trascurabile è adagiata sulla carrucola ed è collegata ai due estremi a due corpi 1 e 2 di massa $m_1 = m$ = 0.5 Kg e $m_2 = 2\ m$ = 1 Kg che si trovano inizialmente alla stessa distanza h = 1 m da terra. Nell'ipotesi che la corda non scivoli sulla carrucola e che tutti gli altri attriti siano trascurabili,



1.1 - si calcoli la velocità con cui il corpo 2 arriva a terra.
1.2 - Nell'ipotesi che, invece, non ci sia nessun attrito fra corda e carrucola e che, quindi, la corda scivoli liberamente si calcoli la tensione T della corda durante la caduta..

Esercizio 2- Un cilindro ha massa m = 2 Kg e raggio r = 20 cm ed è appoggiato su un piano inclinato con inclinazione $\theta = 30°$ come mostrato in figura. Sull'asse del cilindro è applicata una coppia di forze che produce un momento di forza $\boldsymbol{\tau}$ diretto come l'asse z entrante in figura.

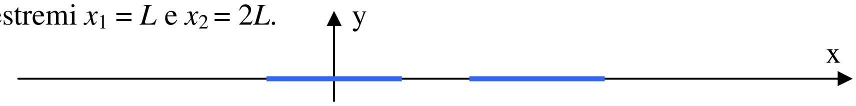


2.1 - Si trovi il valore di τ che potrebbe rendere possibile l'equilibrio del cilindro e per quali valori del coefficiente di attrito statico μ è effettivamente possibile tale equilibrio.
2.2- Si trovi l'accelerazione $\boldsymbol{a}$ del cilindro e la forza di attrito statico agente $\boldsymbol{F}_s$ nel caso τ = 5 N m nell'ipotesi di rotolamento puro.

Esercizio 3 - Un gas di ossigeno (biatomico, con massa molare m = 32 g) è contenuto in un contenitore cilindrico (conduttore termico) di sezione $S = 10^{-2}$ m^2 chiuso da un pistone mobile di massa M = 30 Kg in presenza di un'atmosfera esterna a pressione $p_0 = 10^5$ Pa e temperatura T = 300 K. Il cilindro è orientato con l'asse verticale in presenza del campo di gravità.
3.1 - Si trovi la pressione del gas e la densità del gas in condizioni di equilibrio sapendo che l'altezza del gas nel cilindro è $h = 10^{-1}$ m.

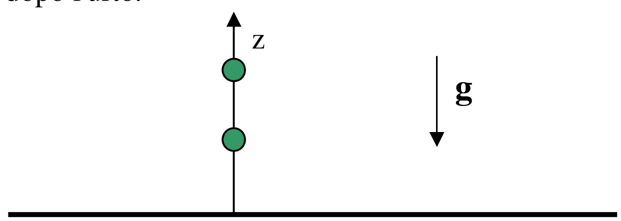
La temperatura esterna viene variata rapidamente fino al raggiungimento di un nuovo valore di equilibrio T_f = 600 K mentre la pressione esterna resta costante.
3.2 - Si dica se la trasformazione del gas di ossigeno è reversibile o no e si calcoli il calore totale Q assorbito dal gas prima di raggiungere il nuovo equilibrio.

Esercizio 4 - Una barretta (1) di sezione trascurabile e lunghezza L = 20 cm è caricata uniformemente con una carica elettrica Q = 3 nC ed è allineata lungo un asse x con il centro nell'origine O. Una seconda barretta identica (2) con la stessa carica Q si trova allineata lungo l'asse x con estremi $x_1 = L$ e $x_2 = 2L$.

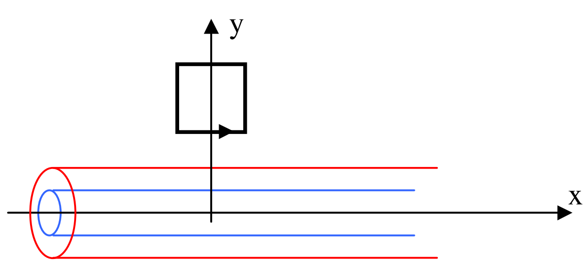


4.1 - Si trovi l'espressione del campo elettrico generato dalla barretta 1 in un generico punto sull'asse x con $x = x_0 > L/2$.
4.2 - Si trovi la forza totale esercitata dalla barretta 1 sulla 2.

Esercizio 5 - Due sferette identiche 1 e 2 di raggio trascurabile si trovano inizialmente ferme lungo uno stesso asse verticale z ad altezza $h_1 = h$ = 30 cm e $h_2 = 2\ h$ = 60 cm da un pavimento orizzontale. Ad un dato istante t = 0 le sferette vengono lasciate libere di cadere nel campo di gravità. Sapendo che l'urto di una sferetta con il pavimento è elastico,
5.1 - Si dica a quale altezza le due sferette si urtano.
5.2 - Assumendo che l'urto fra le sferette sia totalmente anelastico, si calcoli la velocità delle sferette subito dopo l'urto.



Esercizio 6 - Un lungo cavo coassiale è costituito da 2 gusci conduttori cilindrici coassiali di spessore trascurabile di raggi R_1 = 2 cm e R_2 = 3 cm. Sul conduttore interno scorre una corrente i_1 = 3A nel verso positivo dell'asse x mentre sul conduttore esterno scorre la corrente i_2 = 2 A nel verso opposto.



6.1 - Si calcoli il modulo del campo di induzione magnetica nei punti a distanza $r = r_1$ = 2.5 cm e $r = r_2$ = 5 cm dall'asse x.
6.2 - Una spira quadrata di lato L = 20 cm si trova nel piano xy con i due lati paralleli all'asse x posti in $y = y_1$ = 20 cm e $y = y_2$ = 40 cm. Nella spira scorre la corrente i = 5 A come in figura. Si trovi la forza agente sulla spira.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- si conserva l'energia meccanica. Assumendo la terra come zero dell'energia gravitazionale si scrive:

$$m_2 gh + m_1 gh = 2m_1 gh + \frac{1}{4}Mr^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_1 v_1{}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2{}^2 \qquad (1)$$

ma $m_2 = 2\, m_1 = 2\, m$, $v_1 = v_2 = v$ e $\omega r = v$, dunque

$$mgh = \left[\frac{1}{4}M + \frac{3}{2}m\right]v^2 \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{4mgh}{M+6m}} = 2.21 \text{ m/s} \qquad (2)$$

1.2 - In questo caso la carrucola non si mette in moto e la tensione della corda è dovunque costante e pari a T. Le equazioni del moto per il corpo 1 e 2 lungo l'asse verticale diretto verso il basso sono:

$mg - T = - m\, a$ (3)

$2\, mg - T = 2\, m\, a$ (4)

dove il segno - nel membro a destra della (3) tiene conto del fatto che il corpo 1 si muove dal basso verso l'alto. Risolvendo il sistema (3) ,(4) si ottiene $T = 4\, mg /3 = 6.53$ N (5)

Soluzione Esercizio 2. **2.1**- Indicando con F_s la forza di attrito statico agente nei punti di contatto considerata positiva nel verso degli x crescenti, l'equilibrio delle forze lungo l'asse x si scrive:

$F_s = mg \sin\theta = 9.8$ N (1)

mentre l'equilibrio dei momenti di forza rispetto al centro di massa si scrive:

$\tau = F_s\, r = mgr \sin\theta = 1.96$ N m (2)

ma la forza di attrito (1) necessaria per l'equilibrio non può superare i modulo il massimo valore $\mu\, mg \cos\theta$. Dunque, l'equilibrio è possibile solo se $\mu > \tan\theta = 0.58$ (3)

2.2 - Il valore di τ è maggiore del valore in eq.(2), dunque il cilindro accelera nel verso degli x positivi. Le equazioni per il moto del centro di massa e per il moto di rotazione attorno al centro di massa sono:

$F_s - mg \sin\theta = m\, a$ (4)

$\tau - F_s\, r = m\, r^2\, \alpha/2$ (5)

La condizione di rotolamento implica che $\alpha = a / r$ e, quindi, sostituendo nella (5) e risolvendo rispetto alle incognite a e F_s si trova:

$$a = \frac{2}{3m}\left(\frac{\tau}{r} - mg\sin\theta\right) = 5.07 \text{ m/s}^2 \;, \quad F_s = \frac{1}{3}\left(\frac{2\tau}{r} + mg\sin\theta\right) = 19.9 \text{ N} \qquad (6)$$

Soluzione Esercizio 3 - 3.1 - L'equilibrio meccanico implica $p = p_0 + Mg/S = 1.29\ 10^{5}$ Pa (1)
mentre il volume è $V = S\, h = 10^{-3}$ m^3 e, quindi, il numero di moli è:

$n = pV/(RT) = 0.0517$ (2)

La densità del gas è, dunque: $\rho = M_{gas}/V = n\, m/V = 1.66$ Kg/m^3 (3)

dove $m = 0.032$ Kg è la massa molare dell'ossigeno.

3.2 - La trasformazione avviene rapidamente e, quindi non è reversibile. All'equilibrio finale la temperatura è pari a T_f e la pressione esercitata dall'atmosfera e dal pistone è ancora p. Dunque, il volume finale del gas è:

$V_f = nRT_f /p = 2.00\ 10^{-3}$ m^3 (4)

Il lavoro fatto sul gas dall'ambiente esterno (pistone) è $L = - p\, (V_f - V) = -129$ J (5)

mentre la variazione di energia termica è $\Delta U = 5\, n\, R\, (T_f - T_i)/2 = 322$ J (6)

Il calore totale è $Q = - L + \Delta U = 451$ J (7)

Soluzione Esercizio 4 - 4.1 : Ogni elemento infinitesimo di lunghezza dx e carica d$q = Q$ dx /L genera in $x_0 > L/2$ un campo elettrico infinitesimo diretto lungo l'asse x nel verso positivo con componente x pari a : $dE_x = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\dfrac{dx}{(x-x_0)^2}$ (1)

La componente x del campo totale si ottiene integrando la (1) su tutti gli x fra - $L/2$ e $L/2$:

$$E_x = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L} \frac{dx}{(x - x_0)^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left[\frac{1}{x_0 - L/2} - \frac{1}{x_0 + L/2}\right] \qquad (2)$$

4.2 - Indichiamo con x un generico punto della barretta 2. In tale punto, la barretta 1 genera un campo elettrico dato dalle (2) con x al posto di x_0. L'elemento infinitesimo di carica dq = Q dx /L che si trova nel punto x sarà, perciò, sottoposto ad una forza infinitesima lungo x con componente x:

$$dF_x = dqE_x = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\left[\frac{1}{x - L/2} - \frac{1}{x + L/2}\right]dx \qquad (3)$$

Integrando su tutti gli elementi di filo 2 si trova:

$$F_x = \int_{L}^{2L} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\left[\frac{1}{x - L/2} - \frac{1}{x + L/2}\right]dx = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\ln\frac{x - L/2}{x + L/2}\Bigg|_{L}^{2L} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\ln\frac{9}{5} = 1.19\ 10^{-6}\ \text{N} \qquad (4)$$

Soluzione Esercizio 5 - 5.1 - La sferetta 1 arriva ad urtare il pavimento quando la 2 si trova ad altezza h. La velocità v della sferette 1 e 2 all'stante in cui la 1 urta il pavimento sono uguali, dirette verso il basso e il loro modulo si ottiene applicando la legge di conservazione dell'energia:

$$v = (2\, g\, h)^{1/2} \qquad (1)$$

All'istante dell'urto che possiamo indicare con $t = 0$, la sferetta 2 rimbalza con la stessa velocità ma diretta verso l'alto. Le equazioni del moto delle due sferette dopo l'urto della prima con il pavimento sono:

$$z_1(t) = vt - g\, t^2/2 \qquad (2)$$

$$z_2(t) = h - vt - g\, t^2/2 \qquad (3)$$

Le sferette si incontrano quando $z_1(t) = z_2(t)$ cioè al tempo $t = h/(2\, v) = [h/(8g)]^{1/2}$ (4)

Sostituendo tale tempo in una delle due equazioni (2) o (3) e tenendo conto della 1 si trova:

$$z_1 = z_2 = 7\, h/16 = 13.1 \text{ cm} \qquad (5)$$

5.2- Le sferette arrivano nel punto di incontro con velocità dirette lungo l'asse verticale z. Le componenti z delle velocità sono: $v_1(t) = v - gt$ e $v_2(t) = -v - gt$ (6)

Dopo l'urto, le due masse viaggiano con la stessa velocità $\boldsymbol{V}$ diretta lungo l'asse z. Applicando la conservazione della quantità di moto si trova la componente z di V che è:

$$V_z = [v_1(t) + v_2(t)]/2 = -g\, t \qquad (7)$$

Sostituendo nella (7) il valore di t dato dalla (4) si trova: $V_z = -(g\, h/8)^{1/2} = 6.06$ m/s

Soluzione Esercizio 6 - 6.1 - Data la simmetria cilindrica, le linee di campo sono circonferenze concentriche con l'asse. Applicando il Teorema di Gauss ad una linea di campo di raggio r si trova

$$B = \mu_0\, i_{conc} / (2\pi\, r) \qquad (1)$$

per $r = r_1 = 2.5$ cm la corrente concatenata è $i_{conc} = i_1 = 3$ A mentre per $r = r_2 = 5$ cm la corrente concatenata è $i_{conc} = i_1 - i_2 = 1$ A. Conseguentemente:

$$B(r_1) = \mu_0\, i_1/(2\pi\, r_1) = 2.40\ 10^{-5}\ \text{T} \quad \text{e} \quad B(r_2) = \mu_0(i_1 - i_2)/(2\pi\, r_2) = 4.00\ 10^{-6}\ \text{T}.$$

6.2 - La spira è immersa nel campo esterno al cavo coassiale che è uscente dal piano della figura e esercita la forza di Laplace. Le forze agenti sui lati allineati lungo y sono uguali ed opposte e, quindi, non danno contributo alla forza risultante. Le forze di Laplace $i\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$ sui lati in $y = L$ e $y = 2L$ sono dirette lungo l'asse y ed opposte fra. La componente y della forza risultante è:

$$F_y = -iL\left[\frac{\mu_0(i_1 - i_2)}{2\pi L} - \frac{\mu_0(i_1 - i_2)}{4\pi L}\right] = -i\left[\frac{\mu_0(i_1 - i_2)}{4\pi}\right] = 5.00\ 10^{-7}\ \text{N} \qquad (2)$$

Il segno - indica che la forza è attrattiva.