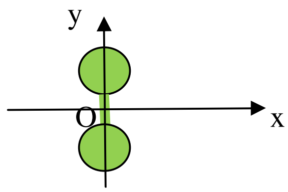
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE 15 gennaio 2015.

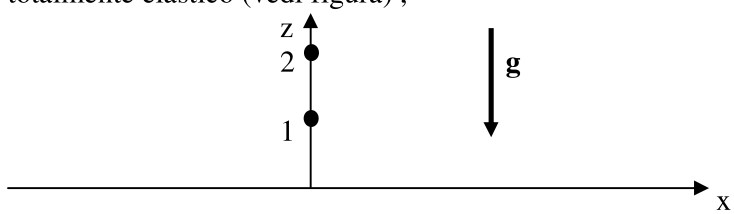
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4] ,Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4] Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5] Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1: Un manubrio è costituito da un'asta cilindrica di lunghezza L = 10 cm e massa M = 250 g e raggio trascurabile che termina su due sfere di massa $m = M$ = 250 g e raggio $R = L$ =10 cm come in figura. Il manubrio è appoggiato su un piano orizzontale $x\,y$ senza attrito.



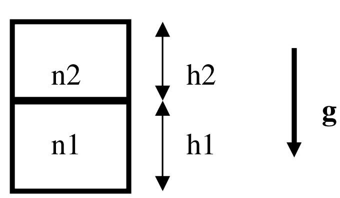
1.1– Si calcoli il momento di inerzia I_y rispetto all'asse y dell'asta e quello I_z rispetto all'asse z perpendicolare al foglio e passante per l'origine O.
1.2- Un corpo puntiforme di massa $m_c = M$ si muove lungo l'asse x nel verso positivo e si conficca nell'asta con velocità v_0 = 10 m/s. Si calcoli la velocità v del sistema dopo l'urto e la velocità angolare ω.

Esercizio 2 : Due corpi puntiformi 1 e 2 di massa m = 100 g si trovano fermi, rispettivamente, a distanza $d_1 = d$ = 1 m e $d_2 = 2\,d$ da un piano orizzontale $x\,y$ sullo stesso asse verticale z. Ad un dato istante $t = 0$ i due corpi vengono lasciati liberi di cadere. Supponendo l'urto con il piano orizzontale totalmente elastico (vedi figura) ,



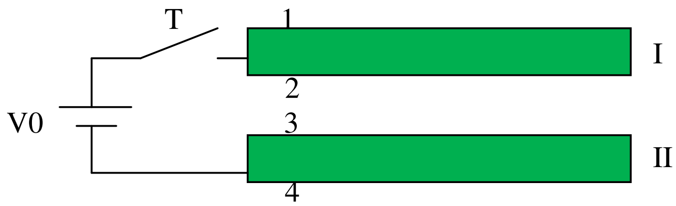
2.1– si trovi a quale istante t i due corpi si incontrano.
2.2- Supponendo l'urto fra i due corpi totalmente anelastico, si trovi l'energia dissipata nell'urto.

Esercizio 3 : Un cilindro chiuso con pareti adiabatiche e di sezione $S = 10^{-2}$ m^2 e altezza h = 20 cm è suddiviso in due sezioni cilindriche di altezza h_1 e h_2 ($h_1 + h_2 = h$) da un pistone di massa M = 1 kg e spessore trascurabile. L'asse del cilindro è verticale. $n = 10^{-3}$ moli di gas perfetto a temperatura T_0 = 300 K riempiono complessivamente le due sezioni del cilindro. In condizioni di equilibrio si osserva che le altezze h_1 e h_2 delle due sezioni cilindriche sono identiche.



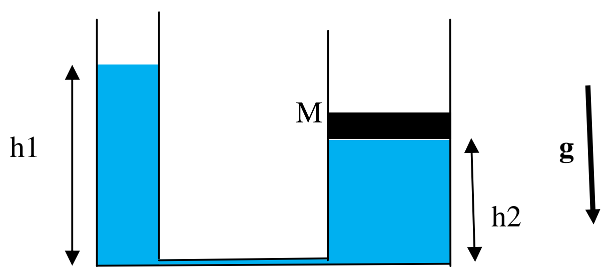
3.1– Si calcolino i numeri n_1 e n_2 delle moli di gas presenti nelle due sezioni cilindriche.
3.2- Ad un dato istante si crea un piccolo foro nel pistone e il gas si ridistribuisce fino a raggiungere un nuovo equilibrio. Si trovino le nuove altezze h_1 e h_2 a equilibrio raggiunto.

Esercizio 4: Due piastre conduttrici di spessore h = 1cm e superficie S = 1 m^2 si trovano a distanza h = 1 cm l'una dall'altra come mostrato schematicamente in figura. Il conduttore I è caricato con una carica $Q_0 = 1$ μC mentre il conduttore II è scarico.



4.1– Si trovino le cariche Q_1,Q_2, Q_3 e Q_4 che si distribuiscono sulle superfici 1,2,3 e 4 di figura.
4.2- Ad un dato istante, il tasto T in figura viene chiuso e le due piastre vengono collegate ad una batteria di f.e.m. V_0. Si dica quale valore deve avere V_0 perché la corrente erogata dalla batteria alla chiusura del tasto T resti sempre nulla.

Esercizio 5 : Un sistema è costituito da due cilindri verticali di sezione $S_1 = 10^{-3}$ m^2 e $S_2 = 4\,S_1$ ed è immerso nell'atmosfera a pressione $p_0 = 10^5$ Pa. I due cilindri sono collegati sul fondo da un tubicino di sezione trascurabile e nel cilindro di sezione S_2 è presente un pistone di massa M = 1 kg. Nel recipiente costituito dai due cilindri viene immesso un volume V = 1 litro di acqua.



5.1– Si trovino le altezze h_1 e h_2 dell'acqua nei due cilindri ad equilibrio raggiunto.
5.2- Un operatore esterno applica una forza F sul pistone e, conseguentemente, il pistone raggiunge una nuova posizione di equilibrio abbassandosi di Δh =1 cm. Si trovi il valore della forza F.

Esercizio 6 : Una spira conduttrice di raggio a = 1 m giace nel piano $x\,y$ con centro nell'origine. Una seconda spira conduttrice di raggio b = 1 cm , resistenza elettrica R = 0.1 Ω e induttanza trascurabile si trova nello stesso piano $x\,y$ ed è concentrica alla spira grande. Ad un dato istante t = 0, viene immessa nella spira grande e in verso orario una corrente elettrica che varia nel tempo secondo la legge $i = A\,t^2$ dove A = 1 A/s^2.

6.1– Si trovi la corrente che scorre nella spira piccola al tempo t = 1 s e si dica se è in verso orario o antiorario.
6.2- Si risponda alla domanda precedente nel caso in cui la spira piccola abbia ancora il centro in O ma con la superficie che forma un angolo θ = 60° con il piano xy.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzioni.

Esercizio 1 – **1.1**. -Il momento di inerzia rispetto all'asse y è

$$I_y = 2mR^2/5 + 2mR^2/5 = 4mR^2/5 = 2\ 10^{-3}\ \mathrm{kg\ m^2} \qquad (1)$$

Quello rispetto a z è

$$I_z = 2\ [2mR^2/5 + m(L/2 + R)^2] + ML^2/12 = 1.35\ 10^{-2}\ \mathrm{kg\ m^2} \qquad (2)$$

1.2- Non essendoci forze esterne impulsive nel piano xy, si conserva la quantità di moto del sistema nel piano e la componente z del momento angolare rispetto al centro O del manubrio che è il centro di massa del sistema complessivo dopo l'urto. Inizialmente il momento angolare rispetto ad O è nullo. Dopo l'urto il momento angolare del sistema è la somma del momento angolare del proiettile che è ancora nullo e del momento angolare del manubrio che è $I_z\ \omega$. Imponemdo la conservazione del momento angolare si trova, quindi:

$$I_z\ \omega = 0 \text{ e, quindi} \qquad \omega = 0 \qquad (3)$$

mentre, per la conservazione della quantità di moto: $Mv = (3M + m)\ v_c$ e, quindi

$$v_c = Mv\ /(3M + m) = v/4 = 2.5\ \mathrm{m/s} \qquad (4)$$

Esercizio 2- 2.1- Il corpo 1 rimbalza elasticamente sul piano orizzontale con velocità $v = (2gd)^{1/2}$ al tempo $t_0 = (2d/g)^{1/2}$. A questo istante il corpo 2 si trova a distanza $h_2 = d$ con velocità $v = (2gd)^{1/2}$. Le posizioni dei due corpi lungo l'asse z dopo l'urto del corpo 1 con il piano orizzontale sono:

$$z_1(t) = v(t - t_0) - g\ (t - t_0)^2/2 \qquad (1)$$

$$z_2(t) = d - v(t - t_0) - g\ (t - t_0)^2/2 \qquad (2)$$

Imponendo la condizione di urto $z_1(t) = z_2(t)$ si trova:

$$t - t_0 = d/2v = (2d/g)^{1/2}/4 \text{ da cui si deduce} \qquad t = 5\ (2d/g)^{1/2}/4 = 0.56\ \mathrm{s} \qquad (3)$$

2.2 – Le velocità dei due corpi all'istante dell'urto sono:

$$v_1(t) = -\ v - g\ (t - t_0) = -\ 5\ (2gd)^{1/2}\ /4 = -5.53\ \mathrm{m/s} \qquad (4)$$

$$v_2(t) = v - g\ (t - t_0) = 3\ (2gd)^{1/2}\ /4 = 3.32\ \mathrm{m/s} \qquad (5)$$

Poiché l'urto è totalmente anelastico, la velocità del sistema di due corpi subito dopo l'urto è

$$v_c = (v_1 + v_2)/2 = -\ (2gd)^{1/2}\ /4 = 1.11\ \mathrm{m/s} \qquad (6)$$

L'energia dissipata è

$$\Delta E = mv_1^2/2 + mv_2^2/2 - mv_c^2 = 2\ mgd = 1.96\ \mathrm{J} \qquad (7)$$

Esercizio 3- 3.1 – All'equilibrio deve valere la condizione

$$(p_1 - p_2)\ S = Mg \quad \text{e, quindi,} \quad n_1RT_0/(h/2) - n_2RT_0/(h/2) = \mathrm{Mg} \qquad (1)$$

da cui si deduce $\qquad n_1 - n_2 = M\ g\ h/\ (2\ RT_0) \qquad (2)$

ma, per la conservazione della massa: $\qquad n_1 + n_2 = n \qquad (3)$

risolvendo il sistema (2), (3) si trova:

$$n_1 = n/2 + M\ g\ h/\ (4RT_0) = 6.97\ 10^{-4} \text{ moli e} \quad n_1 = n/2 - M\ g\ h/\ (4RT_0) = 3.03\ 10^{-4} \text{ moli} \qquad (4)$$

3.2 - All'equilibrio, le pressioni dei due gas e la temperatura nelle due sezioni di cilindro devono essere uguali. D'altra parte, per sostenere il cilindro sarebbe necessario che la pressione del gas nella sezione inferiore (p_1) fosse maggiore di quella (p_2) nella sezione superiore. Poiché le due condizioni sono incompatibili, l'unica possibile soluzione è che il pistone si adagi sul fondo del cilindro in modo che il suo peso sia totalmente supportato dalla reazione vincolare sul fondo del cilindro. Ciò significa che $h_1 = 0$ e $n_1 = 0$. Dunque, $h_2 = h = 0.2$ m e $n_2 = n = 10^{-3}$ moli. (5)

Esercizio 4- 4.1 – Applicando il teorema di Gauss ad una superficie chiusa con le superfici di base interamente contenute nei due conduttori adiacenti si trova $\qquad Q_2 = -\ Q_3 \qquad (1)$

Inoltre il campo totale generato dalle quattro distribuzioni superficiali in un punto P interno al conduttore I deve essere nullo e, quindi, $Q_4/(2\varepsilon_0) + Q_3/(2\varepsilon_0) + Q_2/(2\varepsilon_0) - Q_1/(2\varepsilon_0) = 0 \qquad (2)$

Tenendo conto della (1), la (2) diventa: $\qquad Q_1 = Q_4 \qquad (3)$

Infine, per la conservazione della carica: $Q_1 + Q_2 = Q$ e $Q_3 + Q_4 = 0 \qquad (4)$

Risolvendo il sistema (1), (3), (4) si trova:

$Q_1 = Q_2 = Q_4 = Q/2 = 0.5$ μC   e $Q_3 = - Q/2 = - 0.5$ μC   (5)

4.2 - La corrente erogata dal generatore è nulla solo se la d.d.p. generata dalle cariche di eq. (5) fra il conduttore I e il conduttore II è uguale a V_0. Ma la d.d.p. generata dalle cariche è

$$V = E\,h = Q\,h\,/\,(\,2\,\varepsilon_0\,S) = 565 \text{ V} \quad (6)$$

Dunque, $V_0 = V = 565$ V   (7)

Esercizio 5 – 5.1 – Il pistone è in equilibrio se $p_0 + Mg/S_2 = p_2$ (1)

Dove, per la legge di Stevino: $p_2 = p_0 + \rho g\ (h_1 - h_2)$ (2)

Risolvendo il sistema (1) , (2) si ottiene:

$$h_1 - h_2 = M/(4S_1\,\rho) \quad (3)$$

D'altra parte, il volume totale dell'acqua è $S_1\,h_1 + S_2\,h_2 = V$, da cui si ottiene:

$$h_1 + 4\,h_2 = V/S_1 \quad (4)$$

Risolvendo il sistema (3),(4) si trova:

$$h_1 = V/(5S_1) + M/(5\rho S_1) = 0.4 \text{ m} \quad (5)$$

$$h_2 = V/(5S_1) - M/(20\rho S_1) = 0.15 \text{ m} \quad (6)$$

5.2 - Il nuovo valore di h_2 è $h'_2 = h_2 - \Delta h$ (7)

Conseguentemente, per la conservazione della massa, h_1 dovrà <u>crescere</u> di una quantità Δh_1 tale che $S_1\,\Delta h_1 = 4\,S_1\,\Delta h$ e, quindi,

$$h'_1 = h_1 + 4\,\Delta h \quad (8)$$

Il dislivello fra le superfici dell'acqua nei cilindri 1 e 2 diventa, perciò:

$$h_0 = h'_1 - h'_2 = h_1 - h_2 + 5\,\Delta h \quad (9)$$

Applicando la legge di Stevino si trova che la pressione esercitata dal fluido sul pistone diventa $p_0 + \rho g h_0$ e, quindi, la forza applicata deve soddisfare la relazione

$$\rho g h_0 = F/(4S_1) + Mg\,/(4S_1) \quad (10)$$

Sostituendo la (9) nella (10) e tenendo conto della (3) si trova

$$F = 20\,\rho g S_1 \Delta h = 1.96 \text{ N} \quad (11)$$

Esercizio 6 – 6.1 – Il campo generato dalla spira grande al centro è diretto lungo l'asse della spira ed è pari a

$$B = \mu_0 i/(2a) = \mu_0\,A\,t^2\,/(2a) \quad (1)$$

Poiché la spira interna è molto piccola, il flusso del campo attraverso ad essa è dato con ottima approssimazione da: $\Phi = B\,\pi\,b^2 = \mu_0\,\pi\,b^2 A\,t^2\,/(2a)$ (2)

La corrente nella spira piccola si ottiene applicando la legge di Faraday

$$I = \varepsilon/R = - 1/R\ \mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t\ = - \mu_0\,\pi\,b^2 A\,t\,/(Ra) = 3.95\ 10^{-9} \text{ A} = 3.95 \text{ nA} \quad (3)$$

Dove si è scelto il verso di circuitazione orario e, quindi, il segno – indica che la corrente scorre in <u>verso antiorario</u> in accordo con la legge di Lenz.

6.2 – In questo caso il flusso nella spira diventa F' = F cos $\theta = \Phi/2$. Dunque, la corrente diventa

$$I' = I\,/2 = 1.97 \text{ nA}$$