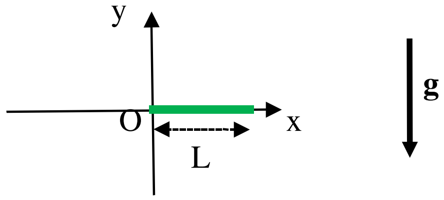
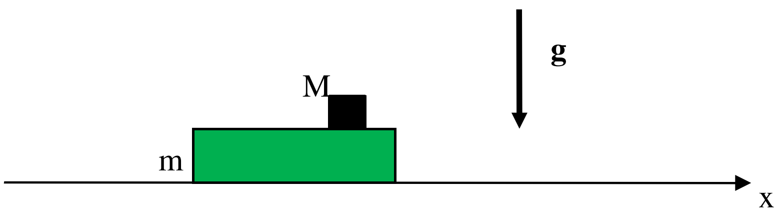
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE 2 febbraio 2015.
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4] ,Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4] Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5] Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1: Un'asta sottile di lunghezza L = 1 m e massa m = 1 kg è vincolata a ruotare senza attrito attorno ad un asse orizzontale (asse z) passante per un suo estremo O. Quando l'asta si trova nella posizione di figura ha una velocità angolare ω_0 in verso antiorario.



1.1– Si dica, motivando la risposta, quali di queste grandezze si conservano durante il moto:
1- energia cinetica, 2- energia meccanica, 3 – quantità di moto , 4- momento della quantità di moto rispetto al punto O. Si dica quale è il minimo valore di ω_0 perché l'asta compia una rotazione completa attorno all'asse.
1.2- Assumendo che la velocità angolare sia ω = 10 rad/s quando l'asta raggiunge la posizione di massima altezza, si trovino le componenti x ed y della forza $\boldsymbol{F}$ esercitata dall'asse sull'asta in questa posizione.

Esercizio 2 : Un carrello di massa m = 90 kg è libero di muoversi senza attrito su una rotaia rettilinea allineata lungo l'asse x. Il sistema è inizialmente fermo. Sul pianale del carrello è appoggiato un corpo di massa M = 10 kg. Ad un dato istante t = 0 viene applicata sul carrello una forza lungo l'asse x nel verso positivo che varia nel tempo secondo la legge $F = c\ t$ dove c è una costante pari a c = 1 N/s. Supponendo che l'attrito fra pianale e corpo sia sufficiente a mantenere fermo il corpo rispetto al carrello



2.1– si calcoli la velocità e lo spostamento del carrello al tempo t = 10 s.
2.2- Al tempo t_0 = 500 s, il corpo inizia a scivolare sul pianale. Si trovi il coefficiente di attrito statico μ fra pianale e corpo.

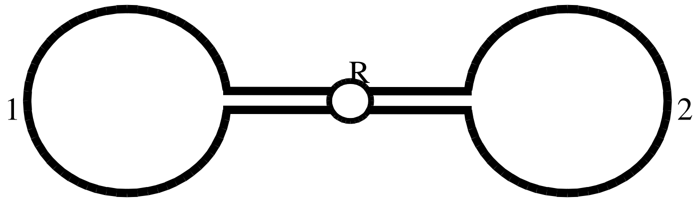
Esercizio 3 : Un gas perfetto ha n = 1 mole e occupa inizialmente il volume $V = 10^{-3}$ m^3 e compie un'espansione isoterma reversibile fino a triplicare il volume iniziale. In questa espansione il calore assorbito dal gas è Q = 1000 J.

3.1– Si trovi la temperatura del gas e la pressione finale del gas.
3.2- Il gas viene, quindi, riportato allo stato iniziale compiendo, successivamente, una trasformazione isocora reversibile ed una isobara reversibile. Si dica se il sistema opera come motore o come pompa di calore e si calcoli il calore totale assorbito dal gas nell'intero ciclo (con il corretto segno).

Esercizio 4: Una sfera cava ha raggio interno a = 1 cm e raggio esterno b = 3 a = 3 cm. Lo spazio interno della sfera cava (la regione fra $r = a$ e $r = b$) è riempito uniformemente con un materiale isolante caricato uniformemente con una carica elettrica positiva Q = 1 nC. Supponendo trascurabili gli effetti dielettrici (si assuma la costante dielettrica uguale a quella del vuoto)

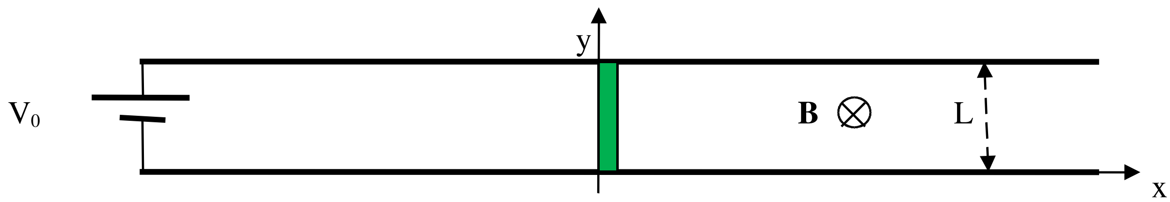
4.1– Si calcoli il campo elettrico presente nel punto a distanza r = 2 cm dal centro della sfera.
4.2- Una carica elettrica puntiforme positiva q = 1 nC di massa m = 1 g viene sparata da distanza molto grande radialmente verso il centro della sfera con velocità v_0 . Sapendo che durante il suo moto la carica si ferma sulla superficie della sfera, si trovi la velocità con cui viene sparata la carica.

Esercizio 5 : Un gas è contenuto in due recipienti 1 e 2 adiabatici di uguale volume V = 10^{-3} m^3 collegati fra loro da un sottile tubicino adiabatico interrotto da un rubinetto adiabatico. La pressione e la temperatura del gas nel recipiente 1 sono, rispettivamente, p_1 = 10^5 Pa e T_1 = 100 K mentre quelle nel recipiente 2 sono p_2 = 2 p_1 e T_2 = 3 T_1. Ad un dato istante viene aperto il rubinetto R e si attende che il sistema raggiunga il nuovo equilibrio.



5.1– Si trovino i numeri di moli n_1 e n_2 presenti in ciascun recipiente ad equilibrio raggiunto.
5.2- Si calcoli la temperatura finale raggiunta dai gas.

Esercizio 6 : Due lunghe guide conduttrici di resistenza trascurabile sono allineate lungo l'asse x in un piano orizzontale, si trovano a distanza L = 1 m e sono collegate ad una batteria di f.e.m. V_0 = 10 V come mostrato in figura. Sulle guide è appoggiata una bacchetta di resistenza R = 1 Ω e massa m = 1 kg che è libera di scivolare senza attrito lungo l'asse x. La bacchetta è ferma al tempo iniziale t = 0. E' presente un campo di induzione magnetica B = 1 T perpendicolare al piano di figura e entrante. Tutte le induttanze sono trascurabili.



6.1– Si trovi la massima velocità raggiunta dalla bacchetta..
6.2- Si trovi la velocità raggiunta dalla bacchetta al tempo t = 1 s.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.
Soluzioni.

Esercizio 1 – 1.1. –Essendo presenti forze esterne e momenti di forza (rispetto ad O), non si conserva né l'energia cinetica, né la quantità di moto né il momento angolare. D'altra parte, non essendoci attriti e essendo la forza peso conservativa, si conserva l'energia meccanica. La barra compie un intero giro solo se arriva nella posizione di massima altezza con velocità angolare $\omega > 0$. Applicando la conservazione dell'energia meccanica e assumendo nulla l'energia potenziale nella posizione iniziale, si trova:

$$\frac{I\omega_0^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2} + mg\frac{L}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - mg\frac{L}{I}} \tag{1}$$

Dove $I = mL^2/3$ è il momento di inerzia rispetto all'asse passante per O e ω è la velocità angolare raggiunta nel punto di massima altezza. Dunque $\omega \geq 0$ solo se

$$\omega \geq \sqrt{mg\frac{L}{I}} = \sqrt{\frac{3g}{L}} = 5.42 \text{ rad/s} \tag{2}$$

1.2- Il centro di massa dell'asta si trova a distanza $L/2$ da O e compie un moto circolare (non uniforme). Poiché l'asse non esercita nessun attrito, la forza esercitata da esso quando l'asta si trova nella posizione di massima altezza può essere diretta solo lungo l'asse y e, quindi: $F_x = 0$. Nel punto di massima altezza deve valere l'equazione (I equazione cardinale):

$$F_y - mg = -m\omega^2\frac{L}{2} \qquad \Rightarrow \qquad F_y = mg - m\omega^2\frac{L}{2} = -40.2 \text{ N} \tag{3}$$

Esercizio 2- 2.1- Il sistema di corpi si comporta come un unico corpo di massa $M_T = m + M = 100$ kg che accelera lungo l'asse x con l'accelerazione $a = F/M_T = c\,t\,/M_T$ (1)

la velocità v(t) al tempo t e lo spostamento x(t) al tempo t sono, perciò:

$$v(t) = \int_0^t a\,dt = \int_0^t \frac{ct}{M_T}dt = \frac{c}{2M_T}t^2 = 0.5 \text{ m/s} \quad \text{e} \quad x(t) = \int_0^t v\,dt = \int_0^t \frac{c}{2M_T}t^2 dt = \frac{c}{6M_T}t^3 = 1.67 \text{ m} \tag{2}$$

2.2 – Se il corpo si muove solidalmente con il carrello, la sua accelerazione è la stessa del carrello ed è data dalla (1). Dunque, la forza di attrito statico responsabile per questa accelerazione deve essere $F_a = M\,a = M\,c\,t\,/\,M_T$ (3)

Il corpo scivola quando la forza di attrito raggiunge il valore massimo, cioè quando $F_a = \mu\, Mg$. Dunque $\mu = c\,t_0\,/(M_T\,g) = 0.51$ (4)

Esercizio 3- 3.1 – Il calore assorbito nell' espansione isoterma è uguale al lavoro L ed è pari a:

$Q = L = nRT \ln 3$ e, quindi, $T = Q/\,(nR \ln 3) = 110$ K (1)

La pressione finale è $p = nRT/\,(3V) = 3.03\ 10^5$ pa (2)

3.2 - Il ciclo viene svolto in senso antiorario e, quindi, il lavoro totale L_T fatto dal gas e il calore assorbito $Q_T = L_T$ sono entrambi negativi. Ne consegue che il sistema opera come pompa di calore. Il calore totale è uguale all'area sottesa dal ciclo (con segno negativo !) e, quindi, è

$Q_T = -\,p(V)\,2V + Q = (\ln 3 - 2)\,nRT = -8.2\ 10^2$ J (3)

Esercizio 4- 4.1 – Il sistema ha simmetria sferica e, quindi, il campo elettrico è radiale e dipende solamente dalla distanza r dal centro della sfera. Applicando il teorema di gauss ad una superficie sferica di raggio $r = 2\,a$, si trova:

$$E4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\frac{4}{3}\pi\left(r^3 - a^3\right)}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow \qquad E = \frac{\rho\frac{4}{3}\pi\left(r^3 - a^3\right)}{4\pi r^2\varepsilon_0} = \frac{\rho\frac{4}{3}\pi(7a)}{4\pi 4\varepsilon_0} \tag{1}$$

Dove ρ è la densità volumica di carica

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi\left(b^3 - a^3\right)} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi\left(26a^3\right)} \tag{2}$$

Sostituendo la (2) nella(1) si trova:

$$E = \frac{7}{104}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = 6.05\ 10^{3} \text{ V/m} \tag{3}$$

4.2 - Poichè il campo elettrico è conservativo, si conserva l'energia meccanica. Dunque:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = qV(b) \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 b} \tag{4}$$

dove $V(b)$ è il potenziale sulla superficie della sfera. Dalla (4) si deduce:

$$v_0 = \sqrt{\frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 mb}} = 2.45\ 10^{-2}\ \text{m/s}$$

Esercizio 5 – 5.1 All'equilibrio le pressioni e le temperature dei due gas devono avere gli stessi valori p e T. Dunque, per l'equazione di stato dei gas perfetti $n_1 = pV/(RT) = n_2$ (1)
Indichiamo con n il valore incognito di n_1 e n_2. D'altra parte, inizialmente, i valori di n_1 e n_2 erano:

$n_1 = p_1V/(RT_1) = 0.12$ moli e $n_2 = p_2V/(RT_2) = 0.08$ moli (2)

Per la conservazione della massa $2n = n_1 + n_2$ e , quindi

$n = (n_1 + n_2)/2 = 0.1$ moli (3)

5.2 Non essendoci nessun pistone mobile, il lavoro fatto dal gas è nullo (vedi espansione libera). Inoltre, essendo le pareti adiabatiche non c'è nemmeno assorbimento di calore. Ne consegue che, per il I principio della Termodinamica, l'energia totale del sistema resta costante. Dunque, possiamo scrivere l'uguaglianza:

$$\frac{\gamma}{2}n_1RT_1 + \frac{\gamma}{2}n_2RT_2 = \frac{\gamma}{2}2nRT \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{n_1T_1 + n_2T_2}{2n} = 180\ \text{K} \tag{4}$$

Esercizio 6 – 6.1 – La velocità $v(t)$ è massima quando $dv/dt = 0$, cioè quando è nulla l'accelerazione della bacchetta. Per la legge di Newton ciò accade quando la forza sulla bacchetta esercitata dal campo magnetico è nulla, cioè quando è nulla la corrente i che scorre nella bacchetta. Ma l'equazione del circuito è

$$V_0 - \frac{d\Phi}{dt} = Ri \qquad \Rightarrow \qquad i = \frac{V_0 - LBv}{R} \tag{1}$$

Dove i è la corrente presa positiva in verso orario. Dalla (1) si deduce che $i = 0$ se

$v = V_0 / (LB) = 10$ m/s (2)

6.2 – L'equazione del moto della bacchetta è

$iLB = m\, dv/dt$ (3)

Sostituendo il valore di i dato dalla (1) nella (3) si trova l'equazione differenziale

$m dv/dt + L^2 B^2 v /R = V_0 L B /R$ (4)

La (4) è un'equazione differenziale del primo ordine a coefficienti costanti e non omogenea che ha, quindi, come soluzione con la condizione iniziale $v(t = 0) = 0$ l'espressione:

$$v = \frac{V_0}{LB}\left[1 - \exp(-\frac{L^2B^2}{mR}t)\right] \tag{5}$$

A $t = 1$ s il valore di v è, perciò : $v = 6.32$ m/s (6)