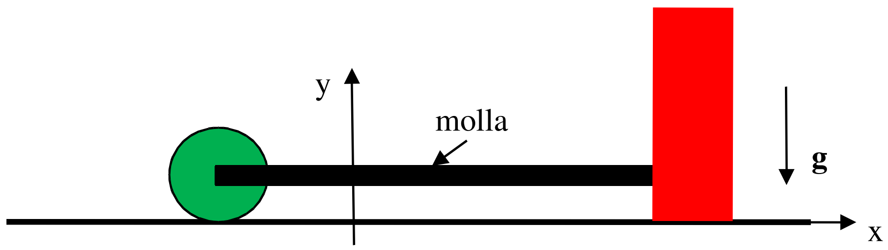
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE 20 febbraio 2015.

Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4] ,
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5] Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1: Un cilindro di massa m = 1 kg e raggio R =10 cm è appoggiato su un piano orizzontale con coefficiente di attrito statico μ = 0.5 ed è collegato sull'asse ad una molla di costante elastica K = 100 N/m con posizione di riposo in x = 0. L'altra estremità della molla è fissata ad una parete come mostrato schematicamente in figura. Inizialmente la molla è allungata di Δx = 5 cm e il cilindro viene lasciato libero di muoversi al tempo t = 0 s. Supponendo che il moto successivo del cilindro sia di rotolamento puro,



1.1– si trovi la massima velocità raggiunta dal cilindro e si dica quanto è il lavoro fatto dalla forza di attrito nell'intervallo di tempo in cui il cilindro raggiunge la massima velocità.

1.2- Si dica quale è il massimo allungamento che può essere impresso alla molla se si vuole che il cilindro non scivoli.

Esercizio 2 : Un cannoncino spara proiettili di massa m = 500 g con una data velocità v_0.

2.1– si dica con quale angolo θ rispetto all'orizzontale deve essere sparato un proiettile se si vuole che il tempo di permanenza in aria sia massimo possibile. Se nelle condizioni di cui sopra il tempo di permanenza in aria è t = 10 s, quale è la velocità v_0 di espulsione dei proiettili?

2.2- Si supponga, ora, che i proiettili vengano sparati verticalmente con velocità v_0 = 100 m/s. Assumendo che l'espulsione dei proiettili avvenga in un tempo brevissimo, si trovi quale è l'impulso della reazione del terreno durante il tempo di espulsione di ciascun proiettile.

Esercizio 3 : Un recipiente cilindrico adiabatico di superficie di base S = 10^{-2} m^2 contiene un volume V = 1 litro di acqua alla temperatura T_a = 20 °C. Per raffreddare l'acqua fino alla temperatura T = 5 °C si versa una certa massa m di ghiaccio a temperatura iniziale T_g = 0 °C.

3.1– Si trovi la massa m di ghiaccio necessaria.

3.2- Si calcoli l'altezza h dell'acqua nel recipiente a equilibrio raggiunto.
(il calore latente di fusione del ghiaccio è $\lambda = 3.3\ 10^5$ J/kg)

Esercizio 4: Un guscio sferico conduttore di raggio a = 10 cm e spessore trascurabile è caricato con una carica elettrica Q_1 = 1 nC. Un secondo guscio concentrico di raggio b = 2 a è caricato con la carica $Q_2 = 2\ Q_1$.

4.1– Si calcoli il potenziale elettrico del guscio di raggio a.

4.2- Si calcoli il lavoro necessario per portare le cariche elettriche Q_1 e Q_2 sui due conduttori.

Esercizio 5 : Un gas perfetto con n = 1 moli si trova inizialmente a temperatura T_0 = 300 K e a pressione $p_0 = 10^5$ Pa. Il gas compie una trasformazione reversibile durante la quale la temperatura varia in funzione del volume e della pressione secondo la legge $T = T_0 - (p - p_0)V/(nR)$ fino a raddoppiare il volume.

5.1– Si trovi come varia la pressione del gas in funzione del volume e si dica se la trasformazione è isobara, isocora, isoterma o adiabatica.

5.2- Si calcoli il lavoro L fatto dal gas per raddoppiare il suo volume.

Esercizio 6 : Un sistema è costituito da un conduttore cilindrico di raggio a = 1 mm e un secondo conduttore cilindrico cavo coassiale con raggio interno b = 2 a e raggio esterno c = 3 a. Nel conduttore interno viene inviata nella direzione parallela all'asse una corrente i = 1 A distribuita uniformemente mentre in quello esterno una corrente 3i distribuita uniformemente e nella stessa direzione e verso. Entrambi i conduttori hanno conducibilità elettrica $\sigma = 10^7\ \Omega^{-1}\ m^{-1}$ e lunghezza L = 1 m.

5.1– Si calcoli il campo di induzione magnetica a distanza r = 2.5 mm dall'asse.

5.2- Si calcoli la potenza totale P dissipata dai conduttori.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzioni.

Esercizio 1 – 1.1. – Poiché il moto è di rotolamento puro, il punto di contatto è istantaneamente fermo e , quindi, la forza di attrito non compie lavoro. Dunque, si conserva l'energia meccanica. La massima velocità viene raggiunta in x = 0 dove l'energia potenziale elastica è minima e uguale a zero. Dalla legge di conservazione dell'energia si deduce: $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{mR^2}{2}\right)\omega^2 = \frac{1}{2}K(\Delta x)^2$ (1)

Ma nel rotolamento puro $\omega = v/R$ e, quindi sostituendo questa espressione nella (1) si trova:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{3m}}\ \Delta x = 0.41 \text{ m/s} \qquad (2)$$

1.2- Le equazioni cardinali sono: $-F_a - Kx = ma$ (3)

e

$$F_a R = m\frac{R^2}{2}\alpha \qquad (4)$$

dove x rappresenta la *posizione* dell'asse del cilindro ad un generico istante.

Perché il rotolamento sia puro $\alpha = a/R$ che, sostituito nella (4) fornisce $a = 2\ F_a/m$ (5)

Sostituendo quest'ultima espressione nella (3) si trova $F_a = -K\,x/3$ (6)

Il massimo valore del modulo della forza di attrito si ha quando $|x|$ è massimo e, cioè, all'istante iniziale in cui $|x| = \Delta x$. Il corpo scivola se il massimo valore assoluto di F_a supera il massimo valore consentito che è μmg. Dunque, il massimo allungamento è:

$\Delta x_{max} = 3\ \mu\ mg/K \approx 0.15$ m = 15 cm (7)

Esercizio 2- 2.1- indichiamo con x la coordinata orizzontale e con y quella verticale orientata verso l'alto e assumiamo che le coordinate del proiettile al tempo $t = 0$ siano $x = 0$ e $y = 0$. La legge oraria del proiettile è $x(t) = v_0 \cos\theta\ t$ (1)

e $y(t) = v_0 \sin\theta\ t - gt^2/2$ (2)

Il tempo t di permanenza in aria è il tempo necessario al proiettile per tornare in $y = 0$, cioè:

$t = 2\ v_0 \sin\theta / g$ (3)

che è massimo per $\theta = 90°$. Il valore di v_0 si ottiene sostituendo $t = 10$ s e $\theta = 90°$ in eq.(3):

$v_0 = g\ t/2 = 49$ m/s (4)

2.2 – Le forze esterne agenti sul sistema cannone + proiettile sono la forza peso e la reazione del terreno. L'impulso della forza peso nel brevissimo intervallo di tempo in cui avviene l'espulsione è trascurabile (la forza peso non è impulsiva) e, quindi, l'impulso è dovuto solamente alla reazione del terreno ed è pari a $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{P}_f - \boldsymbol{P}_i$ (5)

Dove $\boldsymbol{P}_i$ e $\boldsymbol{P}_f$ sono i vettori quantità di moto iniziali e finali del sistema cannone + proiettile. Ma

$\boldsymbol{P}_i = (\ 0\ \text{Ns}, 0\ \text{N s})$ e $\boldsymbol{P}_f = (\ 0\ \text{N s},\ mv_0)$ (6)

Dunque, $\boldsymbol{I} = (\ 0\ \text{Ns}, mv_0) = (\ 0\ \text{Ns}, 50\ \text{Ns})$

Esercizio 3- 3.1 Il calore assorbito dal ghiaccio per raggiungere la temperatura finale T è

$Q_g = m\ (\ \lambda + c_a\ T)$ (1)

mentre quello assorbito dall'acqua è $Q_a = \rho c_a V(T-T_a)$ (2)

Poiché il recipiente è adiabatico deve essere $Q = Q_a + Q_g = m\ (\ \lambda + c_a\ T) + \rho c_a V(T-T_a) = 0$ (3)

Da cui si deduce: $m = -\rho c_a V(T-T_a) / [(\ \lambda + c_a\ T)] = 0.179$ kg (4)

3.2 - Il ghiaccio sciolto si trasforma interamente in acqua aumentando il volume dell'acqua di una quantità $\Delta V = m/\rho = 0.179\ 10^{-3}\ \text{m}^3$ (5)

Conseguentemente, il volume finale dell'acqua è $V_f = V + \Delta V = 1.18\ 10^{-3}\ \text{m}^3$ che corrisponde ad un'altezza dell'acqua $h = V_f / S = 1.18\ 10^{-1}$ m = 11.8 cm

Esercizio 4- 4.1 – Il sistema ha simmetria sferica e, quindi, il campo elettrico è radiale e dipende solamente dalla distanza r dal centro della sfera. Applicando il teorema di gauss ad una superficie sferica di raggio r, si trova: $$E = \frac{Q_{\text{int}}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (1)$$

Dove $Q_{\text{int}} = 0$ per $r < a$, $Q_{\text{int}} = Q_1$ per $a < r < b$ e $Q_{\text{int}} = Q_1 + Q_2 = 3\,Q_1$ per $r > b$ (2)

Il potenziale V_1 del conduttore di raggio a è

$$V_1 = \int_a^b E(r)dr + \int_b^\infty E(r)dr = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + \frac{3Q_1}{4\pi\varepsilon_0 b} = 1.80\ 10^2\,\text{V} \quad (3)$$

4.2 - Il lavoro L fatto dall'operatore per portare le cariche sui conduttori è pari all'energia di configurazione dei conduttori che è:

$$U = \frac{1}{2}Q_1V_1 + \frac{1}{2}Q_2V_2 = \frac{1}{2}Q_1V_1 + Q_1V_2 \quad (4)$$

dove V_2 è il potenziale del conduttore di raggio b che è $V_2 = \int_b^\infty E(r)dr = \frac{3Q_1}{4\pi\varepsilon_0 b} = 1.35\ 10^2$ V (5)

Dunque, $L = U = 2.25\ 10^{-7}$ J (6)

Esercizio 5 – 5.1 Poiché la trasformazione è reversibile, la temperatura deve soddisfare ad ogni istante anche la legge dei gas perfetti $T = pV/(nR)$ (1)

Sostituendo la temperatura nella legge di variazione, dopo semplici passaggi si trova

$$p = nRT_0/(2V) + p_0/2 \quad (2)$$

Confrontando la (2) con le funzioni che caratterizzano le trasformazioni reversibili adiabatica, isoterma, isocora e isobara , si vede che la (2) non corrisponde a nessuna di queste trasformazioni.

5.2 Il lavoro fatto dal gas per raddoppiare il volume è::

$$L = \int_{V_0}^{2V_0} p dv = \int_{V_0}^{2V_0}\left(\frac{nRT_0}{2V} + \frac{p_0}{2}\right)dv = \frac{nRT_0}{2}\ln 2 + \frac{p_0}{2}V_0 \quad (3)$$

dove $V_0 = nRT_0/p_0$ (4)

è il volume iniziale. Sostituendo V_0 di eq.(4) nella (3) si ottiene:

$$L = \frac{nRT_0}{2}(\ln 2 + 1) = 2.11\ 10^3\ \text{J} \quad (5)$$

Esercizio 6 – 6.1 – Il sistema ha simmetria cilindrica e, quindi, le linee di campo sono delle circonferenze centrate sull'asse e il campo dipende solo dalla distanza r dall'asse. Per calcolare il campo in $r = 2.5$ mm basta applicare il teorema di Gauss ad una linea circolare di raggio r centrata sull'asse. Si trova: $B = \mu_0\, i_{\text{conc}} / (2\,\pi\, r)$ (1)

Dove i_{conc} è la corrente concatenata che è pari a:

$$i_{conc} = i + 3i\frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} = 2.35\ \text{A} \quad (2)$$

Sostituendo tale valore nella (1) con $r = 2.5$ mm si ottiene:

$$B = 1.88\ 10^{-4}\ \text{T} \quad (3)$$

6.2 – Le resistenze elettriche R_1 del filo interno e R_2 del filo esterno sono date da:

$$R_1 = \frac{L}{\sigma\pi a^2} = 3.18\ 10^{-2}\ \Omega \qquad \text{e} \qquad R_2 = \frac{L}{\sigma\pi(c^2 - a^2)} = \frac{L}{5\sigma\pi a^2} = 0.637\ 10^{-2}\ \Omega \quad (4)$$

Dunque, la potenza totale dissipata è:

$$P = R_1\, i^2 + R_2\,(3i)^2 = 8.9\ 10^{-2}\ \text{W} \quad (5)$$