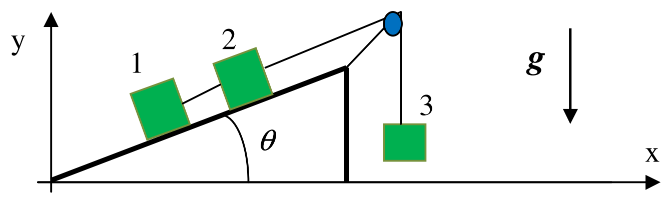
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 15 Giugno 2015

Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4] durata 3 ore
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4] durata 3 ore
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3] durata 2 ore e 15 minuti
Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4] durata 2 ore e 15 minuti

Esercizio 1 - Tre corpi sono disposti come in figura e collegati fra loro da funi inestensibili di massa trascurabile. Le masse dei corpi 2 e 3 sono uguali e pari a M = 1kg. La carrucola ha massa trascurabile ed è libera di ruotare senza attrito attorno al proprio asse. Il piano inclinato in figura fa un angolo θ = 30°. Supponendo che tutti gli attriti siano trascurabili,



1.1 - si trovi il valore che deve avere la massa m del corpo 1 se si vuole che il sistema stia in equilibrio e si trovi la tensione T_{12} della fune che collega i corpi 1 e 2 in questa situazione.

Ad un dato istante, la fune che collega i corpi 1 e 2 si rompe.

1.2 – Si trovi l'accelerazione del corpo 3 e la tensione T_{23} della fune che collega i corpi.

Esercizio 2- Nelle condizioni della domanda 1.2 dell'esercizio precedente, si supponga che la carrucola abbia massa M = 1kg e raggio r = 10 cm. In queste condizioni, supponendo che la fune non scivoli sulla carrucola,

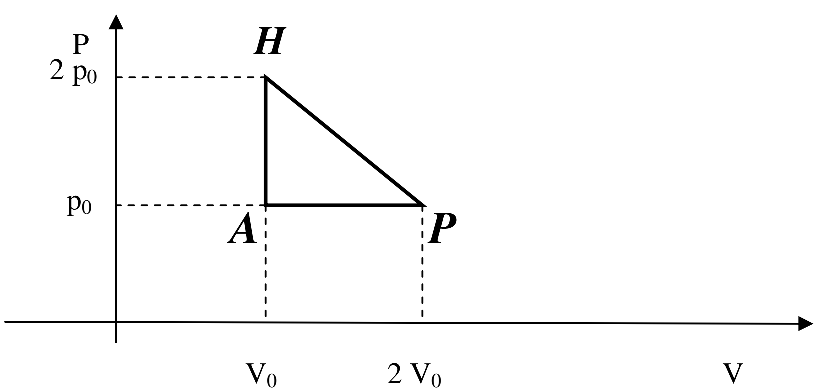
2.1 – Si calcoli l'accelerazione del corpo 3.

2.2- Si trovino le componenti x ed y (vedi assi in figura) della forza $\boldsymbol{F}$ risultante esercitata dalla fune sulla carrucola.

Esercizio 3 - Un gas perfetto compie la trasformazione ciclica mostrata in figura a partire dallo stato A. Nella trasformazione il gas compie un lavoro pari a L = - 100 J e raggiunge la minima temperatura T_{min} = 100 K. Il volume iniziale del gas è $V_0 = 10^{-3}$ m^3.

3.1 - Si dica, motivando la risposta, se il ciclo è reversibile e se il sistema si comporta come pompa di calore o motore. Si trovino i valori della pressione iniziale p_0 e il numero di moli di gas.

3.2 - Si trovi la massima temperatura T_{max} raggiunta dal gas nel ciclo.

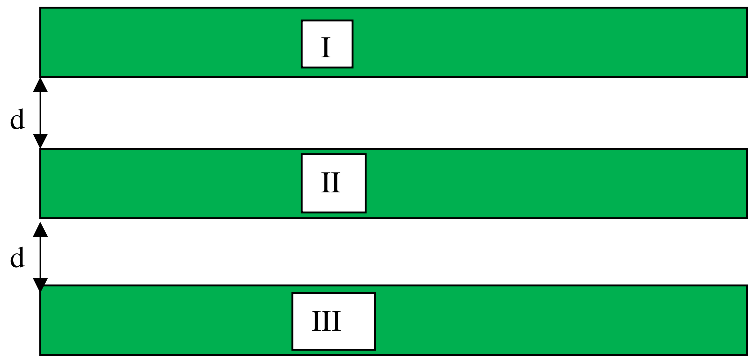


Esercizio 4. Tre piastre conduttrici di spessore d = 1 cm e superficie di area S = 1 m^2 sono disposte parallelamente come mostrato in figura a distanza d l'una dall'altra. La piastra I è caricata con una carica elettrica Q = 1 nC mentre le piastre II e III sono scariche.

4.1 – Si trovi la differenza di potenziale fra le piastre II e III in condizioni di equilibrio.

Ad un dato istante, le piastre I e III vengono collegate con un filo conduttore e si attende che il sistema raggiunga nuovamente l'equilibrio.

4.2 - Si trovi quanta carica fluisce dal conduttore I al conduttore III durante l'intero transitorio.



ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Es. 1- **1.1**- In condizioni di equilibrio la forza su ciascun corpo deve essere nulla. Dunque:

$$Mg - T_{23} = 0 \qquad (1)$$

$$T_{23} - T_{12} - Mg\sin\theta = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T_{12} = Mg(1-\sin\theta) \qquad (2)$$

$$T_{12} = mg\sin\theta \qquad (3)$$

Sostituendo la (3) nella (2) si ottiene $m = \dfrac{M - M\sin\theta}{\sin\theta} = M = 1\text{ kg}$ (4)

che, sostituito nella (3) fornisce $T_{12} = mg\sin\theta = 4.9\text{ N}$ (5)

1.2 - Le equazioni del moto dei corpi 3 e 2:

$$Mg - T_{23} = M\,a \qquad (6)$$

$$T_{23} - Mg\sin\theta = M\,a \qquad (7)$$

Risolvendo il sistema, si trova $a = \dfrac{g(1-\sin\theta)}{2} = 2.45\text{ m/s}^2$ (8)

$$T_{23} = Mg\left(\frac{1+\sin\theta}{2}\right) = 7.35\text{ N} \qquad (9)$$

Soluzione Esercizio 2. **2.1**- In questo caso, la tensione T_3 nel tratto di corda collegato con il corpo 3 è maggiore di quella nel tratto collegato con il corpo 2 perché sulla carrucola deve essere applicato un momento di forza che la metta in rotazione. Le equazioni del moto per i corpi 3 e 2 sono, perciò:

$$Mg - T_3 = Ma \qquad (1)$$

$$T_2 - Mg\sin\theta = Ma \qquad (2)$$

$$(T_3 - T_2)r = I\alpha = \frac{Mra}{2} \qquad \Rightarrow \qquad (T_3 - T_2) = \frac{Ma}{2} \qquad (3)$$

dove abbiamo utilizzato la relazione $I = Mr^2/2$ e $\alpha = a/r$ valida nell'ipotesi che la fune non scivoli sulla carrucola. Sommando i membri a destra e a sinistra nelle (1),(2) e (3) si trova:

$$a = \frac{2}{5}g(1-\sin\theta) = 1.96\text{ m/s}^2 \qquad (4)$$

2.2 – La forza totale esercitata dalla fune sulla carrucola è la somma delle forze di tensione:

$$\vec{T}_3 = (0, -T_3) \qquad \text{e} \qquad \vec{T}_2 = (-T_2\cos\theta, -T_2\sin\theta) \qquad (5)$$

e, quindi, la forza risultante è: $\vec{F} = (-T_2\cos\theta, -T_3 - T_2\sin\theta)$ (6)

dove T_2 e T_3 si ottengono risolvendo il sistema di equazioni (1) e (2) con a dato dalla (4). Si trova:

$$T_2 = \frac{2}{5}Mg + \frac{3}{5}Mg\sin\theta = \frac{7}{10}Mg\,, \quad T_3 = \frac{3}{5}Mg + \frac{2}{5}Mg\sin\theta = \frac{8}{10}Mg \qquad (7)$$

che, sostituiti nella (6), forniscono: $\vec{F} = (-\frac{7}{10}Mg\cos\theta, -\frac{7}{10}Mg\sin\theta - \frac{8}{10}Mg) =$ (-5.94 N, -11.3 N)

Soluzione Esercizio 3 – 3.1 – Il ciclo è rappresentato da una curva continua, quindi corrisponde ad una successione di stati di equilibrio e, perciò, è un ciclo reversibile. Il lavoro fatto dal gas è negativo e, quindi, il sistema opera come pompa di calore. Il valore assoluto del lavoro è uguale all'area sotto la curva e, quindi: $\dfrac{p_0V_0}{2} = |L| \;\Rightarrow\; p_0 = \dfrac{2|L|}{V_0} = 2\;10^5\text{ Pa}$ (1)

La temperatura è minima in A , dunque, per l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$n = \frac{p_0V_0}{RT_{min}} = 0.24\text{ moli} \qquad (2)$$

3.2 La massima temperatura viene raggiunta nel punto dove è massimo il prodotto pV. Nei vertici H e P del ciclo, il prodotto PV ha lo stesso valore , dunque si deduce che in tali punti la temperatura è la stessa. Tracciando l'isoterma che passa per i punti H e P si vede immediatamente che i punti interni del segmento HP si trovano sopra l'isoterma e, di conseguenza, la temperatura sarà massima in un punto interno a tale segmento. L'equazione del segmento passante per i due vertici B e C è

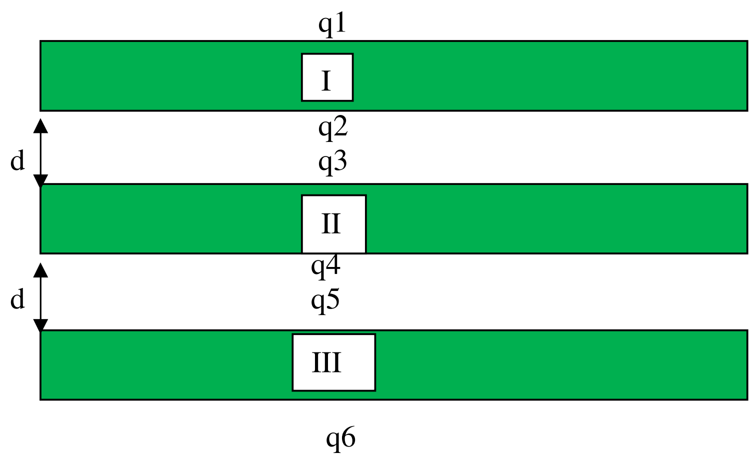
$$p(V) = 2p_0 - \frac{p_0}{V_0}(V - V_0) \qquad (\text{ con } V_0 < V < 2V_0) \qquad (3)$$

La temperatura in un generico punto del segmento è $T = \frac{p(V)V}{nR} = \frac{3p_0 V - \frac{p_0}{V_0}V^2}{nR}$ (4)

La temperatura massima corrisponde al valore di V per cui la derivata di T di eq.(4) rispetto a V si annulla. Facendo la derivata si trova $V_{\max} = 3V_0/2$ (5)

che, sostituito nella (4) fornisce la temperatura massima: $T_{\max} = \frac{9}{4}\frac{p_0 V_0}{nR} = \frac{9}{4}T_{\min} = 225\text{ K}$ (6)

Soluzione Esercizio 4 –



4.1 -Indicando con q_1, q_2 … q_6 le cariche che si distribuiscono sulle 6 superfici delle piastre (vedi figura) e applicando il teorema di Gauss si trova

$q_3 = - q_2$ (1)
$q_5 = - q_4$ (2)

mentre, applicando la conservazione della carica, si trova:

$q_1 + q_2 = Q$ (3)
$q_3 + q_4 = 0$ (4)
$q_5 + q_6 = 0$ (5)

Infine, imponendo che il campo si annulli all'interno del conduttore I si trova

$q_1 - q_2 - q_3 - q_4 - q_5 - q_6 = q_1 - q_6 = 0$ (6)

Il sistema (1)-(6) ammette la soluzione $q_1 = Q/2$, $q_2 = Q/2$, $q_3 = -Q/2$, $q_4 = Q/2$, $q_5 = -Q/2$, $q_6 = Q/2$
Applicando il teorema di Coulomb si trova il campo nello spazio fra i conduttori II e III e, quindi, la ddp che è $V = E\,d = Qd/(2\varepsilon_0 S) = 0.56\text{ V}$ (7)

4.2- Le relazioni (1), (2) , (4) e (6) continuano ad essere valide mentre le (3) e (5) no. La conservazione della carica ora ci permette solamente di scrivere che la carica totale su I e III deve essere pari a Q, cioè: $q_1 + q_2 + q_5 + q_6 = 0$ (8)

Infine, la ddp fra i conduttori I e III deve essere nulla e, quindi: $\frac{q_2 d}{\varepsilon_0 S} + \frac{q_4 d}{\varepsilon_0 S} = 0$ (9)

La soluzione del sistema (1),(2), (4), (6), (8),(9) è $q_1 = q_6 = Q/2$ e $q_2 = q_3 = q_4 = q_5 = 0$ (10)
In definitiva, il conduttore I che aveva carica Q ha adesso carica $q_1 + q_2 = Q/2$, mentre il conduttore III che era scarico ha acquistato una carica $q_5 + q_6 = Q/2$. Dunque, la carica $\Delta Q = Q/2 = 0.5$ nC è fluita dal conduttore I al conduttore III.