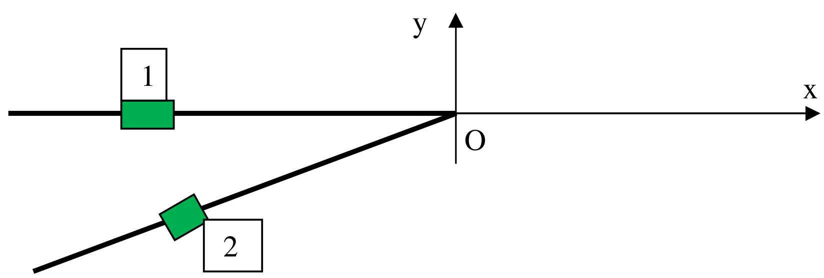
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 6 Luglio 2015

Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4] durata 3 ore
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4] durata 3 ore
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3] durata 2 ore e 15 minuti
Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4] durata 2 ore e 15 minuti

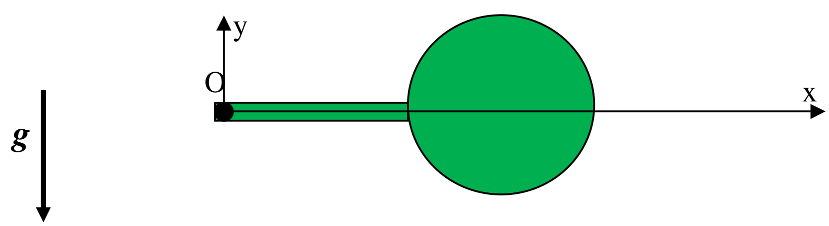
Esercizio 1 - Due strade rettilinee fanno un angolo fra loro $\theta = 30°$ e si incontrano nel punto *O*. Due automobili viaggiano sulle due strade dirette verso il punto *O*. Le automobili hanno massa m = 1000 Kg. L'automobile 1 viaggia a velocità costante v_0 = 20 m/s e, all'istante t = 0 di trova a distanza d = 1 km da *O*. L'automobile 2 è ferma a t = 0 e inizia a muoversi con una velocità che cresce nel tempo secondo la legge $v(t) = b\,t^2$ dove $b = 10^{-2}$ m/s^3. Le due auto si urtano in *O*.



1.1 – Si trovi a quale distanza d_2 da *O* si trova inizialmente l'automobile 2 e le coordinate x ed y del centro di massa delle due auto al tempo iniziale.

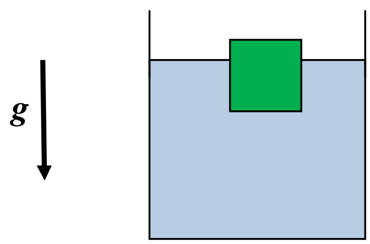
1.2 – Sapendo che dopo l'urto le auto restano attaccate, si trovi l'energia dissipata nell'urto.

Esercizio 2- Una sfera di massa m = 1 kg e raggio r = 10 cm è attaccata ad una'asta di massa m e lunghezza $L = 2\,r$ che ha l'altra estremità vincolata a ruotare senza attrito attorno ad un asse orizzontale (asse z uscente dal piano della figura) e passante per *O*. L'asta si trova inizialmente ferma e disposta orizzontalmente come mostrato in figura. Al tempo t = 0 l'asta viene lasciata libera di ruotare attorno ad *O*.



2.1 – Si trovi la massima velocità angolare raggiunta dall'asta.
2.2- Si trovi l'accelerazione centripeta e quella tangenziale del centro di massa del sistema asta + sfera quando esso si trova nella posizione più bassa raggiunta nel moto. Si trovino, quindi, le componenti x ed y della forza $\boldsymbol{F}$ esercitata dall'asse passante per *O* quando il sistema si trova nella posizione suddetta.

Esercizio 3 – Una vaschetta cilindrica ha superficie di base $S = 10^{-2}$ m^2 e contiene un certo volume di acqua. Un cubetto di legno di massa m = 200 g galleggia sulla superficie dell'acqua con l'80% di volume sommerso. Un pezzo di piombo di massa M viene appoggiato sul cubetto di legno e si osserva che, all'equilibrio la superficie superiore del legno si dispone allo stesso livello della superficie dell'acqua.



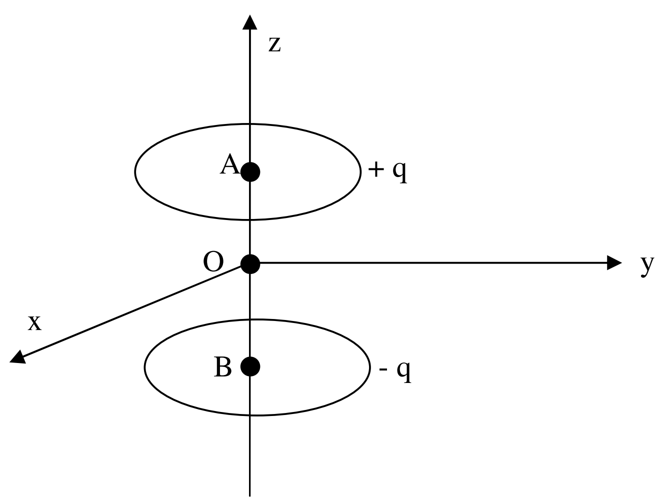
3.1 – Si trovi la massa M del piombo.

3.2 – Si dica di quanto aumenta la pressione sul fondo del recipiente quando viene posto il piombo sul legno.

Esercizio 4. Due spire circolari di raggio r = 10 cm giacciono su piani paralleli e sono coassiali e con i centri posti a distanza $d = 2\ r$ l'uno dall'altro come mostrato schematicamente in figura. Le spire sono caricate uniformemente con cariche elettriche uguali ed opposte q e $-q$ dove q = 1 nC.

4.1 – Si trovino le componenti x , y e z del campo elettrico nel punto O al centro fra le spire.

4.2 - Si trovi il potenziale elettrostatico in O e la differenza di potenziale $V(A) - V(B)$ fra i centri delle spire A e B di figura.



ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Es. 1- **1.1**- l'auto 1 arriva in O al tempo $t_1 = d/v_0 = 50$ s. A questo istante, lo spazio percorso dall'auto 2 è:

$$s = \int_0^{t_1} v(t)dt = b\frac{t_1^3}{3} = 417 \text{ m} \quad (1)$$

Dunque, l'auto 2 urterà l'auto 1 se la 2 si trova alla distanza $s = 417$ m da O.
Le coordinate iniziali delle due auto sono:

$$\boldsymbol{r}_1 = (-d, 0) \quad , \quad \boldsymbol{r}_2 = (-s\cos\theta, -s\sin\theta) \quad (2)$$

dunque, il CM è $\boldsymbol{R} = (-d - s\cos\theta, -s\sin\theta)/2 = (-681 \text{ m}, -104 \text{ m})$ (3)

1.2 - Dopo l'urto le auto hanno la stessa velocità v e, quindi, l'urto è totalmente anelastico. Subito prima dell'urto l'auto 1 ha velocità di modulo $v_1 = v_0 = 20$ m/s mentre la 2 ha velocità di modulo $v_2 = b\, t_1^2 = 25$ m/s. Nell'urto si conserva la quantità di moto del sistema e , quindi

$$\vec{v} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2} \quad (4)$$

Sostituendo nella (4) le velocità vettoriali $\boldsymbol{v}_1 = (v_0, 0) = (20 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s})$ e $\boldsymbol{v}_2 = (v_2\cos\theta, v_2\sin\theta) = (21.7 \text{ m/s}, 12.5 \text{ m/s})$, si trova :

$$\boldsymbol{v} = (20.8 \text{ m/s}, 6.25 \text{ m/s}) \quad (5)$$

L'energia dissipata nell'urto è

$$E_{diss} = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}2mv^2 = 40.8\ 10^3 \text{ J} \quad (6)$$

Soluzione Esercizio 2. **2.1**- Poiché gli attriti sono trascurabili, si conserva l'energia meccanica e , quindi la massima velocità angolare verrà raggiunta quando è minima l'energia potenziale della forza peso, cioè quando l'asta si trova nella posizione più bassa. L'energia potenziale dipende dall'altezza del centro di massa del sistema. Il centro di massa si trova a distanza d da O dove

$$d = \frac{mL/2 + m(L+r)}{2m} = 2r \quad (1)$$

Inizialmente il CM si trova in $x = d$ e $y = 0$ mentre, all'istante di massima velocità angolare, si trova in $x = 0$ e $y = -d$. Assumendo come 0 dell'energia potenziale la posizione iniziale $y = 0$, l'energia meccanica iniziale è pari a zero ed uguale all'energia meccanica finale , dunque:

$$I\omega^2/2 - 2mgd = I\omega^2/2 - 4mgr = 0 \quad (2)$$

dove I è il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse passante per O che è pari a:

$$I = m\frac{L^2}{3} + m(L+r)^2 + \frac{2}{5}mr^2 = \frac{161}{15}mr^2 = 0.107 \text{ Kg m}^2 \quad (3)$$

Sostituendo la (3) nella (2) si ottiene:

$$\omega = \sqrt{\frac{8mgr}{I}} = 8.55 \text{ rad/s} \quad (4)$$

2.2 – Il centro di massa si muove su una circonferenza di raggio d e centro in O. Quando l'asta arriva nella posizione di minima altezza, la velocità angolare è massima e, quindi, è massima anche la velocità del centro di massa. Dunque, l'accelerazione tangenziale $a_{\tan}$ che è pari dv/dt è nulla.
L'accelerazione del CM è solo centripeta diretta lungo l'asse y nel verso positivo e di modulo:

$$a_c = \omega^2 d = 16\, mgr/I = 14.6 \text{ m/s}^2 \quad (5)$$

La forza $\boldsymbol{F}$ esercitata dall'asse deve soddisfare la I equazione Cardinale della dinamica dei sistemi e, quindi: $\vec{F} + 2m\vec{g} = 2m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = -2m\vec{g} + 2m\vec{a}$ (6)

ma $2m\,\boldsymbol{a} = (0, 2ma_c)$ e $-2m\,\boldsymbol{g} = (0, 2mg)$, dunque:

$$\boldsymbol{F} = (0, 2ma_c + 2mg) = (0 \text{ N}, 49 \text{ N}) \quad (7)$$

Soluzione Esercizio 3 – 3.1 – In assenza del piombo il cubetto di legno si trova in equilibrio quando il suo peso e' equilibrato dalla forza di Archimede che è proporzionale al volume sommerso del legno che è 0.8 V dove V = volume del cubetto di legno. Dunque

$$\rho_a 0.8V\ g = mg \qquad \Rightarrow \qquad V = \frac{m}{\rho_a 0.8} = 0.25\ 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 \tag{1}$$

dove ρ_a è la densità dell'acqua. Dopo che viene aggiunto il piombo, la condizione di equilibrio diventa:

$$\rho_a V\ g = (m+M)g \qquad \Rightarrow \qquad M = \rho_a V - m = \frac{m}{0.8} - m = 0.050\ \mathrm{Kg} \tag{2}$$

3.2 Prima di inserire il piombo, l'altezza h_0 della superficie dell'acqua soddisfa l'equazione:

$$Sh_0 = V_0 + 0.8\ V \qquad \Rightarrow \quad h_0 = \frac{V_0 + 0.8V}{S} \tag{3}$$

dove V_0 è il volume di acqua. Dopo che è inserito il piombo l'altezza h soddisfa la nuova relazione:

$$Sh = V_0 + V \quad \Rightarrow \quad h = \frac{V_0 + V}{S} \tag{4}$$

La pressione sul fondo all'inizio era (legge di Stevino) $p_i = p_0 + \rho_a g h_0$ mentre alla fine $p_f = p_0 + \rho_a g h$ dove p_0 è la pressione atmosferica. Di conseguenza, la variazione di pressione è

$$\Delta p = p_f - p_i = \rho_a g \frac{0.2V}{S} = 49\ \mathrm{Pa} \tag{5}$$

Soluzione Esercizio 4 - 4.1 –Per simmetria il campo in O generato dalla spira superiore è diretto lungo l'asse z nel verso negativo ed è uguale a quello prodotto dalla spira inferiore. Dunque L'unica componente diversa da 0 del campo e' la componente z ed ha valore $E = 2\ E_{qz}$ dove E_{qz} è la componente z del campo prodotto da una singola spira. Il campo sull'asse della spira con carica q a distanza h dal centro della spira è

$$E_{qz} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{h}{R^3}dq = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{hq}{R^3} \tag{1}$$

dove si è sfruttato il fatto che $h = r$ e $R = (r^2 + r^2)^{1/2}$ sono costanti e possono essere portati fuori dal segno di integrale. Dunque:

$$E = 2E_{qz} = -\frac{q}{4\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 r^2} = -\ 636\ \mathrm{V/m} \tag{3}$$

4.2- Il punto O è equidistante da ogni punto delle due spire e, quindi, essendo le cariche sulle spire opposte, il potenziale risultante è nullo in O. Per motivi di simmetria il potenziale in B è uguale ed opposto al potenziale in A, dunque

$$V(A) - V(B) = 2\ V(A). \tag{4}$$

E' sufficiente, quindi, calcolare il potenziale in A generato dalle due spire che è:

$$V(A) = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} - \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} \tag{5}$$

dove $R = \sqrt{(2r)^2 + r^2} = \sqrt{5}r$ sono costanti e, quindi, possono essere portati fuori dal segno di integrale. Dunque,

$$V(A) - (V(B) = 2V(A) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r}\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} = 99.4\ \mathrm{V} \tag{6}$$