

**Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE, e EDILE. 8 Settembre 2015**

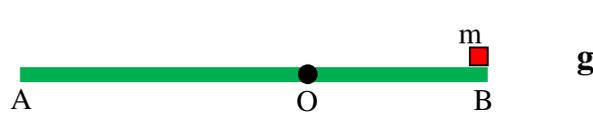
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[ test 1,2,3,4] durata 3 ore

Edili : Fisica Generale ( BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4] durata 3 ore

Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3] durata 2 ore e 15 minuti

Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4] durata 2 ore e 15 minuti

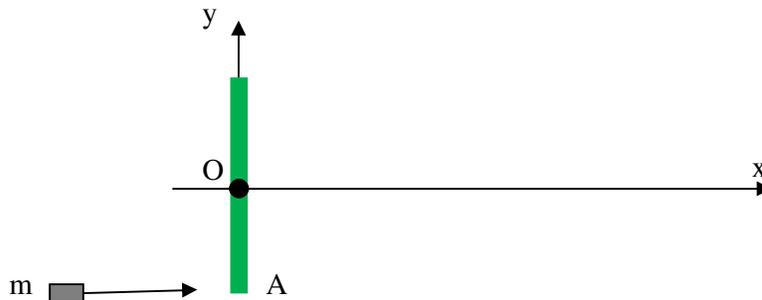
**Esercizio 1** - Un'asta omogenea di lunghezza  $L = 1$  m e massa  $M = 1$  Kg è libera di ruotare attorno ad un asse passante per  $O$  a distanza  $L_1 = 2/3 L$  e  $L_2 = 1/3 L$  dagli estremi  $A$  e  $B$  dell'asta. L'asta si trova in equilibrio quando una massa  $m$  viene appoggiata sull'asta in  $B$  come mostrato in figura



**1.1** – Si calcoli il valore di  $m$  e la reazione  $R$  esercitata dall'asse passante per  $O$  sull'asta. Ad un dato istante, il corpo di massa  $m$  viene rimosso e, conseguentemente, l'asta si pone in rotazione.

**1.2** – Si calcoli la massima velocità angolare raggiunta dall'asta..

**Esercizio 2**- Un'asta di massa  $M = 1$  Kg e lunghezza  $L = 1$  m è appoggiata su un piano orizzontale  $xOy$  ed è libera di ruotare attorno ad un asse verticale passante per  $O$  al centro dell'asta. Tutti gli attriti sono trascurabili. Un proiettile di massa  $m = M/10$  si muove a velocità  $v_0 = 10$  m/s parallelamente all'asse  $x$  nel verso positivo ed urta l'asta nell'estremo  $A$  dove si conficca.



**2.1** – Si calcoli la velocità angolare  $\omega$  acquistata dall'asta subito dopo l'urto e l'energia dissipata nell'urto.

**2.2**- Si trovino le componenti  $I_x$  e  $I_y$  dell'impulso della forza esercitata dall'asse passante per  $O$  durante l'intero urto.

**Esercizio 3** – In un cilindro a pareti adiabatiche scorre senza attrito un cilindro adiabatico. Inizialmente sono presenti  $n_0 = 0.1$  moli di gas ideale monoatomico che occupano il volume  $V_0 = 1$  l alla temperatura  $T_0$ . Spostando il pistone, si effettua una trasformazione reversibile fino a raggiungere il volume  $V_0/2$ . Dopodiché, il pistone viene tenuto fermo nella posizione finale e viene aperta una valvola nel pistone dimodochè il gas si espande nuovamente fino a riempire l'intero volume iniziale  $V_0$ . Si sa che il lavoro fatto dall'operatore è  $L = 100$  J.



**3.1** – Si calcoli la pressione iniziale  $p_0$ .

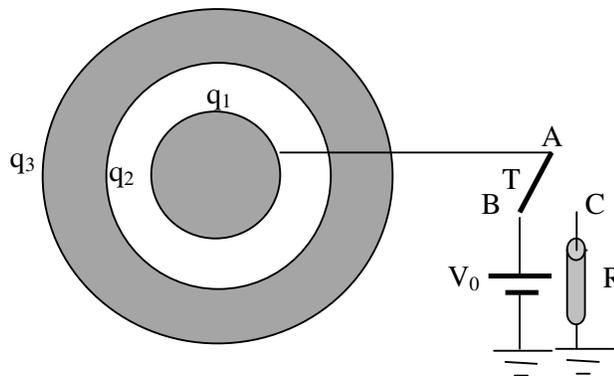
**3.2** – Si calcoli la temperatura iniziale  $T_0$  e quella finale  $T_f$  del gas.

**Esercizio 4.** Due sfere conduttrici concentriche sono disposte come in figura. La sfera interna è piena ed ha raggio  $a = 10$  cm, quella esterna ha raggio interno  $b = 2a = 20$  cm, raggio esterno  $c = 3a = 30$  cm ed è elettricamente scarica. Inizialmente l'interruttore  $T$  in figura connette i punti  $A$  e  $B$ , cioè mette in contatto il conduttore centrale con il polo positivo della batteria che fornisce una tensione  $V_0 = 1$  V.

**4.1** – Si trovino le cariche  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  che si accumulano, rispettivamente, sulle superfici sferiche di raggio  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

Ad un dato istante, l'interruttore  $T$  viene ruotato in modo da connettere il punto  $A$  con  $C$  collegando il conduttore centrale alla resistenza  $R = 10 \Omega$ .

**4.2** - Si trovi la corrente che fluisce nella resistenza immediatamente dopo la chiusura dell'interruttore e il valore della corrente che scorre nella resistenza a regime.



**ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.**

**Soluzione Es. 1- 1.1-** Poiché l'asta e la massa  $m$  restano ferme, Il momento totale delle forze esterne rispetto ad  $O$  e la forza totale esterna devono essere nulli. Il centro di massa dell'asta è posto a sinistra di  $O$  a distanza

$$d = L/2 - L/3 = L/6 \quad (1)$$

Dunque, il momento di forza esercitato dalla forza di gravità sull'asta rispetto ad  $O$  è perpendicolare al piano di figura e diretto in verso uscente (asse  $z$ ). La componente  $z$  del momento di forza totale esercitato dalle forze esterne rispetto ad  $O$  ( forza peso dell'asta e della massa  $m$  e forza di reazione dell'asse) è:

$$\tau_z = M g L/2 - m g L/3 = 0 \quad \Rightarrow \quad m = M/2 = 0.5 \text{ kg} \quad (2)$$

mentre la somma delle forze esterne applicate sul sistema è

$$Mg + mg + R = 0 \quad \Rightarrow \quad R = - (m + M) g = - 3 M g /2 = 14.7 \hat{g} \text{ N} \quad (3)$$

**1.2 -** La massima velocità angolare viene raggiunta quando il centro di massa dell'asta raggiunge la posizione di minima altezza a distanza  $d = L/6$  sotto il punto  $O$ . Assumendo che l'energia potenziale della forza peso sia zero nella posizione iniziale, l'energia meccanica iniziale risulta pari a

$$E_i = 0 \quad (4)$$

mentre, nella posizione di minima altezza, l'energia meccanica è  $E_f = - MgL/6 + I \omega^2/2$

$$(5)$$

dove  $I$  è il momento di inerzia rispetto ad  $O$  che si ottiene utilizzando il teorema degli assi paralleli ed è uguale a

$$I = M L^2/12 + M L^2/36 = M L^2/9 = 0.111 \text{ kg m}^2 \quad (6)$$

Imponendo la conservazione dell'energia meccanica ( $E_i = E_f$ ), si trova

$$\omega = \sqrt{\frac{MgL}{3I}} = \sqrt{\frac{3g}{L}} = 5.42 \text{ rad/s} \quad (7)$$

**Soluzione Esercizio 2. 2.1-** Poiché l'unica forza impulsiva esterna esercitata sul sistema asta + proiettile è dovuta all'asse  $e$ , quindi, applicata in  $O$ , si deve conservare il momento della quantità di moto rispetto ad  $O$ . Il momento è diretto lungo l'asse  $z$  uscente dal piano di figura. All'inizio,

$$L_{iz} = \frac{MLv_0}{20} = 0.5 \text{ Kg m}^2/\text{s} \quad (1)$$

Subito dopo l'urto:  $L_{fz} = I\omega + \frac{ML^2}{40} \omega = \frac{13}{120} ML^2 \omega$

$$(2)$$

dove  $I = ML^2/12$  è il momento di inerzia dell'asta. Imponendo la conservazione del momento della quantità di moto si trova:

$$\omega = 6 v_0 / (13L) = 4.62 \text{ rad/s} \quad (3)$$

L'energia iniziale era

$$E_i = M v_0^2 / 20 = 5 \text{ J} \quad (4)$$

Quella finale è

$$E_f = I_0 \omega^2 / 2 = 1.15 \text{ J} \quad (5)$$

dove abbiamo indicato con

$$I_0 = 13 ML^2 / 120 \quad (6)$$

il momento di inerzia complessivo rispetto all'asse passante per  $O$  dell'asta e del proiettile dopo l'urto. Dunque, l'energia dissipata è

$$E_i - E_f = 3.85 \text{ J} \quad (7)$$

**2.2 -** L'unica forza esterna impulsiva agente sul sistema sbarra + proiettile è quella dovuta all'asse.

L'impulso  $I$  di tale forza è, perciò, uguale alla variazione di quantità di moto del sistema.

Inizialmente la quantità di moto è solamente quella del proiettile  $p_i = (m v_0, 0)$

$$(8)$$

Subito dopo l'urto  $p_f = (m \omega L/2, 0)$

$$(9)$$

Dunque,  $I = p_f - p_i = (m \omega L/2 - m v_0, 0) = (-0.77 \text{ N s}, 0 \text{ N s})$

$$(10)$$

**Soluzione Esercizio 3 - 3.1 -** Il lavoro totale fatto dall'operatore è la somma del lavoro  $L_1$  fatto durante la compressione adiabatica reversibile e il lavoro  $L_2$  fatto durante l'espansione libera. Ma  $L_2 = 0$  e, quindi  $L$  è uguale al lavoro fatto durante la compressione. Il lavoro fatto dal gas è  $L_{\text{gas}} = -L$ , dunque

$$L = - \int_{V_0}^{V_0/2} p(V) dV = - \int_{V_0}^{V_0/2} \frac{p_0 V_0^\beta}{V^\beta} dV = \frac{p_0 V_0}{\beta - 1} \left( \frac{1 - 2^{1-\beta}}{2^{1-\beta}} \right) \quad (1)$$

dove abbiamo utilizzato l'equazione  $p(V) = \frac{p_0 V_0^\beta}{V^\beta}$  con  $\beta = C_p/C_v = 5/3$

$$(2)$$

Dalla (1) si deduce che la pressione iniziale è:  $p_0 = 2^{1-\beta}(\beta-1) \frac{L}{V_0(1-2^{1-\beta})} = 1.14 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  (3)

**3.2** La temperatura iniziale  $T_0$  si ottiene utilizzando l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$T_0 = \frac{p_0 V_0}{n_0 R} = 136 \text{ K} \quad (4)$$

Il processo è adiabatico ( $Q = 0$ ) e, quindi, per il I principio della termodinamica, il lavoro

dell'operatore è uguale alla variazione dell'energia termica:  $L = \frac{3}{2} n_0 R (T_f - T_0)$  (5)

da cui si deduce la temperatura finale  $T_f$  che è pari a:  $T_f = T_0 + \frac{2L}{3n_0 R} = 216 \text{ K}$  (6)

**Soluzione Esercizio 4 - 4.1** – Il problema ha simmetria sferica e, quindi, il campo elettrico in ogni punto è radiale e dipende solo dalla distanza  $r$  dal centro delle sfere. Applicando il teorema di Gauss ad una superficie sferica concentrica con le sfere e contenuta interamente nel conduttore esterno si deduce che la carica interna  $Q_{\text{int}}$  a tale superficie deve essere nulla cioè:

$$Q_{\text{int}} = q_1 + q_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad q_2 = -q_1 \quad (1)$$

Dato che il conduttore esterno è scarico, sulla superficie esterna di raggio  $3a$  si deve accumulare una carica uguale ed opposta a  $q_2$ , cioè:

$$q_3 = q_1 \quad (2)$$

L'unica incognita rimasta è la carica  $q_1$  sul conduttore interno che può essere trovata imponendo la condizione che il potenziale del conduttore interno sia uguale a  $V_0$  cioè che

$$V_0 = \int_a^{2a} E_1 dr + \int_{3a}^{\infty} E_2 dr \quad (3)$$

dove  $E_1$  è il campo nello spazio compreso fra i conduttori ( $a < r < 2a$ ) e  $E_2$  è quello nello spazio esterno ( $r > 3a$ ). Applicando il teorema di Gauss si trova:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (4)$$

e 
$$E_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (5)$$

sostituendo i campi nella (3) si trova, dopo semplici passaggi,

$$V_0 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \left[ \frac{1}{a} - \frac{1}{2a} \right] + \frac{1}{3a} \right\} = \frac{5q_1}{24\pi\epsilon_0 a} \quad \Rightarrow \quad q_1 = \frac{24\pi\epsilon_0 a}{5} (V_0) = 13.4 \cdot 10^{-12} \text{ C} \quad (6)$$

**4.2-** Subito dopo la chiusura, le cariche presenti sui conduttori non possono cambiare in modo discontinuo e, quindi, i campi e i potenziali restano uguali a quelli presenti prima della chiusura. Ma allora, la corrente  $i$  che va dal conduttore interno verso terra è:  $i = V_0/R = 0.1 \text{ A}$  (4)

A regime la corrente nella resistenza  $R$  deve essere nulla perché, in caso contrario, la carica elettrica  $q_1$  sul conduttore interno varierebbe e, quindi, non si sarebbe in una condizione di regime.