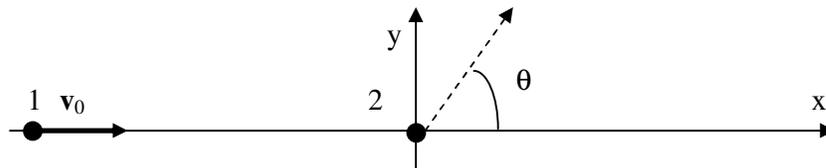


**Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE 30 Giugno 2016**

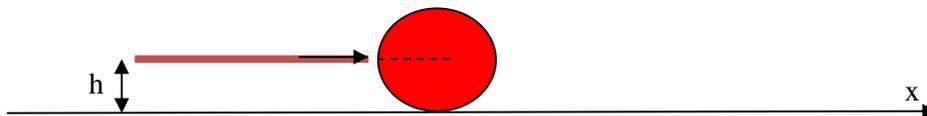
**Esercizio 1** – Due corpi puntiformi ( 1 e 2 in figura) di masse uguali e pari a  $m = 100$  g sono appoggiati su un piano orizzontale. Il corpo 2 si trova fermo nell'origine del sistema  $x$ - $y$  e viene urtato dal corpo 1 che viaggia con velocità  $v_0 = 100$  m/s nel verso positivo dell'asse  $x$ . L'urto è elastico e immediatamente dopo l'urto il corpo 1 si muove con **velocità diversa da zero** lungo una retta che fa un angolo  $\theta = 60^\circ$  rispetto all'asse  $x$ .



**1.1-** Si trovi il modulo della velocità del corpo 1 dopo l'urto.

**1.2-** Si trovino le componenti  $x$  ed  $y$  dell'impulso della forza esercitata dal corpo 2 sul corpo 1 e quello della forza esercitata da 1 su 2.

**Esercizio 2** – Una palla da biliardo ha massa  $m = 100$  g e raggio  $r = 3$  cm. Al tempo  $t = 0$  la palla viene colpita con una stecca in posizione centrale ( altezza da terra  $h = r$  ) come mostrato schematicamente in figura. Sapendo che l'impulso della forza esercitata dalla stecca in un tempo brevissimo è pari a  $I = 10$  Ns nel verso positivo dell'asse  $x$ ,



**2.1** - si trovi la velocità del centro di massa e la velocità angolare della palla subito dopo che è stata colpita dalla stecca. Si dica a quale altezza  $h$  da terra la stecca dovrebbe colpire la palla se si vuole che il moto dopo l'urto sia di rotolamento puro.

**2.2-** Nell'ipotesi che la palla sia colpita centralmente e che il coefficiente di attrito dinamico sia  $\mu = 0.5$ , si trovi a quale istante di tempo  $t$  la palla inizia a muoversi di moto di rotolamento puro.

( Si ricorda che il momento di inerzia di una sfera di massa  $m$  e raggio  $r$  rispetto ad un asse passante per il centro è  $I_0 = 2mr^2/5$ ).

**Esercizio 3-** Un recipiente di massa trascurabile contiene un volume  $V = 1$  litro di acqua a temperatura  $T_a = 20$  °C. Nel contenitore viene gettato un corpo di massa  $m = 500$  g, calore specifico  $c = 600$  cal/ (Kg k) alla temperatura  $T_c = 100$  °C. Il recipiente è chiuso all'interno di una scatola termicamente isolante.

**3.1** – Si calcoli la temperatura finale  $T$  raggiunta dall'acqua

Ad un dato istante, la scatola isolante viene rimossa e il recipiente viene messo in contatto con un termostato a temperatura  $T_0 = 20$  °C.

**3.2** – Si calcoli il calore che il termostato assorbe per raggiungere il nuovo equilibrio e si dica se il calore è realmente assorbito o ceduto dal termostato.

**ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.**

**Soluzione Esercizio 1 – 1.1** - Nell'urto si conservano le componenti  $x$  ed  $y$  della quantità di moto totale del sistema dei due corpi poiché non ci sono forze esterne impulsive agenti nel piano  $x y$ . Inoltre, l'urto è elastico e, quindi, si conserva anche l'energia cinetica. Inizialmente,

$$\mathbf{P}_{\text{tot } i} = (m v_0, 0) \quad \text{e} \quad K_i = m v_0^2 / 2 \quad (1)$$

Alla fine

$$\mathbf{P}_{\text{tot } f} = (m v_1 \cos \theta + m v_{2x}, m v_1 \sin \theta + m v_{2y}) \quad \text{e} \quad K_f = m v_1^2 / 2 + m v_2^2 / 2 \quad (2)$$

Imponendo la conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica si ottiene, dopo semplici passaggi, il sistema di tre equazioni:

$$v_{2x} = v_0 - v_1 \cos \theta \quad (3)$$

$$v_{2y} = -v_1 \sin \theta \quad (4)$$

$$v_1^2 + v_2^2 = v_0^2 \quad (5)$$

dalla (3) e (4) si deduce:

$$v_2^2 = v_{2x}^2 + v_{2y}^2 = v_0^2 - 2 v_0 v_1 \cos \theta + v_1^2 \quad (6)$$

che, sostituito nella (5) fornisce, dopo semplici passaggi:  $v_1^2 - v_1 v_0 \cos \theta = 0$  (7)

che ammette le soluzioni  $v_1 = 0$  (da scartare perché  $v_1$  è diverso da zero) e

$$v_1 = v_0 \cos \theta = 50 \text{ m/s} \quad (8)$$

**1.2-** L'impulso della forza esercitata da 2 su 1 è pari alla variazione della quantità di moto del corpo

1. Inizialmente  $\mathbf{p}_{1i} = (m v_0, 0)$  (9)

alla fine  $\mathbf{p}_{1f} = (m v_0 \cos^2 \theta, m v_0 \cos \theta \sin \theta)$  (10)

Dunque, l'impulso esercitato dal corpo 2 sul corpo 1 è

$$\mathbf{I}_{21} = (m v_0 \cos^2 \theta - m v_0, m v_0 \cos \theta \sin \theta) = (-7.5 \text{ N s}, 4.33 \text{ N s}) \quad (11)$$

L'impulso di 1 su 2 è uguale a  $\mathbf{I}_{12} = -\mathbf{I}_{21}$  per il principio di azione e reazione.

### Soluzione Esercizio 2:

**2.1** - L'unica forza impulsiva agente sulla palla lungo l'asse  $x$  è quella esercitata dalla stecca. Questa forza è orientata verso il centro della sfera e, quindi, non produce nessun momento di forza rispetto al centro della sfera (e, quindi, nessun impulso del momento di forza rispetto al centro). Ciò significa che il momento angolare rispetto al centro subito dopo che la palla è colpita dalla stecca è uguale a quello iniziale che era nullo, dunque

$$I_0 \omega_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = 0 \quad (1)$$

dove  $\omega_0$  è la velocità angolare subito dopo l'urto con la stecca e  $I_0 = 2 m r^2 / 5$  è il momento di inerzia della palla. D'altra parte, per la legge dell'Impulso

$$I = m v_0 \quad \Rightarrow \quad v_0 = I / m = 100 \text{ m/s} \quad (2)$$

dove  $v_0$  è la velocità del centro della palla all'istante immediatamente successivo al colpo della stecca. Poiché la velocità angolare è nulla, la palla scivola sulla superficie.

Se la palla viene colpita ad altezza  $h$  diversa da  $r$ , allora la stecca esercita un impulso del momento di forza rispetto al centro pari a:  $I_\tau = I (h - r)$  (3)

Conseguentemente, per la II equazione Cardinale, l'impulso del momento genera una variazione del momento angolare secondo la legge:

$$I (h - r) = I_0 \omega = 2 m r^2 \omega / 5 \quad (4)$$

Di conseguenza:  $\omega = 5 I (h - r) / (2 m r^2)$  (5)

La velocità del centro di massa è ancora pari a  $v_0 = I / m$ . La sfera compie un moto di rotolamento puro se è soddisfatta la condizione  $v_0 = \omega r$ , cioè se

$$5 I (h - r) / (2 m r^2) = I / m \quad \Rightarrow \quad h = 7 r / 5 = 0.042 \text{ m} \quad (6)$$

**2.2** –Dopo l’urto, l’unica forza agente lungo l’asse  $x$  sulla palla è la forza di attrito dinamico di modulo  $F = \mu mg$  che è diretta lungo l’asse  $x$  nel verso negativo. Le equazioni del moto traslatorio (I Cardinale) e rotatorio (II Cardinale) sono:

$$-\mu mg = ma \quad \Rightarrow \quad a = -\mu g \quad (3)$$

e 
$$\mu mgr = \frac{2}{5}mr^2\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{5\mu g}{2r} \quad (4)$$

dove nella (4) abbiamo scelto come polo il centro della sfera e verso positivo del vettore accelerazione angolare  $\alpha$  quello entrante nel piano della figura (rotazione oraria). I moti di traslazione e di rotazione sono moti uniformemente accelerati [ $a$  e  $\alpha$  in eq.(3) e (4) sono costanti] e, quindi, la velocità  $v$  ad un generico istante  $t$  e la velocità angolare  $\omega$  sono dati da

$$v(t) = v_0 - \mu g t \quad (5)$$

e 
$$\omega(t) = \frac{5\mu g}{2r} t \quad (6)$$

La condizione di rotolamento puro si raggiunge quando la velocità  $v(t)$  del centro di massa in eq.(5) diventa uguale a  $\omega(t)r$  dove  $\omega(t)$  è quella in eq.(6). Imponendo questa condizione si trova:

$$v_0 - \mu g t = \frac{5}{2}\mu g t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2}{7} \frac{v_0}{\mu g} = 5.83 \text{ s} \quad (7)$$

### Soluzione Esercizio 3-

**3.1** – il calore totale assorbito dal sistema acqua + corpo è nullo perché il contenitore è isolato termicamente. Dunque,

$$c_a M (T - T_a) + c m (T - T_c) = 0 \quad (1)$$

dove  $c_a = 1000 \text{ cal/K}$  è il calore specifico dell’acqua,  $M = \rho V = 1 \text{ kg}$  è la massa d’acqua e  $T$  è la temperatura finale. Dalla (1) si deduce:

$$T = \frac{c_a M T_a + c m T_c}{c_a M + c m} = 38.5 \text{ }^\circ\text{C} \quad (2)$$

**3.2** - Alla fine il sistema si porta alla temperatura  $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  partendo dalla temperatura iniziale  $T = 38.5 \text{ }^\circ\text{C}$ . Ciò significa che il sistema si raffredda cedendo calore al termostato. Quindi il calore assorbito dal termostato deve essere  $> 0$ , cioè è realmente assorbito dal termostato.

La somma dei calori assorbiti dall’acqua e dal corpo è

$$Q_{\text{tot}} = c_a M (T_0 - T) + c m (T_0 - T) = - 2.40 \cdot 10^4 \text{ cal} \quad (3)$$

Dunque, il calore assorbito dal termostato è

$$Q = - Q_{\text{tot}} = 2.40 \cdot 10^4 \text{ cal}$$