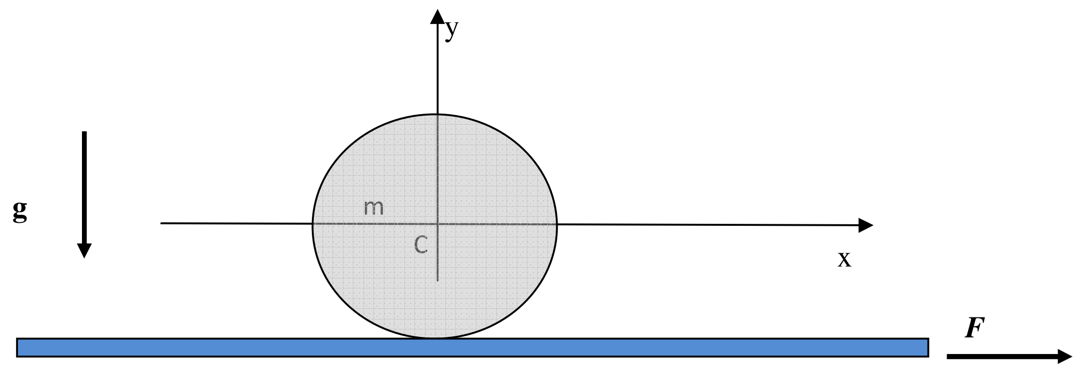
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 13 Settembre 2016.

Esercizio 1 – Un cilindro di massa m = 1 Kg e raggio r = 2 cm è appoggiato su una lastra di massa m. La lastra è appoggiata su un piano orizzontale liscio (senza attrito). Una forza F = 2 N è applicata sulla lastra come mostrato in figura. Si supponga che il cilindro rotoli senza strisciare sulla lastra.

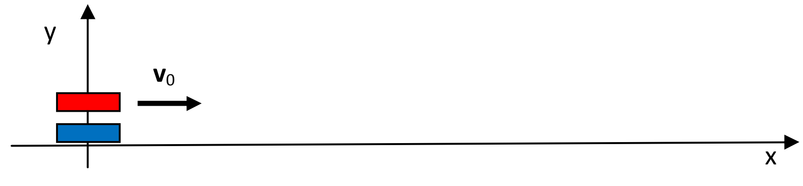


1.1 – Si trovi la relazione che lega l'accelerazione a_c del centro del cilindro lungo l'asse x all'accelerazione a della lastra lungo x e all'accelerazione angolare α del cilindro (si consiglia di controllare la correttezza della relazione ottenuta controllando che essa si riduca alle note espressioni nei casi limite: 1) piastra ferma e cilindro che rotola, 2) cilindro che non ruota e trasla solidalmente con la piastra). Si dica, inoltre, se il cilindro ruota in senso orario o antiorario.

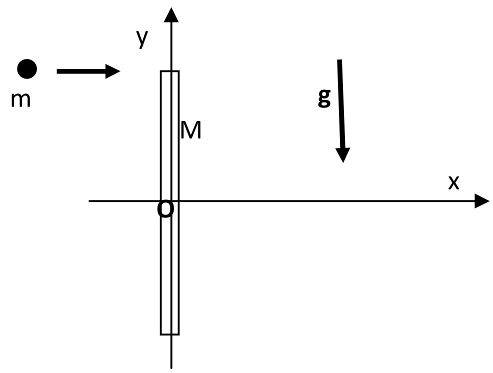
1.2 – Si trovi l'accelerazione a della lastra.

Esercizio 2 – Un'automobile viaggia lungo una autostrada rettilinea con velocità costante v_0 = 180 Km/h = 50 m/s. All'istante t = 0 l'automobile sorpassa una macchina della polizia ferma in x = 0 che parte immediatamente (al tempo t = 0) con accelerazione costante a = 5 m/s^2 fino a raggiungere la velocità v = 60 m/s. Dopodiché la polizia prosegue mantenendo costante la sua velocità fino a raggiungere l'auto.

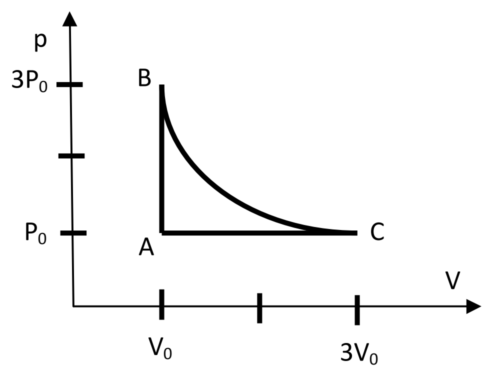
Si trovi a quale distanza d dall'origine x = 0 la polizia raggiunge l'automobile.



Esercizio 3 - Una barra di lunghezza L = 50 cm e massa M = 1 kg è libera di ruotare attorno all'asse passante per il centro O della barra e perpendicolare al piano della figura. Un proiettile di massa m = 100 g viene sparato lungo l'asse x con velocità v_0 = 100 m/s e urta l'asta sull'estremo superiore restando conficcata. Si dica se nell'urto si conserva la quantità di moto del sistema asta + proiettile e si trovino le componenti x ed y dell'impulso della forza esercitata dall'asse durante l'urto



Esercizio 4 - Una mole di gas biatomico compie il ciclo $ABCA$ mostrato in figura dove $p_0 = 10^{5}$ Pa e $V_0 = 10^{-3}$ m^3 e dove la curva BC è un'isoterma.



4.1 – Si calcoli il calore totale assorbito dal gas nel ciclo e si dica se il sistema opera fra due soli termostati o fra più termostati.

4.2- Si calcolino i calori assorbiti dal gas nei singoli tratti AB, BC e CA e si dica se i calori sono realmente assorbiti o ceduti dal gas. Si calcoli, inoltre, la variazione di entropia $\Delta S = S(A) - S(C)$ e la variazione di entropia nel ciclo.

CHI SI PRESENTA CON L'ELETTROMAGNETISMO LO SCRIVA ALL'INIZIO DEL FOGLIO INSIEME AL NOME E COGNOME E NON RISPONDA ALLA PARTE DEL QUESITO 4.2 RIGUARDANTE L'ENTROPIA.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1- **1.1**- Poiché il cilindro è un corpo rigido, vale la relazione generale che lega la accelerazione in un punto a quella in un altro punto. Applicando questa relazione generale all'accelerazione $\boldsymbol{a}_C$ del centro del cilindro e all'accelerazione $\boldsymbol{a}$ nel punto di contatto fra cilindro e lastra , si trova:

$$\boldsymbol{a}_C = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r} \qquad (1)$$

dove $\boldsymbol{\alpha}$ è il vettore accelerazione angolare e x indica il prodotto vettoriale. Nel nostro caso, prendendo come verso positivo dell'accelerazione angolare quello entrante nel piano della figura (rotazione oraria), la relazione (1) si riduce alla semplice relazione scalare

$$a_C = a + \alpha r \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \frac{a_C - a}{r} \qquad (2)$$

nel caso limite di piastra ferma (a = 0) si ritrova la condizione standard del rotolamento puro $a_c = a/r$. Nel caso di cilindro che trasla solidalmente con la piastra ($a = a_c$) e non ruota (a = 0) si trova correttamente ($a = a_c$). La piastra tende a trascinare il cilindro e, quindi, applica sul cilindro una forza (forza di attrito statico) diretta nel verso positivo dell'asse x, conseguentemente il momento di forza applicato sul cilindro tende a farlo ruotare in <u>senso antiorario</u>.

1.2 - Le forze applicate sul cilindro sono la forza di gravità $m\boldsymbol{g}$, la forza di attrito $\boldsymbol{F}_s$ esercitata dalla lastra sul cilindro diretta lungo l'asse x e la reazione normale $\boldsymbol{R}$ della lastra che è diretta nel verso positivo dell'asse y. Assumendo $\boldsymbol{F}_s$ diretta nel verso positivo dell'asse x, le equazioni Cardinali per il moto di rototraslazione del cilindro sono:

$$F_s = m\, a_C \qquad (3)$$

$$R - mg = 0 \qquad (4)$$

$$-\quad F_s\, r = mr^2\, \alpha/2 \qquad (5)$$

Il segno – nella (5) deriva dalla scelta fatta per il verso entrante dell'accelerazione angolare. Sostituendo la (2) nella (5), la (5) diventa, dopo semplici passaggi,

$$-\quad F_s = m\, a_C/2 - m\, a/2 \qquad (6)$$

Sulla piastra il cilindro esercita le forze $-\boldsymbol{F}_s$ diretta lungo l'asse x in verso negativo e $-\boldsymbol{R}$ diretta lungo l'asse y in verso negativo (principio di azione e reazione). La superficie orizzontale liscia esercita sulla piastra solamente una forza di reazione $\boldsymbol{R}_0$ diretta lungo l'asse y in verso positivo. Dunque, l'equazione del moto della piastra lungo x è:

$$F - F_s = ma. \qquad (7)$$

Il sistema di equazioni lineari (3) (6) e (7) nelle incognite a_C , a e F_s ha come soluzione:

$$a = 3\,F\,/\,(\,4\,m) = 1.5 \text{ m/s}^2 \quad , \quad a_C = F\,/\,(4\,m) = 0.5 \text{ m/s}^2 \quad \text{e} \quad F_s = F/4 = 0.5 \text{ N} \qquad (8)$$

Si osservi che, essendo F_s positiva, l'accelerazione angolare α che si ottiene dalla (5) è negativa, cioè <u>il cilindro ruota in senso antiorario</u>.

Esercizio 2 – La macchina della polizia raggiunge la velocità finale v al tempo t_0 che soddisfa la relazione:

$v = a\, t_0$, cioè al tempo $t_0 = v/a = 12$ s (1)

La posizione raggiunta a tale tempo è $x_f = a\, t_0^2/2 = v^2/(2a) = 360$ m (2)

Dopodichè il moto è rettilineo ed uniforme con velocità v e, quindi, la x della polizia al tempo t è:

$$x_1(t) = x_f + v\,(t - t_0) = -\, v^2/(2a) + v\, t \quad (3)$$

dove , per ottenere l'ultimo termine a destra, abbiamo utilizzato la (1) e la (2). La legge oraria dell'automobile è, invece, $x_2(t) = v_0\, t$ (4)

La polizia raggiunge l'auto quando x1(t) = x2(t), cioè al tempo

$$t = v^2 / [2\, a\, (v - v_0)] = 36 \text{ s} \quad (5)$$

Dunque, lo spazio percorso è $d = v_0\, t = 1800$ m (6)

Esercizio 3- L'asse esercita una forza impulsiva sul sistema che determina una variazione della sua quantità di moto secondo la legge $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{P}_f - \boldsymbol{P}_i$ (1)

Dunque, <u>la quantità di moto del sistema non si conserva</u>. Tuttavia, la forza impulsiva è applicata in O e, quindi, il suo momento di forza rispetto ad O è nullo. Di conseguenza si conserva il momento angolare rispetto ad O. Imponendo la conservazione del momento angolare si scrive:

$$m\, v_0\, L/2 = I_0\, \omega \quad (2)$$

dove I_0 è il momento di inerzia del sistema barra + proiettile rispetto ad O all'istante subito dopo l'urto e ω è la velocità angolare in verso orario. Il momento di inerzia è pari a:

$$I_0 = M\, L^2/12 + m\, L^2/4 = 2.71\ 10^{-2} \text{ Kg m}^2 \quad (3)$$

Dalla (2) si deduce $\omega = m\, v_0\, L /(2\, I_0) = 92.3$ rad/s (4)

Subito dopo l'urto il centro di massa dell'asta (O) è fermo e, quindi, la quantità di moto dell'asta è nulla. Dunque, la quantità di moto totale del sistema finale $\boldsymbol{P}_f$ è solo dovuta al proiettile. Subito dopo l'urto il proiettile compie un moto circolare attorno ad O con velocità angolare ω. Dunque, la sua velocità è pari a $\omega L/2$ ed è diretta lungo l'asse x. Ne consegue che la quantità di moto finale del sistema barra + proiettile subito dopo l'urto è

$$\boldsymbol{P}_f = (\, m\, \omega L/2\, , 0) \quad (5)$$

La quantità di moto iniziale $\boldsymbol{P}_i = (mv_0, 0)$ (6)

Dalla (1), perciò, si deduce che l'impulso esercitato dall'asse è

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{P}_f - \boldsymbol{P}_i = (\, m\, \omega L/2 - mv_0, 0) \qquad = (\, -\, 7.69\, , 0\,) \text{ N m} \quad (7)$$

Soluzione Esercizio 4.1- Nel ciclo la variazione di energia interna è nulla e, quindi, il calore totale assorbito Q_{tot} coincide con il lavoro totale L. Poiché il lavoro è positivo, il sistema opera come motore. Il lavoro L è la somma dei lavori nei singoli tratti che sono pari a:

$$L_{AB} = 0 \quad (1)$$

$L_{BC} = n\,R\,T_B \ln(V_C/V_B) = 3\,p_0V_0 \ln 3$ (2)

e $L_{CA} = 2\,p_0V_0$ (3)

Dunque, $Q_{tot} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = p_0V_0\ (3 \ln 3 - 2) = 130$ J (4)

Il ciclo è rappresentato da una curva continua, quindi il sistema opera in modo REVERSIBILE. Per operare in modo reversibile, nei tratti AB e AC il gas deve essere messo in contatto con termostati con temperature comprese da un minimo valore in A ad un massimo in B e C. Conseguentemente non sono sufficienti due termostati per compiere il ciclo.

4.2 - $Q_{AB} = U(B) - U(A) = (5/2)\,(p_B\,V_B - p_A\,V_A) = 5\,p_0\,V_0 = 500$ J (5)

$Q_{BC} = L_{BC} = 3\,p_0V_0 \ln 3 = 330$ J (6)

$Q_{CA} = L_{CA} + U(A) - U(C) = -7\,p_0\,V_0 = -700$ J (7)

I calori Q_{AB} e Q_{BC} sono positivi e , quindi, realmente assorbiti mentre Q_{CA} è negativo e, quindi, ceduto. Si controlla facilmente che la somma dei calori in equazioni (5), (6) e (7) coincide con il valore trovato precedentemente in eq.(4)

La variazione di entropia per il gas perfetto è

$\Delta S = S(A) - S(C) = (5/2)\,R \ln (T_A/T_C) + R \ln(V_A/V_C)$ (8)

Dove $T_A = p_0\,V_0\,/R$ e $T_C = 3\ p_0\,V_0\,/R$ (9)

Sostituendo le (9) nella (8) si trova

$\Delta S = S(A) - S(C) = (5/2)\,R \ln (1/3) + R \ln (1/3) = (7/2)\,R \ln (1/3) = -32$ J/K (10)

Soluzione alternativa: la trasformazione CA è isobara e, quindi il calore assorbito per una variazione dT della temperatura è $dQ = C_p\,dT = 7\,nR\,dT/2$ (11)

La variazione di entropia è. Perciò, $\int_{Tc}^{TA} \frac{7}{2} R \frac{dT}{T} = \frac{7}{2}\,R \ln(T_A - T_C) =$ (7/2) R ln (1/3) (12)

Nel ciclo la variazione di entropia è $\Delta S = S(A) - S(A) = 0$ come deve essere per qualunque funzione di stato poiché in un ciclo lo stato di partenza e quello di arrivo sono sempre coincidenti.