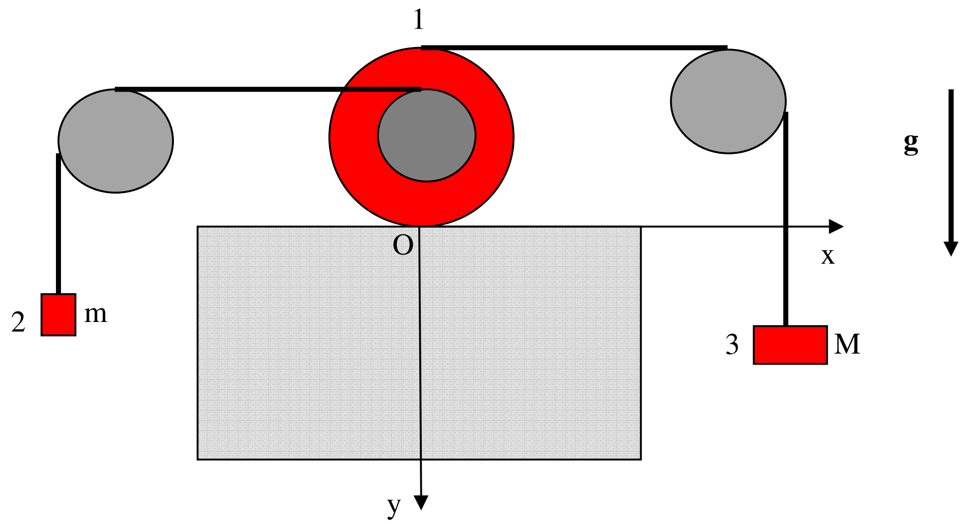
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 12 Gennaio 2017

Esercizio 1 - Un corpo (1) è costituito da due cilindri coassiali di masse uguali e pari a m =1kg e raggi r_1 = 10 cm e $r_2 = 2\,r$ = 20 cm saldati insieme uno sull'altro come mostrato schematicamente in figura. I cilindri sono collegati a due corpi (2 e 3 in figura), rispettivamente di masse m = 1kg e M, tramite due funi inestensibili e di massa trascurabile e due carrucole di massa trascurabile che ruotano senza attrito. Le funi non scivolano sulle carrucole.

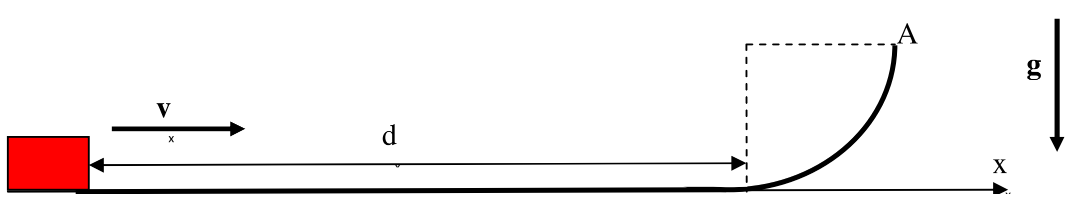


1.1 – Si trovi per quale valore di M il sistema sta in equilibrio e si trovi il valore della forza di attrito statico che agisce sul corpo 1 in condizioni di equilibrio.

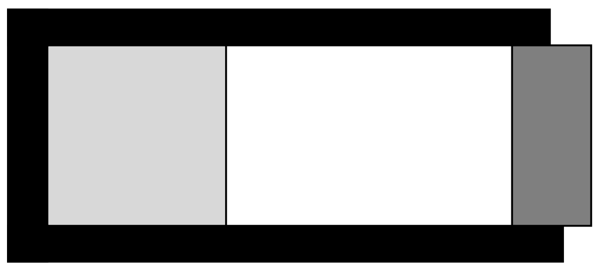
1.2 – Si trovi il momento di inerzia del corpo 1 rispetto ad un asse parallelo all'asse comune dei cilindri e passante per il punto O di contatto con la superficie.

1.3 – Supponendo $M = m$ e che il corpo 1 compia un moto di rotolamento puro, si calcoli l'accelerazione $\boldsymbol{a}$ del centro di massa del corpo 1.

Esercizio 2 - un corpo di massa m viene lanciato lungo l'asse x su una superficie con profilo inizialmente piano ed orizzontale che termina con un profilo a quarto di cerchio di raggio r = 1 m. Nella parte rettilinea di lunghezza $d = 2\,r$, il corpo è soggetto ad un attrito dinamico con coefficiente di attrito $\mu = 0.5$, mentre nella restante parte l'attrito è trascurabile. Si trovi quale è il minimo valore della velocità v con cui deve essere scagliato il corpo se si vuole che esso arrivi nel punto A.



Esercizio 3 – Una mole di gas monoatomico ideale è contenuta in un cilindro con asse orizzontale di sezione $S = 100\ \text{cm}^2$ e altezza $h = 30$ cm chiuso da un pistone mobile che viene tenuto inizialmente fermo. Il gas si trova inizialmente nella parte a sinistra di altezza $h/3$ delimitata da una sottile parete di separazione. Il sistema (cilindro + pistone) è immerso in un'atmosfera a pressione $p_0 = 10^5$ Pa, mentre il gas si trova inizialmente a temperatura $T_0 = 300$ K. Le pareti del cilindro e il pistone sono isolanti termici ideali. Ad un dato istante si crea un forellino nella sottile parete di separazione e il gas si diffonde nel resto del cilindro.



3.1 – Si dica se la trasformazione è reversibile, quale è la temperatura raggiunta dal gas all'equilibrio e quale forza deve essere applicata sul pistone per tenerlo fermo nella situazione di equilibrio.

Si supponga, ora, di spingere molto lentamente il pistone fino a riportare tutto il gas nella regione iniziale di altezza $h/3$.

3.2 – Si trovi la temperatura finale del gas e il lavoro fatto dall'operatore.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Es.1- 1.1 – Se il corpo 1 sta fermo, deve essere nulla la forza e il momento di forza su di esso. Inoltre, se i corpi 2 e 3 stanno fermi, le tensioni T_2 e T_3 delle relative corde devono uguagliare le forze peso. Dunque:

$$T_2 = mg \qquad \text{e} \qquad T_3 = Mg \tag{1}$$

Le equazioni per la componente x della forza e per la componente z (asse entrante nel piano di figura) del momento delle forze agenti sul corpo 1 sono:

$$T_3 - T_2 - F_s = 0 \tag{2}$$

$$T_3\, 4\, r - T_2\, 3\, r = 0 \tag{3}$$

Sostituendo nella (2) e nella (3) i valori di T_2 e T_3 in eq.(1) si trova, dopo semplici passaggi:

$$M = 3\, m /4 = 0.75 \text{ kg} \tag{4}$$

e $$F_s = (M - m)\, g = -\, m\, g/4 = -\, 2.45 \text{ N} \tag{5}$$

1.2 - il momento di inerzia I_c rispetto all'asse dei cilindri è la somma dei momenti di inerzia dei due cilindri rispetto a tale asse:

$$I_c = m\, (2\, r)^2/2 + m\, r^2/2 = 5\, m\, r^2/2 \tag{6}$$

Per il teorema degli assi paralleli, il momento di inerzia rispetto all'asse passante per O è:

$$I_0 = I_c + 2\, m\, (2\, r)^2 = 21\, m\, r^2/2 = 0.105 \text{ kg m}^2 \tag{7}$$

1.3 - Se $M = m$, il corpo 3 cade verso il basso e il corpo 2 sale. Indicando con a l'accelerazione del centro di massa del corpo 1 lungo x, poiché le funi sono inestensibili, le accelerazioni dei corpi 3 e 2 lungo y saranno, rispettivamente:

$$a_3 = 2\, a \qquad \text{e} \qquad a_2 = -\, 3\, a /2 \tag{8}$$

dove abbiamo sfruttato il fatto che il rotolamento puro è equivalente ad una rotazione istantanea attorno al punto di contatto e dove il segno – tiene conto del fatto che l'accelerazione del corpo 1 lungo y è negativa. Le equazioni del moto dei 3 corpi sono, perciò:

corpo 3 : $$mg - T_3 = 2\, m\, a \tag{9}$$

corpo 2 : $$mg - T_2 = -\, 3\, m\, a /2 \tag{10}$$

corpo 1 : $$T_3 - T_2 - F_s = 2\, m\, a \tag{11}$$

$$T_3\, 4\, r - T_2\, 3\, r = 21\, m\, r\, a/4 \tag{12}$$

dove, nello scrivere la (12) abbiamo sfruttato la proprietà di rotolamento puro $\alpha = a / 2r$. Semplificando, la (12) diventa:

$$4\, T_3 - 3\, T_2 = 21\, m\, a/4 \tag{13}$$

Ricavando T_3 e T_2 dalle (9) (10) e sostituendoli nella (12) si ottiene, dopo semplici passaggi algebrici:

$$a = 4\ g\ /\ 71 = 0.552\ \mathrm{m/s^2} \qquad (14)$$

Soluzione Es.2 - Il lavoro della forza di attrito dinamico è:

$$L = -\ \mu\, m\, g\ 2\, r \qquad (1)$$

Questo lavoro deve eguagliare la variazione di energia meccanica (assumiamo U = 0 sul pavimento):

$$-\ \mu\, m\, g\ 2\, r\ =\ m\, v^2_A/2 + m\, g\, r - m\, v^2\ /2 \qquad (2)$$

Dove v è la velocità iniziale del corpo. Dalla (2) si deduce che la velocità del corpo in A è:

$$v_A = [\ v^2 - 2\ g\ r\ (1 + 2\ \mu)]^{1/2} \qquad (3)$$

Per arrivare in A il corpo deve avere una velocità in A maggiore o uguale in modulo a 0 e, quindi, la velocità iniziale deve soddisfare la relazione

$$v\ \geq\ [\ 2g\ r\ (\ 1 + 2\ \mu)]^{1/2}\ = 6.26\ \ \mathrm{m/s} \qquad (4)$$

Soluzione Esercizio 3 – 3.1 – La trasformazione non avviene lentamente attraverso stati intermedi di equilibrio e, quindi, non è reversibile. L'espansione del gas è libera e, quindi, il gas non compie nessun lavoro. D'altra parte, le pareti sono isolanti e, quindi, anche il calore assorbito dal gas è nullo. Per il I Principio della Termodinamica, l'energia interna deve restare costante. Quindi, la temperatura resta uguale a quella iniziale:

$$T = T_0\ = 300\ \mathrm{K} \qquad (1)$$

La pressione esercitata dal gas all'equilibrio è, quindi:

$$p = RT\ /\ (\ S\ h\ ) \qquad (2)$$

Poiché il pistone viene tenuto fermo, l'operatore deve applicare su di esso una forza che bilanci la pressione interna e quella esterna, cioè:

$$F = RT\ /\ h\ \ -\ p_0\ S = 7316\ \mathrm{N} \qquad (3)$$

3.2 - Poiché la trasformazione viene eseguita lentamente, essa può essere considerata reversibile. Non essendoci scambi di calore con l'ambiente esterno, si tratta di una ADIABATICA REVERSIBILE. In tale tipo di trasformazione, il volume iniziale e quello finale sono legati alla temperatura iniziale e finale dalla relazione generale:

$$V_f\ /\ V_i = (\ T_i\ /\ T_f\ )^{3/2} \qquad \text{da cui} \qquad T_f = T_i\ (\ V_i\ /\ V_f\ )^{2/3}\ = 624\ \mathrm{K} \qquad (4)$$

Poiché il calore assorbito dal gas è nullo, il lavoro fatto dall'operatore più il lavoro fatto dall'atmosfera $L_{atm} = p_0(V_f - V_i) = 100$ J è uguale alla variazione di energia interna del gas. Dunque :

$$L_{op} = 3\ R\ (T_f - T_i)/\ 2\ \ -\ p_0(V_f - V_i) = 3942\ \ \mathrm{J} \qquad (5)$$