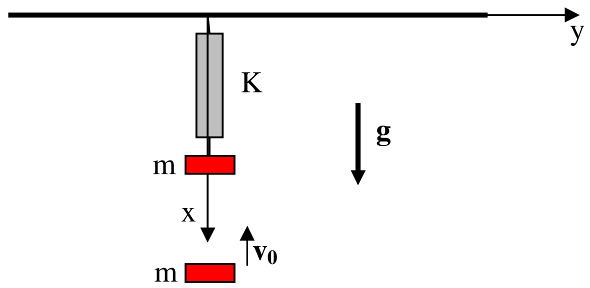
**Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 20 Febbraio 2017**

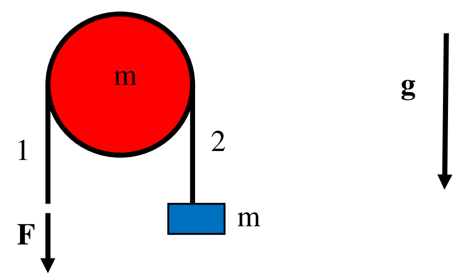
**Esercizio 1** - Una molla di costante elastica $K$ = 100 N/ m e lunghezza a riposo $L_0$ = 0.5 m è collegata con un'estremità al soffitto e con l'altra estremità ad un corpo di massa $m$ = 1 kg. Il sistema si trova inizialmente in equilibrio. Ad un dato istante $t$ = 0, un corpo di massa $m$ = 1 kg e proveniente dal basso con velocità $v_0$ = 4 m/s ( vedi figura) urta la massa restandovi attaccato.




**1.1** – Si trovi quale è la minima distanza dal soffitto raggiunta dalle due masse nel moto successivo.

**1.2** – Si trovi la massima forza ( in modulo) esercitata dalla molla sul soffitto ed a quale istante di tempo il sistema dei due corpi attaccati torna nella posizione iniziale per la seconda volta.

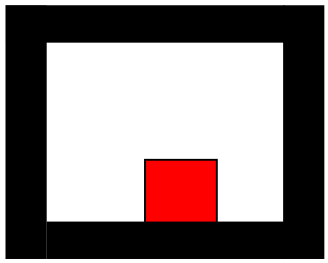
**Esercizio 2** - Una carrucola cilindrica di massa $m$ = 2 kg e raggio $r$ = 10 cm può ruotare senza attrito attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro. Una fune inestensibile e di massa trascurabile è appoggiata sulla carrucola ed è collegata ad una estremità ad un corpo di massa $m$. Un operatore esercita una forza $F$ = 30 N sull'altra estremità della fune.




**2.1**– Facendo l'ipotesi che la fune non scivoli sulla carrucola, se calcoli l'accelerazione ***a*** del corpo e le tensioni $T_1$ e $T_2$ della fune nei tratti 1 e 2 in figura.

**2.2**- Ad un dato istante l'operatore lascia andare la fune. Si trovino le tensioni $T_1$ e $T_2$ e l'accelerazione ***a*** del corpo.

**Esercizio 3** – Un gas perfetto biatomico si trova alla temperatura iniziale $T_g$ = 20 °C in un recipiente chiuso con pareti isolanti termiche. Nel volume occupato dal gas è presente un corpo di capacità termica $C_T$ = 10 cal/°C che si trova inizialmente a temperatura $T_c$ = 300 °C. Ad equilibrio raggiunto il sistema si porta a temperatura $T$ = 290 °C. Utilizzando per la costante $R$ dei gas il valore $R$ = 8.316 J/(K mol),



**3.1** – Si dica quale è il numero di moli $n$ del gas.

**3.2** – Sapendo che nel processo la variazione di pressione del gas è $\Delta p = 10^5$ Pa, si trovi il volume dello spazio occupato dal gas .

**ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE**.

**Soluzione Es.1- 1.1** – La posizione di equilibrio iniziale corrisponde alla posizione in cui la forza totale (forza elastica + peso) è nulla. Indicando con $x_0$ questa posizione, si trova:

$$- K ( x_0 - L_0) + m g = 0 \quad , \text{cioè} : \quad x_0 = L_0 + m g / K = 0.598 \text{ m} \qquad (1)$$

Poiché la forza elastica e la forza peso non sono impulsive, nell'urto ( anelastico) si conserva la quantità di moto del sistema dei due corpi. Dunque

$$m v_0 = 2 m v \quad \text{e, quindi,} \quad v = v_0/2 \qquad (2)$$

dove $v$ è la velocità delle due masse dopo l'urto. Le posizioni di minima e massima distanza dal soffitto vengono raggiunte quando la velocità del sistema dei due corpi è nulla. Poiché le forze agenti dopo l'urto ( peso e forza elastica) sono conservative, si conserva l'energia meccanica durante il moto dopo l'urto. Prendendo come zero dell'energia gravitazionale la posizione del soffitto, l'energia meccanica iniziale del sistema di massa $2m$ all'istante immediatamente successivo all'urto è:

$$E_i = m (v_0/2)^2 - 2 m g x_0 + K ( x_0 - L_0)^2 / 2 = - 7.24 \text{ J} \qquad (3)$$

Mentre l'energia meccanica finale nei punti in cui il corpo di massa 2 $m$ si ferma è

$$E_f = - 2 m g x + K (x - L_0)^2 /2 \qquad (4)$$

Imponendo l'eguaglianza dell'energia meccanica iniziale e finale , dopo semplici passaggi si trova Un'equazione di 2° grado in $x$ che ammette le due soluzioni generali:

$$x_{1,2} = 2 mg / K + L_0 \pm [ (2mg/K + L_0) - (L_0^2 - 2 E_i/K)]^{1/2} \qquad (5)$$

La soluzione $\quad x_1 = 0.995$ m $\quad$ e $\quad x_2 = 0.397$ m $\qquad$ (6)

Queste due soluzioni corrispondono, rispettivamente alla massima e alla minima distanza dal soffitto raggiunta dalla massa 2 $m$ durante il moto di oscillazione della molla.

**1.2**– La molla esercita la forza massima in modulo quando l'allungamento (o la contrazione) rispetto alla lunghezza di riposo $L_0 = 0.5$ m è massima in valore assoluto. Ciò avviene nel punto di massima distanza dal soffitto $x_1 = 0.995$ m trovato nella (6). In tal punto la forza è diretta nel verso della forza peso ed è pari, in modulo, a :

$$F = K (x_1 - L_0) = 49.5 \text{ N} \qquad (7)$$

La molla compie un moto di oscillazione con periodo $\quad T = 2 \pi (2m/K)^{1/2} = 0.89$ s $\qquad$ (8)

oscillando fra i due estremi $x_1$ e $x_2$. Poiché inizialmente la velocità è diretta verso l'alto il sistema raggiungerà prima la posizione $x_2$ più vicina al soffitto e, poi, tornerà per la prima volta nella posizione iniziale per poi raggiungere la posizione più lontana dal soffitto $x_2$. Quindi, il corpo tornerà nuovamente indietro raggiungendo per la seconda volta la posizione iniziale. Conseguentemente, il sistema tornerà nella posizione iniziale dopo un periodo $T$ dato dalla (8)

**Soluzione Es.2** – **2.1** - Per il principio di azione e reazione, la tensione della parte 1 della corda è uguale ed opposta alla forza $\boldsymbol{F}$ esercitata dall'operatore:

$$T_1 = F \qquad (1)$$

mentre la tensione $T_2$ nella parte 2 si determina imponendo le equazioni del moto di traslazione del corpo e del moto di rotazione della carrucola:

$$T_2 - m g = m a \qquad (2)$$

e $$T_1 r - T_2 r = m r^2 \alpha /2 \qquad (3)$$

dove $a$ è l'accelerazione del corpo assunta positiva nel verso opposto alla gravità e $\alpha$ è l'accelerazione angolare della carrucola assunta positiva nel verso antiorario. Poiché la fune non scivola sulla carrucola, vale la relazione $\alpha = a / r$ (4)

che, sostituita nella (3) fornisce:

$$T_1 - T_2 = m\, a/2 \qquad (5)$$

Sommando membro a membro la (2) e la (5) si trova:

$$T_1 - m\, g = 3\, m\, a\, /2 \qquad (6)$$

Sostituendo nella (6) il valore di $T_1$ dato dalla (1) si trova, dopo semplici passaggi:

$$a = 2\ (\ F - m\ g\ )\ /\ (3\ m) = 3.47\ \text{m/s}^2 \qquad (7)$$

**2.2** - Quando la fune viene lasciata, la tensione $T_1$ diventa nulla e, conseguentemente, anche la tensione $T_2$ diventa nulla e la fune scivola liberamente sulla carrucola senza esercitare nessun momento sulla carrucola ( la fune non è tesa!). Di conseguenza, il corpo di massa $m$ è soggetto solamente alla sua forza peso e viene accelerato verso il basso con l'accelerazione di gravità

$$a = g = 9.8\ \text{m/s}^2 \qquad (8)$$

**Soluzione Esercizio 3 – 3.1** – Poiché il volume è fissato, il lavoro fatto dal gas è nullo e, quindi, il calore assorbito dal gas nel processo è

$$Q_g = \Delta E = 5\ n\ R\ (\ T - T_g)/2 \qquad (1)$$

Il calore assorbito dal corpo è $Q_c = C_T\ (T - T_c) = -\ 100\ \text{Cal} = -\ 418.6\ \text{J}$ (2)

Il calore totale assorbito dal sistema è nullo e, quindi $Q_g + Q_c = 0$ da cui si deduce

$$5\ n\ R\ \ (\ T - T_g)/2 = -\ C_T\ (T - T_c) \qquad (3)$$

da cui si deduce immediatamente

$$n = -\ C_T\ (T - T_c)\ /[\ 5\ R\ \ (\ T - T_g)/2\ \ ] = 0.0746\ \text{moli} \qquad (4)$$

**3.2** - La variazione di pressione del gas è

$$\Delta p = n\ R\ (T - T_g)/V \qquad (5)$$

Dunque il volume del gas è

$$V = n\ R\ (T - T_g)/\ \Delta p = 1.68\ 10^{-3}\ \text{m}^3\ \ = 1.68\ \ \text{litri} \qquad (6)$$