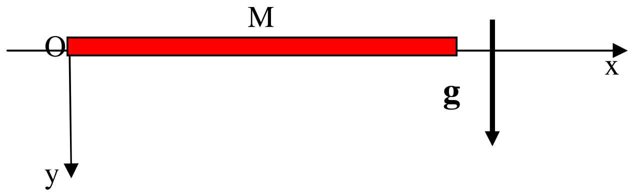
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 11 GENNAIO 2018

Esercizio 1 - Un'asta di massa M = 500 g e lunghezza L = 20 cm è libera di ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per un estremo O dell'asta. L'asta viene tenuta inizialmente ferma nella posizione orizzontale di figura e, all'istante t = 0 viene lasciata libera di ruotare.

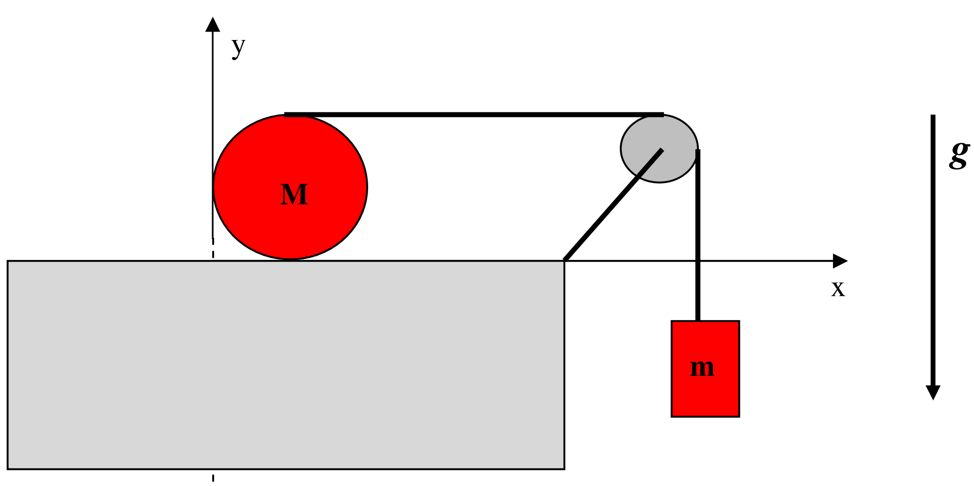


1.1 – Si trovi la massima velocità angolare raggiunta dall'asta e la reazione $\boldsymbol{R}$ (direzione, verso e modulo) esercitata dall'asse nel momento di massima velocità.

Quando l'asta si trova nella posizione di massima velocità angolare, un proiettile di massa m = 10 g la urta con velocità v_0 = 100 m/s diretta lungo l'asse x nel verso positivo e si conficca nell'asta. Il punto di impatto del proiettile si trova a distanza y_0 dall'asse di rotazione.

1.2 - Si dica per quale valore di y_0 l'asta dopo l'urto resta ferma.

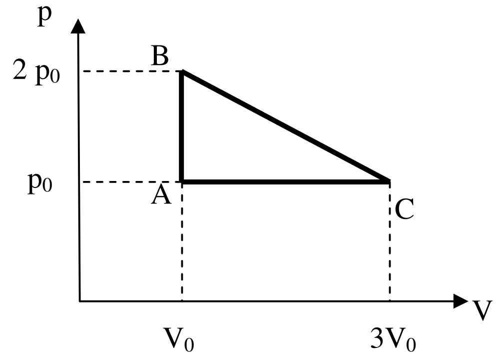
Esercizio 2 - Un cilindro di massa M = 2 kg e raggio r = 10 cm è appoggiato sulla superficie orizzontale di un tavolo. Un corpo di massa m è collegato al cilindro tramite una corda inestensibile e di massa trascurabile avvolta sul cilindro ed una carrucola di massa trascurabile che può ruotare senza attrito come mostrato schematicamente in figura.



2.1 – Nell'ipotesi che il cilindro compia un moto di rotolamento puro e che la massa del corpo sia $m = M$, si calcoli l'accelerazione del centro di massa del cilindro.

2.2 – Sapendo che il coefficiente di attrito fra il cilindro e il tavolo è μ = 0.1, si trovi quale è il valore massimo che può avere la massa m se si vuole che il moto sia effettivamente di rotolamento puro.

Esercizio 3 – Un gas perfetto monoatomico compie il ciclo *ABCA* mostrato in figura dove $p_0 = 10^5$ Pa e $V_0 = 10^{-3}$ m^3.



3.1 – Si dica, giustificando le risposte, se la trasformazione è reversibile, se il ciclo opera come motore o come pompa di calore e se il ciclo avviene fra 2 o più termostati. Si calcoli, infine, il calore totale assorbito dal gas nel ciclo.

3.2 - Sapendo che la temperatura massima raggiunta è T_{max} = 600 K, si trovi il numero n di moli presenti nel gas e la temperatura minima T_{min} raggiunta nel ciclo.

(si usi il valore R = 8.315 J/(K mole))

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Es.1- 1.1 – Non essendo presenti attriti, si conserva l'energia meccanica dell'asta e l'asta raggiunge la massima velocità quando il suo centro di massa si trova nel punto più basso della sua traiettoria ($x = 0$, $y = L/2$). Considerando la posizione iniziale come quella di energia potenziale nulla, l'energia meccanica nel punto di massima velocità è

$$E = M L^2 \omega^2 /6 - M g L/2 \qquad (1)$$

Imponendo che questa energia sia uguale a quella iniziale ($E = 0$), si trova

$$\omega = (3g/L)^{1/2} = 12.1 \text{ rad/s} \qquad (2)$$

Il centro di massa compie un moto circolare di raggio $L/2$ attorno ad O e, quindi, nel punto più basso ha un'accelerazione centripeta diretta lungo l'asse y nel verso negativo mentre l'accelerazione tangenziale è nulla perché $dv/dt = 0$ nella posizione di massima velocità. La forza di reazione $\boldsymbol{R}$, perciò, è diretta lungo l'asse y e la sua componente y deve soddisfare la I equazione Cardinale, cioè

$$R + Mg = - M \omega^2 L /2 \quad \text{, cioè} \quad R = - M (g + \omega^2 L/2) = - 5 M g /2 = - 12.3 \text{ N} \qquad (3)$$

Dove il segno – indica che la reazione è rivolta in verso opposto all'asse y.

1.2- – L'unica forza impulsiva agente durante l'urto può essere applicata solamente dall'asse, dunque il suo momento di forza rispetto all'asse è nullo. Ne consegue che nell'urto si conserva il momento della quantità di moto. Prima dell'urto, la componente z (asse entrante nel piano di figura) del momento angolare del sistema è

$$L_i = I \omega - m v_0 y_0 = M L^2 \omega /3 - m v_0 y_0 \qquad (4)$$

Se si vuole che alla fine l'asta resti ferma si deve imporre che il momento angolare finale sia nullo. Ma allora, per la conservazione del momento angolare, anche il momento angolare iniziale in equazione (4) deve essere nullo. Dunque deve essere

$$m v_0 y_0 = M L^2 \omega /3 \quad \text{, cioè} \quad y_0 = M L^2 \omega / (3 m v_0) = 0.081 \text{ m} = 8.1\text{cm} \qquad (5)$$

Soluzione Es.2.1 – Il cilindro rotola e, quindi, la velocità del punto in cui è collegato alla corda è $v = 2 \omega r$ mentre la velocità del centro di massa è $v_c = \omega r = v/2$. L'equazione del moto del corpo di massa m è

$$m g - T = m a = 2 m a_c \qquad (1)$$

dove a_c è l'accelerazione del centro di massa del cilindro che, data la geometria di figura e l'inestensibilità della corda , è pari a metà dell'accelerazione del corpo. T è la tensione della fune che ha dovunque lo stesso valore perché la carrucola ha massa trascurabile.

$$R - M g = 0 \quad \text{, cioè} \qquad R = M g \qquad (2)$$

$$T - F_s = M a_c \qquad (3)$$

Dove F_s è la forza di attrito statico che abbiamo assunto positiva nel verso opposto all'asse x. L'equazione del moto rotatorio del cilindro (II cardinale) è

$$T r + F_s r = M r^2 \alpha /2 = M r a_c/2, \text{ cioè:} \qquad T + F_s = M a_c /2 \qquad (4)$$

dove abbiamo sfruttato la condizione di rotolamento puro $\alpha = a_c / r$.

Il sistema di equazioni (1) (3) e (4) nelle incognite a_c , T e F_s ammette la soluzione generale:

$$a_c = m\, g / (2\, m + 3M/4) \tag{5}$$

$$F_s = - M\, a_c /4 = - M\, m\, g / (8\, m + 3M) \tag{6}$$

$$T = 3\, M\, a_c /4 = 3M\, m\, g / (8\, m + 3M) \tag{7}$$

Dove il segno – nella (6) indica che la forza di attrito statico è, in realtà, orientata nel verso positivo dell'asse x. Sostituendo $m = M$ in eq.(5) si trova

$$a_c = 4\, g /11 = 3.56 \text{ m/s}^2 \tag{8}$$

2.2- dalla (2) si deduce che la massima forza di attrito che può generare la superficie è

$$F_{\max} = \mu\, R = \mu\, M\, g = M\, g /10 \tag{9}$$

Perché il cilindro non scivoli, deve essere verificata la disuguaglianza $|F_s| < \mu\, Mg = M\, g /10$, cioè

$$M\, m\, g / (8\, m + 3\, M) < M\, g / 10 \tag{10}$$

da cui si deduce $8\, m + 3\, M > 10\, m$, cioè $m > 3\, M /2$ (11)

Dunque, il massimo valore che può avere la massa m se si vuole che il cilindro non scivoli è

$$m_{\max} = 3\, M /2 = 3 \text{ Kg} \tag{12}$$

Soluzione Esercizio 3 – 3.1 – Il ciclo è reversibile perché rappresentato da linee continue e il sistema si comporta da motore perché il lavoro fatto dal gas è positivo. Nel ciclo la temperatura varia con continuità da un valore minimo ad un valore massimo e, quindi, sono necessari più di due termostati.

Il calore totale assorbito nel ciclo è pari all'area del triangolo in figura , cioè

$$L = p_0\, V_0 = 100 \text{ J} \tag{1}$$

3.2 - La temperatura massima viene raggiunta nel punto in cui è massimo il prodotto pV, cioè nel punto C. Dall'equazione di stato dei gas si deduce

$$n = 3\, p_0\, V_0 / (R\, T_{\max}) = 0.0601 \text{ moli} \tag{2}$$

La temperatura minima viene raggiunta in A. Dall'equazione di stato si deduce

$$T_{\min} = p_0\, V_0 /(n\, R) = T_{\max} /3 = 200 \text{ K} \tag{3}$$