I Compitino Fisica Generale I Ingegneria Civile, ambientale ed Edile. 27 FEBBRAIO 2018.

Esercizio 1- Due auto di masse uguali si trovano ferme a distanza d = 1 km lungo una strada rettilinea ad una sola corsia. Ad un istante t = 0, le due auto iniziano a venirsi incontro. La macchina 1 ha accelerazione di modulo a = 1 m/s^2 mentre la 2 ha velocità di modulo $v = c\ t^3$ dove c è una costante pari a c = 0.001 m/s^4. Sapendo che l'urto fra le due auto è totalmente anelastico, si trovi la velocità finale.

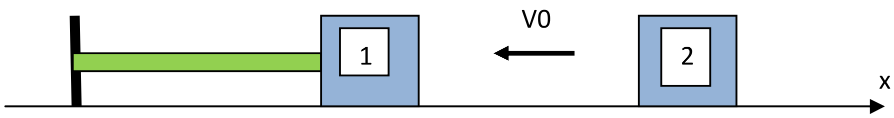
Esercizio 2 – Un ragazzo lancia un sasso dall'alto di un palazzo di altezza h = 20 m con un angolo θ = 30° (verso l'alto) con l'orizzontale. Il sasso arriva a terra al tempo t = 3 s. Si trovi il modulo v_0 della velocità con cui viene scagliato il sasso.

Esercizio 3 – Un pendolo semplice è costituito da un filo inestensibile e di massa trascurabile di lunghezza L = 50 cm a cui è collegato un corpo di massa m = 2 kg. Il pendolo viene portato ad un angolo θ_0 = 60° con la verticale e lasciato libero da fermo.

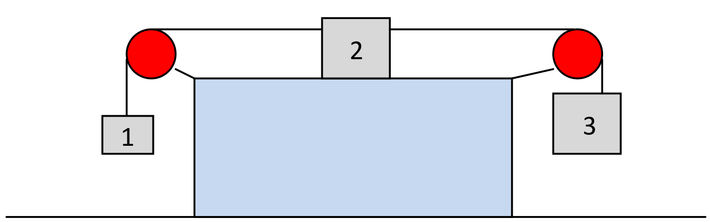
3.1 - Si trovi il modulo della velocità raggiunta dal corpo quando raggiunge un angolo θ = 30° con la verticale.

3.2 - Si trovi il modulo dell'accelerazione del corpo quando raggiunge l'angolo θ = 30° (attenzione! L'accelerazione ha una componente centripeta ed una tangenziale).

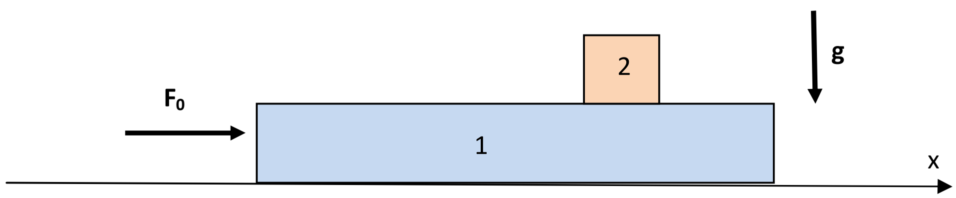
Esercizio 4 – Un corpo 1 di massa m = 1 kg è attaccato ad una molla ideale di lunghezza a riposo L_0 = 1 m e costante elastica K = 1000 N/m. Il corpo è appoggiato su un piano orizzontale senza attrito come mostrato in figura. Il sistema si trova inizialmente in equilibrio. Un corpo 2 di massa identica si muove con velocità di modulo v_0 = 10 m/s e urta il corpo 1 al tempo t = 0 restandovi attaccato. La durata dell'urto è piccolissima. Si trovi a quale istante di tempo la componente x della velocità dei due corpi attaccati diventa pari a $v_0/4$ per la prima volta (attenzione $v_0/4$ è >0).



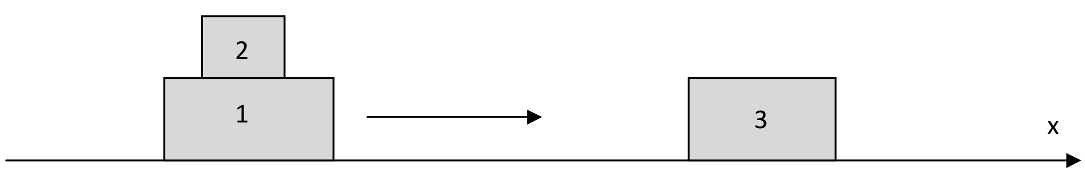
Esercizio 5 : Tre corpi 1,2 e 3 sono collegati fra loro da funi inestensibili e di massa trascurabile appoggiate su carrelli di massa trascurabile che ruotano senza attrito come mostrato in figura. Il corpo 2 è soggetto ad attrito con il basamento con coefficiente di attrito dinamico μ = 0.25. I corpi 1 e 3 si trovano inizialmente fermi ad altezza h = 50 cm sul pavimento. Le masse dei corpi sono, rispettivamente, $m_1 = m$ = 1 Kg e $m_2 = m_3 = 2\ m$. Si calcoli la velocità con cui il corpo 3 urta il terreno.



Eserczio 6 - Due corpi 1 e 2 hanno masse uguali pari a m = 1 kg e sono disposti come mostrato in figura. Il pavimento non offre nessun attrito mentre c'è attrito fra i corpi 1 e 2. Si osserva che, se sul corpo 1 viene applicata una forza superiore a F_0 = 10 N, il corpo 2 scivola sul corpo 1. Si dica quale è il coefficiente di attrito statico μ fra i due corpi.



Esercizio 7 - Un sistema di corpi 1 e 2 di masse uguali e pari a m = 1 kg si muove con velocità v_0 = 10 m/s lungo l'asse x come mostrato in figura su un pavimento privo di attrito. Ad un dato istante t = 0 e in un tempo brevissimo il corpo 1 urta il corpo 3 di massa $2m$ che è inizialmente fermo e i due corpi restano attaccati. Si trovi la velocità del corpo 2 immediatamente dopo l'urto e l'energia dissipata nell'urto.



ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Es. 1: prendendo l'asse x nel verso di moto dell'auto 1, le equazioni del moto delle due auto sono:

$$x_1(t) = a\, t^2/2 \qquad (1)$$

$$x_2(t) = d - \int_0^t ct^3 dt = d - \frac{ct^4}{4} \qquad (2)$$

L'urto avviene quando $x_1(t) = x_2(t)$, cioè quando

$$c\, t^4 + 2\, a\, t^2 - 4\, d = 0 \qquad (3)$$

L'eq.(3) è un'equazione di secondo grado in t^2 che ammette due soluzioni. Poiché $t^2 > 0$, l'unica soluzione possibile è quella positiva, cioè:

$t^2 = \frac{-2a+\sqrt{4a^2+16cd}}{2c} = 1236$ s^2 e, quindi: t = 35.2 s.

A questo istante le auto hanno acquisito lungo l'asse x le velocità

$$v_1 = a\, t = 35.2 \text{ m/s} \qquad (4)$$

$$v_2 = -\, c\, t^3 = -\, 43.5 \text{ m/s} \qquad (5)$$

Non essendo presenti forze impulsive esterne lungo l'asse x, La quantità di moto totale delle due macchine si conserva. Inoltre, dopo l'urto le due auto hanno la stessa velocità v. Applicando la conservazione della quantità di moto si trova, quindi:

$$v = (v_1 + v_2)/2 = -\, 4.1 \text{ m/s} \qquad (6)$$

dove il segno – indica che il verso di moto finale è opposto a quello dell'asse x.

Soluzione Es.2 : L'equazione del moto del sasso lungo l'asse verticale y diretto verso l'alto è l'equazione del moto uniformemente accelerato. Il sasso arriva a terra quando $y = 0$. Dunque

$$y(t) = h + v_0 \sin\theta\; t - g\, t^2/2 = 0 \qquad (1)$$

Poichè l'altezza h, l'angolo θ e il tempo t di arrivo sul terreno sono noti, dalla (1) si ricava immediatamente il valore incognito di v_0

$$v_0 = \frac{\frac{gt^2}{2} - h}{\sin\theta t} = 16.1 \text{ m/s} \qquad (2)$$

Soluzione Esercizio 3 : **3.1** – Nel processo si conserva l'energia meccanica. Prendendo come zero dell'energia potenziale la posizione del pendolo a $\theta = 90°$, l'energia meccanica iniziale è:

$$E_i = -\, m\, g\, L \cos\, \theta_0 \qquad (1)$$

Quella finale è $E_f = -\, m\, g\, L \cos\, \theta + m\, v^2/2$ (2)

Imponendo l'uguaglianza $E_i = E_f$, si trova $v^2 = 2gL\,(\cos\,\theta - \cos\,\theta_0) = 3.587$ m^2/s^2 (3)

Da cui $v = (3.587)^{1/2} = 1.89$ m/s (4)

3.2 – L'accelerazione ha due componenti fra loro perpendicolari: l'accelerazione centripeta di modulo $a_c = v^2/L = 2g\,(\cos\theta - \cos\theta_0) = 7.17$ m/s^2 (5)

e l'accelerazione tangenziale. Il valore dell'accelerazione tangenziale si ottiene dalla II legge di Newton poiché la forza tangenziale agente sul corpo è pari in modulo a $F_t = mg\sin\theta$. Dunque,

$$a_t = F_t/m = g\sin\theta = 4.9 \text{ m/s}^2 \qquad (6)$$

Poiché le due accelerazioni sono ortogonali, il modulo dell'accelerazione risultante è

$$a = (a_c^2 + a_t^2)^{1/2} = 8.69 \text{ m/s}^2 \qquad (7)$$

Soluzione Es. 4 – L'unica forza esterna agente lungo l'asse x è la forza della molla che NON E' IMPULSIVA. Dunque, nell'urto anelastico si conserva la quantità di moto del sistema di corpi che è inizialmente lungo x con componente x pari a $-m\,v_0$. Dopo l'urto i due corpi hanno la stessa velocità V e, quindi quantità di moto lungo x pari a $2\,m\,V$. Imponendo la conservazione della quantità di moto si trova

$$V = -\ v_0/2 \qquad (1)$$

Dopo l'urto il corpo di massa $2m$ si mette ad oscillare attorno alla posizione di equilibrio della molla. Prendendo come origine delle x la posizione di equilibrio, la legge oraria del moto di oscillazione è: $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$ (2)

dove $\omega = (K/2m)^{1/2} =$ 22.4 rad/s è la pulsazione e A e φ sono costanti arbitrarie il cui valore si ottiene imponendo le condizioni iniziali

$$x(0) = A\cos\varphi = 0 \qquad (3)$$

e $\quad \mathrm{d}x/\mathrm{d}t\,(0) = -A\,\omega\sin\varphi = V$ (4)

Il sistema di equazioni (3) e (4) è risolto da $\varphi = \pi/2$ e $A = -V/\omega = v_0/2\omega$ (5)

Dunque, $x(t) = v_0/2\omega\cos(\omega t + \pi/2) = -v_0/2\omega\sin(\omega t)$ (6)

La velocità ad un generico istante t si ottiene derivando la (6) rispetto al tempo ed è pari a:

$$v(t) = -v_0/2\cos(\omega t) \qquad (7)$$

Imponendo nella (7) la condizione $v(t) = v_0/4$ si trova $\cos(\omega t) = -\ ½$. La funzione $\cos(\omega t)$ raggiunge per la prima volta il valore - ½ quando

$\omega t = 2\pi/3$, cioè al tempo $t = 2\pi/3\omega = 0.0937$ s (8)

Soluzione esercizio 5: Il lavoro L_{att} fatto dalla forza di attrito è pari alla variazione dell'energia meccanica del sistema di tre corpi. Il lavoro è anche pari a :

$L_{att} = - \mu R h = - \mu 2 m g h$ (1)

L'energia meccanica iniziale è solo potenziale e, assumendo come zero il pavimento, l'energia potenziale è pari a :

$E_i = m_1 g h + m_3 g h = 3 m g h$ (2)

dove abbiamo omesso l'energia potenziale del corpo 2 perché essa rimane costante durante il moto.

Durante la caduta i corpi viaggiano con la stessa velocità v perché sono collegati da funi inestensibili. Quando il corpo 3 arriva a terra, il corpo 1 sale ad altezza $2h$ e l'energia meccanica finale è , quindi:

$E_f = (m_1 + m_2 + m_3) v^2/2 + m_1 g 2h = 5 m v^2/2 + 2 m g h$ (3)

Imponendo la legge $L_{att} = E_f - E_i$, si trova:

$-\mu 2 m g h = 5 m v^2/2 - m g h$ e , quindi $v^2 = (2/5 - \mu 4/5) g h = g h/5$ (4)

dove, per ottenere l'ultimo termine a destra in eq. (4) abbiamo sostituito il valore $\mu = 0.25 = ¼$. Dalla (4) si deduce $v = (g h/5)^{1/2} = 0.99$ m/s (5)

Soluzione esercizio 6 - Il corpo 2 inizia a scivolare solo se la forza di attrito statico che sarebbe necessaria per tenerlo fermo rispetto al corpo 1 è superiore alla massima forza di attrito statico che è pari, in modulo a $\mu R = \mu m g$. Se i due corpi non scivolano, significa che hanno la stessa accelerazione a lungo x e, quindi, dalla I equazione Cardinale si deduce:

$F = 2 m a$, cioè $a = F/2m$ (1)

D'altra parte, l'unica forza agente sul corpo 2 lungo l'asse x è la forza di attrito statico e, quindi, per la seconda legge di Newton

$F_s = m a = F/2$ (2)

Dunque, il corpo non scivola se la superficie è in grado di esercitare la forza di attrito di equazione (2). Ma noi sappiamo che ciò è possibile solo se $F_s < \mu m g$, cioè se $F < 2 \mu mg$. Dunque, il corpo scivola se

$F > 2 \mu mg$ (3)

Dai dati del problema sappiamo che il corpo 2 scivola se F supera il valore F_0 = 10 N, di conseguenza dalla (3) si deduce $F_0 = 2 \mu mg$. Dunque, il coefficiente di attrito statico è

$\mu = F_0/(2mg) = 0.51$ (4)

Soluzione Esercizio 7- Non ci sono forze esterne agenti sul sistema dei tre corpi lungo x e, quindi, si conserva la componente x della quantità di moto del sistema. Inoltre, poiché i corpi 1 e 3 restano attaccati, dopo l'urto essi hanno la stessa velocità v. La conservazione della q.m. si scrive, quindi:

$$2\, m\, v_0 = 3\, m\, v \; + \; m\, v_2 \qquad (1)$$

D’altra parte, l’unica forza che agisce sul corpo 2 lungo x è la forza di attrito che non è una forza impulsiva. Ciò significa che l’ impulso della forza di attrito nel brevissimo intervallo di tempo in cui avviene l’urto è trascurabile e, quindi, la variazione di quantità di moto del corpo 2 durante l’urto è trascurabile. In altre parole, nell’urto si conserva anche la quantità di moto del corpo 2 che inizialmente è pari a $m\, v_0$. Ne consegue che la velocità del corpo 2 resta inalterata nell’urto e, quindi

$$v_2 = v_0 \qquad (2)$$

Sostituendo la (2) nella (1) si trova che la velocità dei corpi 1 e 3 dopo l’urto è:

$$v = v_0/3 \qquad (3)$$

L’energia cinetica iniziale è $E_i = m\, v_0^2$ (4)

L’energia cinetica finale è $E_f = 3mv^2/2 + mv_2^2/2 = 2mv_0^2/3$ (5)

L’energia dissipata è, quindi: $E = E_i - E_f = mv_0^2/3 = 33.3$ J (6)