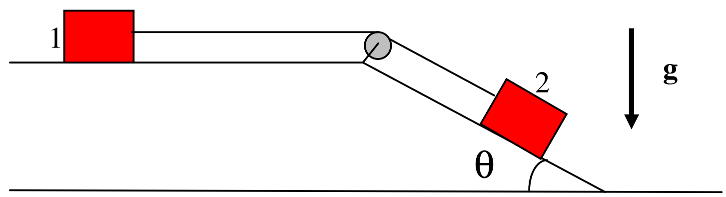
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 7 Giugno 2018

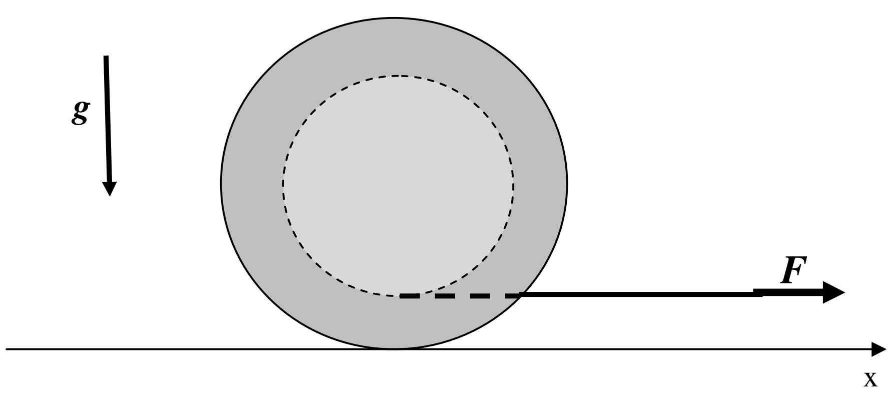
Esercizio 1 – Il sistema mostrato in figura è composto da 2 corpi (1 e 2) collegati insieme da una fune inestensibile e di massa trascurabile che non scivola su una carrucola cilindrica di massa m = 2 kg e raggio r = 5 cm libera di ruotare senza attrito. I due corpi hanno masse uguali e pari ad m. Il tratto orizzontale esercita attrito con coefficienti di attrito statico e dinamico uguali ad uno stesso valore μ mentre l'attrito sul tratto inclinato con angolo $\theta = 30°$ è trascurabile.



1.1 – Si dica per quali valori del coefficiente di attrito μ i corpi restano fermi e si trovino le tensioni T_1 e T_2 dei tratti di fune in contatto con i corpi 1 e 2 in queste condizioni (corpi fermi). (4 punti)

1.2 – Nell'ipotesi che il coefficiente di attrito sia $\mu = 0.3$, si trovino le accelerazione dei due corpi e le tensioni T_1 e T_2. (6 punti)

Esercizio 2 – Un rocchetto su cui è avvolto un filo inestensibile di massa trascurabile è costituito da un cilindro di massa m = 2 kg e raggio r_1 = 2 cm e due dischi adiacenti ai due estremi del cilindro e coassiali di massa $m/2$ e raggi uguali e pari a r_2 = 3 cm. Il rocchetto è appoggiato su un piano orizzontale. Una forza F = 3 N viene applicata sul filo come mostrato in figura. Nell'ipotesi che il rocchetto non scivoli sul piano orizzontale e che il filo non scivoli sul rocchetto,



2.1 – Si calcoli l'accelerazione a del centro di massa e la forza di attrito agente sul rocchetto (modulo e verso). (7 punti)

2.2- Per quali valori del coefficiente di attrito statico μ il corpo, effettivamente, non scivola? (3 punti)

Esercizio 3 – Un cubetto omogeneo galleggia sulla superficie di un fluido di densità $\rho_0 = 1000$ Kg/m^3 contenuto in una vaschetta e solo una frazione 0.001 del volume totale V del cubetto fuoriesce dalla superficie. Il sistema si trova inizialmente a temperatura T_0 = 20 °C. I coefficienti di espansione lineare del cubetto e del fluido sono, rispettivamente,
$\alpha_{Lc} = 10^{-5}$ °C^{-1} e $\alpha_{L0} = 10^{-4}$ °C^{-1}.

3.1 – Si calcoli la densità del cubetto alla temperatura T_0. (3 punti)

Si vuole variare la temperatura T del sistema fino a far precipitare il cubetto sul fondo.

3.2 - Per quale valore di T il cubetto si adagia sul fondo? (7 punti)

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1.1- Se la carrucola resta ferma, il momento di forza applicato dai due spezzoni di fune su di essa deve essere nullo, cioè:

$T_2 r - T_1 r = 0$, da cui si deduce $T_1 = T_2 = T$ (1)

Le condizioni di equilibrio per i corpi 1 e 2 sono, perciò:

$R_1 = mg$ (2)

$T - F_s = 0$ da cui $F_s = T$ (3)

$R_2 = mg \cos\theta$ (4)

$mg \sin\theta - T = 0$ da cui $T = mg \sin\theta = 9.8$ N (5)

I corpi resteranno fermi solo se la forza di attrito statico F_s e' minore in modulo a μR_1, cioè

$\sin\theta < \mu$ da cui si deduce $\mu > 0.5$ (6)

1.2- Poiché $\mu < 0.5$, i corpi scivolano e, quindi, le tensioni dei tratti di fune a contatto con i corpi 1 e 2 sono T_1 e T_2 diverse fra loro. Le equazioni del moto dei due corpi e della carrucola sono:

$T_1 - \mu m g = m a$ (7)

$m g \sin\theta - T_2 = m a$ (8)

$(T_2 - T_1) r = I \alpha$ da cui $T_2 - T_1 = m r \alpha /2$ (9)

Nelle (7) e (8) abbiamo utilizzato l'inestensibilità della corda che assicura l'uguaglianza delle accelerazioni dei corpi 1 e 2. Il fatto che la corda NON scivola sulla carrucola, implica che i punti di contatto fra corda e carrucola hanno la stessa velocità e, quindi, $a = \alpha r$. Sostituendo quest'ultima relazione nella (9) si trova:

$T_2 - T_1 = m a /2$ (10)

Le equazioni (7),(8) e (10) costituiscono un sistema di tre equazioni lineari nelle incognite T_1, T_2 ed a che ammettono la soluzione:

$a = 2 g (\sin\theta - \mu)/5 = 0.784$ m/s^2 (11)

$T_1 = m g (2 \sin\theta + 3 \mu)/5 = 7.45$ N (12)

$T_2 = m g (3 \sin\theta + 2 \mu)/5 = 8.23$ N (13)

Soluzione Esercizio 2- 2.1- Il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse passante per il C.M. e ortogonale alla figura è

$I = m (r_1^2 + r_2^2)/2 = 13 \times 10^{-4}$ Kg m^2 (1)

La tensione della fune è $T = F$ (per il principio di azione e reazione) e, quindi, le equazioni del moto di traslazione e di rotazione (attorno all'asse passante per il *CM*) sono

$R = 2 m g$ (2)

$F - F_s = 2 m a$ (3)

Dove abbiamo assunto la forza di attrito statico F_s orientata nel verso opposto all'asse x (in realtà essendo presenti due dischi ci sono due forze di attrito applicate sui punti di contatto fra i dischi e il pavimento. F_s in eq.(3) rappresenta la forza di attrito risultante). Poiché il moto è di rotolamento puro (il corpo non scivola), l'accelerazione angolare è $\alpha = a / r_2$ (dove abbiamo assunto che il verso positivo di rotazione del rocchetto sia quello orario, quindi, la II equazione cardinale per il moto rotatorio attorno all'asse diventa:

$F_s r_2 - F r_1 = I a / r_2$ (4)

Risolvendo il sistema di equazioni (3) e (4) si ricavano le espressioni di F_s e a.

$a = F\,(r_2 - r_1)\,/(2\,m\,r_2 + I/r_2) = \;\; 0.184$ m/s^2 (5)

$F_s = F\,(I + 2\,m\,r_1\,r_2)/(\,I + 2\,mr_2^{\,2}) = \;2.27$ N (6)

Il segno positivo della forza di attrito in eq.(6) indica che la forza di attrito è effettivamente diretta, come da noi assunto, nel verso opposto a quello dell'asse x.

2.2 – Il cilindro non scivola e il moto è di rotolamento puro se

$$F_s < \mu R = \mu\; 2\,m\,g \qquad (7)$$

Cioè se

$$\mu > F_s\,/\,(\,2\,m\,g) = 0.058 \qquad (8)$$

Esercizio 3 – 3.1 - Il volume sommerso del cubetto è $V_s = V - 0.001\;V = 0.999\;V$ (1)

In queste condizioni, la forza di Archimede deve uguagliare (in modulo) la forza peso e, quindi,

$$\rho_0\,V_s\,g = \;\rho\,V\,g \qquad (2)$$

da cui si deduce che la densità ρ del cubetto è

$$\rho = \rho_0\,V_s\,/\,V = 999 \;\text{ kg/m}^3 \qquad (3)$$

3.2- La densità di un materiale omogeneo ad una generica temperatura T è definita come $\rho\,(\mathrm{T}) = M/\,V(T)$ dove M è la massa che non cambia al variare della temperatura e, quindi, è data dal valore iniziale pari a $M = \rho(T_0)\;V(T_0)$ dove $\rho(T_0)$ è la densità alla temperatura iniziale T_0 e $V(T_0)$ è il volume occupato a quella temperatura. . Dunque , la densità $\rho(T)$ ad una generica temperatura si può scrivere nella forma

$$\rho\,(\mathrm{T}) = \rho(T_0)\;V(T_0)/\;V(T) \qquad (4)$$

A causa della dilatazione termica, i volumi del fluido e del cubetto aumentano all'aumentare di T secondo le rispettive leggi dell'espansione volumetrica dei corpi:

$$V_0\,(T) = V_0\,[1 + 3\;\alpha_{L0}\,(T - T_0)] \qquad (5)$$

$$V(T) = V\,[1 + 3\;\alpha_{Lc}\,(T - T_0)] \qquad (6)$$

dove abbiamo sfruttato il fatto che il coefficiente di espansione volumica è legato a quello di espansione lineare dalla relazione $\alpha_v = 3\;\alpha_L$. Sostituendo le espressioni (5) e (6) nella (4) si ottiene per le densità del fluido ($\rho_0(T)$) e del corpo ($\rho(T)$) ad una temperatura T:

$$\rho_0(T) = \rho_0\,/\,[1 + 3\;\alpha_{L0}\,(T - T_0)] \qquad (7)$$

$$\rho(T) = \rho\,/\,[1 + 3\;\alpha_{Lc}\,(T - T_0)] \qquad (8)$$

dove $\rho_0 = 1000$ kg/m^3 e $\rho = 999$ kg/m^3 sono le densità iniziali (alla temperatura T_0) del fluido e del cubetto. Il cubetto andrà verso il fondo appena la sua densità [$\rho(T)$] diventerà uguale a quella del fluido [$\rho_0\,(T)$]. Uguagliando le espressioni (7) e (8) si trova:

$$\rho_0\;\;[1 + 3\;\alpha_{Lc}\,(T - T_0)] \;=\; \rho\;\;[1 + 3\;\alpha_{L0}\,(T - T_0)] \qquad (9)$$

Da cui si deduce

$$T = T_0 + (\rho_0 - \rho) / (3\, \rho\, \alpha_{L0} - 3\, \rho_0\ \ \alpha_{Lc}) = 23.7\ °\mathrm{C} \qquad (10)$$