Calcolo Numerico - Corso B: Laboratorio Lezione 9

Luca Gemignani <luca.gemignani@unipi.it>

Simulazione di Prova

Esercizio 1. Siano $M = (m_{i,j}), N = (n_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $n \geq 2$, definite da

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1 \text{ se } i \geq j; \\ 0 \text{ altrimenti;} \end{cases}$$

$$n_{i,j} = \begin{cases} x \text{ se } i \leq j; \\ 1 \text{ se } 1 \leq i \leq n-1, j = n; \\ 0 \text{ altrimenti.} \end{cases}$$

1. Si determini $A = M - N$.
2. Si determini per quali valori del parametro $x \in \mathbb{R}$ la matrice A è predominante diagonale.
3. Si determini per quali valori del parametro $x \in \mathbb{R}$ il metodo iterativo $M\boldsymbol{x}^{(k+1)} = N\boldsymbol{x}^{(k)} + \boldsymbol{b}$ è convergente.
4. Si mostri che per tali valori A è invertibile.
5. Si determini il costo computazionale di un'iterazione del metodo.

Esercizio 2. Si consideri l'equazione

$$f(x) = (x-1)e^{x+1} - a = 0, \quad a > 0.$$

1. Si mostri che l'equazione ammette una ed una sola soluzione reale $\xi = \xi(a)$.
2. Si mostri che il metodo delle tangenti genera successioni convergenti per ogni $x_0 > 0$.
3. Si scriva un programma MatLab che dato in input il valore di a e una tolleranza *tol* restituisce in uscita un'approssimazione di $\xi = \xi(a)$ generata dal metodo di Newton arrestato quando $|x_{k+1} - x_k| \leq tol$.

4. Utilizzando il comando `plot` si tracci un grafico della funzione $a \to \xi(a)$ per $1 \le a \le 3$.