Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli
Ottavo foglio di esercizi

Esercizio 1 Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a- È diagonalizzabile su $\mathbf{R}$?

b- Descrivere una base in cui la matrice, associta all'endomorfismo di $\mathbf{R}^n$ definito da A, è triangolare.

Esercizio 2 Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & a \end{pmatrix}$.

a- Per quali $a \in \mathbf{R}$ è diagonalizzabile su $\mathbf{R}$?

b- Per quali $a \in \mathbf{R}$ è triangolabile su $\mathbf{R}$?

c- Per quali $a \in \mathbf{C}$ è diagonalizzabile su $\mathbf{C}$?

Esercizio 3 (Prosecuzione dell'esercizio 5 del sesto foglio) Sia $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ lineare *non identicamente nulla*, e $v_0 \in \mathbf{R}^n$ *non nullo.* Si definisce l'endomorfismo lineare $T : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$ come segue

$$T(x) \;=\; x \;+\; f(x)v_0, \quad x \in \mathbf{R}^n.$$

d- Quale relazione deve sussistere tra f e v_0 affinchè l'endomorfismo T sia simmetrico?

e- Quale relazione necessariamente deve sussistere tra $Ker\, f$ e v_0 affinchè T sia ortogonale?

f- In tal caso dare un'interpretazione geometrica dell'azione di T sui punti di $\mathbf{R}^n$.

Esercizio 4 Si caratterizzino gli endomorfismi *simmetrci e ortogonali* in $\mathbf{R}^n$.