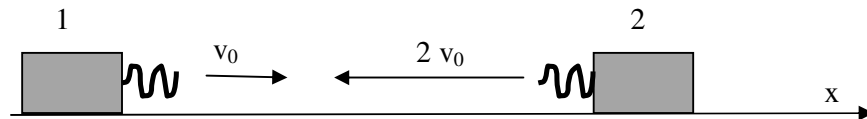


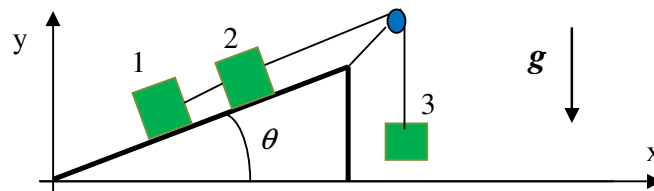
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE 18 febbraio 2019

Esercizio 1 - Due carrelli ferroviari 1 e 2 di massa $M = 1000 \text{ Kg}$ viaggiano su un binario rettilineo lungo l'asse x con velocità di modulo $v_1 = v_0 = 0.5 \text{ m/s}$ e $v_2 = 2 v_0$ in verso opposto. I respingenti dei due carrelli sono costituiti da due molle identiche di massa trascurabile e di costante elastica $k = 10^5 \text{ N/m}$. I respingenti iniziano a toccarsi al tempo $t = 0 \text{ s}$. Supponendo trascurabili gli attriti,



- 1.1 – si trovi la massima compressione Δx raggiunta da ciascuna molla durante l'urto. (4)
- 1.2 Si trovino le velocità dei due carrelli dopo l'urto quando si allontanano nuovamente l'uno dall'altro. (2 punti)
- 1.3 – Un corpo di massa m trascurabile rispetto a quella dei carrelli è appoggiato sul pianale di uno dei carrelli. Quale è il valore minimo che deve avere il coefficiente di attrito statico μ_s fra corpo e pavimento se si vuole che il corpo non scivoli mai durante l'urto? (4 punti)

Esercizio 2 - Tre corpi sono disposti come in figura e collegati fra loro da funi inestensibili di massa trascurabile. Le masse dei corpi 2 e 3 sono uguali e pari a $M = 1 \text{ kg}$. La carrucola ha massa trascurabile ed è libera di ruotare senza attrito attorno al proprio asse. Il piano inclinato in figura fa un angolo $\theta = 30^\circ$. Supponendo che tutti gli attriti siano trascurabili,

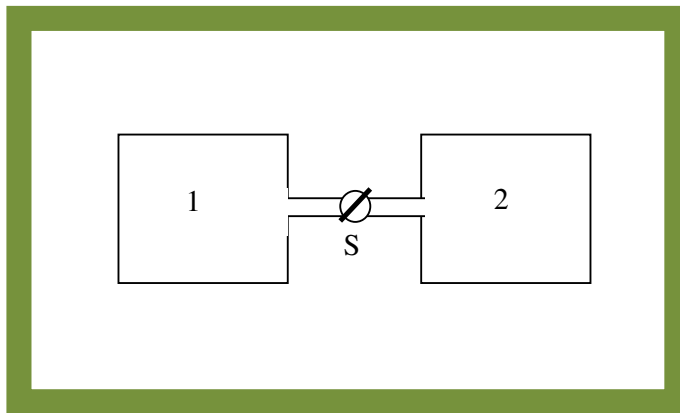


- 2.1 - si trovi il valore che deve avere la massa m del corpo 1 se si vuole che il sistema stia in equilibrio e si trovi la tensione T_{12} della fune che collega i corpi 1 e 2 in questa situazione.(5 punti)

Ad un dato istante, la fune che collega i corpi 1 e 2 si rompe.

- 2.2 – Si trovi l'accelerazione del corpo 3 e la tensione T_{23} della fune che collega i corpi durante il moto successivo alla rottura della fune. (5 punti)

Esercizio 3 – Due recipienti , 1 e 2, che hanno lo stesso volume $V = 10^{-3} \text{ m}^3$ contengono un gas perfetto monoatomico alla stessa temperatura $T_0 = - 100 \text{ }^\circ\text{C}$. I due contenitori sono collegati da un tubicino di sezione trascurabile nel quale è presente un rubinetto S inizialmente chiuso. Le pareti dei contenitori e del tubicino e il rubinetto sono termicamente isolanti. Le pressioni del gas nei due recipienti sono, rispettivamente, $p_1 = 10^5 \text{ Pa}$ e $p_2 = 2 p_1$. Ad un dato istante il rubinetto T viene aperto e i gas presenti nei due recipienti si mescolano.



3.1 - Si dica se la trasformazione è reversibile o irreversibile e si calcolino le pressioni e le temperature finali dei gas nei recipienti. (6 punti)

Ad un dato istante, il contenitore adiabatico viene tolto e i due recipienti vengono lasciati in contatto con un'atmosfera esterna a temperatura costante pari a $T_a = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

3.2 - Si dica se la trasformazione è reversibile o irreversibile e si calcoli il calore totale assorbito dai gas e il lavoro totale fatto dai gas nel tempo necessario al raggiungimento del nuovo equilibrio. (4 punti)

(Per la costante dei gas perfetti si usi il valore $R = 8.316 \text{ J mol}^{-1} \text{ Kelvin}^{-1}$)

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- Nell'urto si conserva l'energia meccanica totale perché non c'è attrito e perché la reazione vincolare non compie lavoro essendo perpendicolare allo spostamento dei carrelli. L'altra forza agente durante l'urto è la forza elastica che è conservativa. Inoltre, il sistema costituito dai 2 carrelli e dalle molle non è soggetto a forze esterne dirette lungo l'asse x (le uniche forze esterne sono le forze peso e le reazioni normali). Conseguentemente, si conserva la componente x della quantità di moto totale del sistema. Nel momento di massima compressione la velocità dei due carrelli lungo l'asse x ha lo stesso valore v (cioè la velocità relativa è pari a $v_1 - v_2 = 0$ nel momento di massima compressione). Inoltre, per simmetria, le massime compressioni delle due molle sono uguali e pari ad un valore Δx . Dunque, la conservazione della quantità di moto del sistema impone la relazione:

$$2 M v = M v_0 - 2 M v_0 = - M v_0 \quad \Rightarrow \quad v = - v_0/2 \quad (1)$$

mentre, la conservazione dell'energia impone la relazione:

$$\frac{2Mv^2}{2} + 2 \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{5Mv_0^2}{2} \quad (2)$$

Sostituendo il valore di v di eq.(1) nella (2) si ottiene, dopo semplici passaggi:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{9M}{4k}} v_0 = 0.075 \text{ m} = 7.5 \text{ cm} \quad (3)$$

1.2- L'urto fra i carrelli è totalmente elastico perché le forze interne agenti sui corpi sono le forze elastiche delle molle che sono conservative. Dalla teoria degli urti elastici unidimensionali sappiamo che, quando le masse dei corpi interagenti sono uguali, dopo l'urto, i due corpi si scambiano le velocità. Dunque, la componente x delle velocità dei carrelli 1 e 2 dopo l'urto sono pari a $v_1 = - 2 v_0$ e $v_2 = v_0$.

1.3- La massa m scivola se la forza di attrito necessaria per tenerla ferma rispetto al carrello supera in modulo il massimo valore pari a $\mu_s m g$. Se la massa non scivola, la sua accelerazione è pari all'accelerazione del carrello. Durante l'urto, la forza esercitata sul carrello lungo x è la forza elastica della molla che, al massimo, ha modulo $F = k \Delta x$ dove Δx è la massima compressione della molla di eq.(3). Conseguentemente l'accelerazione massima del carrello è pari in modulo a:

$$a = \frac{k\Delta x}{m + M} \cong \frac{k\Delta x}{M} \quad (4)$$

dove, per ottenere l'ultima espressione a destra, abbiamo sfruttato il fatto che la massa m del corpo è trascurabile rispetto alla massa M del carrello. L'unica forza agente sul corpo lungo x è la forza di attrito statico e, quindi, il modulo della forza di attrito statico è $F_s = ma$ che raggiunge il massimo valore quando la compressione Δx è massima, cioè è quella data in eq.(4). D'altra parte, sappiamo che la forza di attrito statico deve soddisfare la condizione $F_s \leq \mu_s m g$ e, quindi,

$$F_s = \frac{mk\Delta x}{M} \leq \mu_s m g \quad \Rightarrow \quad \mu_s \geq \frac{k\Delta x}{Mg} = 0.765 \quad (5)$$

Ne consegue che il minimo valore di μ_s per cui il corpo resta solidale al carrello è $\mu_s = 0.765$.

Soluzione Esercizio 2 - 2.1- Poiché ciascun corpo è in equilibrio, la forza su ciascun corpo deve essere nulla. Dunque:

$$Mg - T_{23} = 0 \quad (1)$$

$$T_{23} - T_{12} - Mg \sin \theta = 0 \quad (2)$$

$$T_{12} = mg \sin \theta \quad (3)$$

Sommando membro a membro le equazioni (1) e (2) si trova, dopo semplici passaggi algebrici,

$$T_{12} = Mg(1 - \sin \theta) \quad (4)$$

Sostituendo T_{12} di eq. (3) nella (4) si ottiene $m = \frac{M - M \sin \theta}{\sin \theta} = M = 1 \text{ kg}$ (5)

L'ultima uguaglianza $m = M$ si ottiene sostituendo $\sin \theta = 1/2$ nella (5). Infine, sostituendo $m = M$ nella (3) si trova

$$T_{12} = Mg \sin \theta = 4.9 \text{ N} \quad (6)$$

2.2 - Dopo la rottura della fune, il corpo 3 inizia a cadere e sul corpo 2 cessa di agire la tensione T_{12} . Dunque, le equazioni del moto dei corpi 3 e 2 sono:

$$Mg - T_{23} = Ma \quad (7)$$

$$T_{23} - Mg \sin \theta = Ma \quad (8)$$

Risolvendo il sistema di equazioni (7) e (8), si trova

$$a = \frac{g(1 - \sin \theta)}{2} = 2.45 \text{ m/s}^2 \quad (9)$$

e

$$T_{23} = Mg \left(\frac{1 + \sin \theta}{2} \right) = 7.35 \text{ N} \quad (10)$$

Soluzione Esercizio 3 -

3.1 - La temperatura iniziale dei gas in Kelvin è $T_0 = 173 \text{ K}$. I dati del problema permettono di calcolare il numero di moli presenti nei due recipienti che sono:

$$n_1 = \frac{p_1 V}{RT_0} = 6.95 \cdot 10^{-2} \text{ moli} \quad \text{e} \quad n_2 = \frac{p_2 V}{RT_0} = 13.9 \cdot 10^{-2} \text{ moli} \quad (1)$$

Dopo la chiusura del rubinetto i gas si mescolano fino a raggiungere il nuovo equilibrio. La trasformazione è irreversibile perché avviene rapidamente. Poiché non vi sono pistoni su cui i gas possono compiere lavoro, il lavoro L complessivo fatto dai gas è nullo (si tratta di un'espansione libera di un gas). Inoltre non c'è calore Q che fluisce dall'esterno verso i gas perché il sistema è interno ad un contenitore termicamente isolante. Dunque, per il I principio della Termodinamica, anche l'energia totale dei gas non varia ($\Delta U = 0$). Alla fine dell'espansione libera i gas dovranno trovarsi in equilibrio termico, cioè alla stessa temperatura T e in equilibrio meccanico, cioè alla stessa pressione p . Poiché i gas contenuti nei due recipienti all'equilibrio hanno la stessa pressione e la stessa temperatura, allora, per la legge dei gas perfetti i numeri di moli N_1 e N_2 contenuti nei due settori di volume V dovranno avere lo stesso valore $N = pV/(RT)$. Dunque, il numero totale di moli presenti alla fine del processo è

$$2N = 2pV/(RT) \quad (2)$$

D'altra parte, per la conservazione della massa il numero totale di moli deve essere uguale al valore iniziale e soddisfare la relazione:

$$2N = n_1 + n_2 \Rightarrow \frac{2pV}{RT} = \frac{(p_1 + p_2)V}{RT_0} \quad (3)$$

dove, per ottenere la relazione finale abbiamo sostituito i valori di n_1 , n_2 e $2N$ dati dalle relazioni (1) e (2). La temperatura finale T si ottiene sfruttando la condizione che l'energia finale del sistema è uguale a quella iniziale ($L = 0$, $Q = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$), cioè:

$$\frac{3}{2}(n_1 + n_2)RT_0 = \frac{3}{2}(2N)RT \quad (4)$$

Ma i numeri totali di moli iniziali $n_1 + n_2$ e finali $2N$ sono uguali e l'equazione (4) diventa

$$T = T_0 = 173 \text{ K} \quad (5)$$

Sostituendo $T = T_0$ in eq.(3) si trova,infine:

$$p = \frac{p_1 + p_2}{2} = 1.5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad (6)$$

3.2 Dopo che viene rimosso il contenitore, il calore inizia a fluire attraverso i recipienti finché, all'equilibrio la temperatura finale dei gas diventa uguale a quella dell'ambiente esterno $T_a = 20 \text{ °C} = 293 \text{ K}$ mentre inizialmente era pari al valore $T_0 = 173 \text{ K}$. Il processo sarà **irreversibile** poiché avviene bruscamente e non attraverso stati di equilibrio e la trasformazione sarà **isocora** perché il gas contenuto nel recipiente di volume $2V$ costituito dai 2 contenitori mantiene inalterato il volume. Dunque, il gas non compie lavoro, cioè

$$L = 0. \quad (7)$$

Per il I Principio della Termodinamica, il calore Q assorbito dai gas è, dunque, pari alla variazione totale di energia interna cioè

$$Q = 3NR(T_a - T_0) = 312 \text{ J} \quad (8)$$

Dove abbiamo utilizzato per N il valore che si ottiene imponendo la conservazione della massa che è

$$N = (n_1 + n_2)/2 = 10.425 \cdot 10^{-2}$$