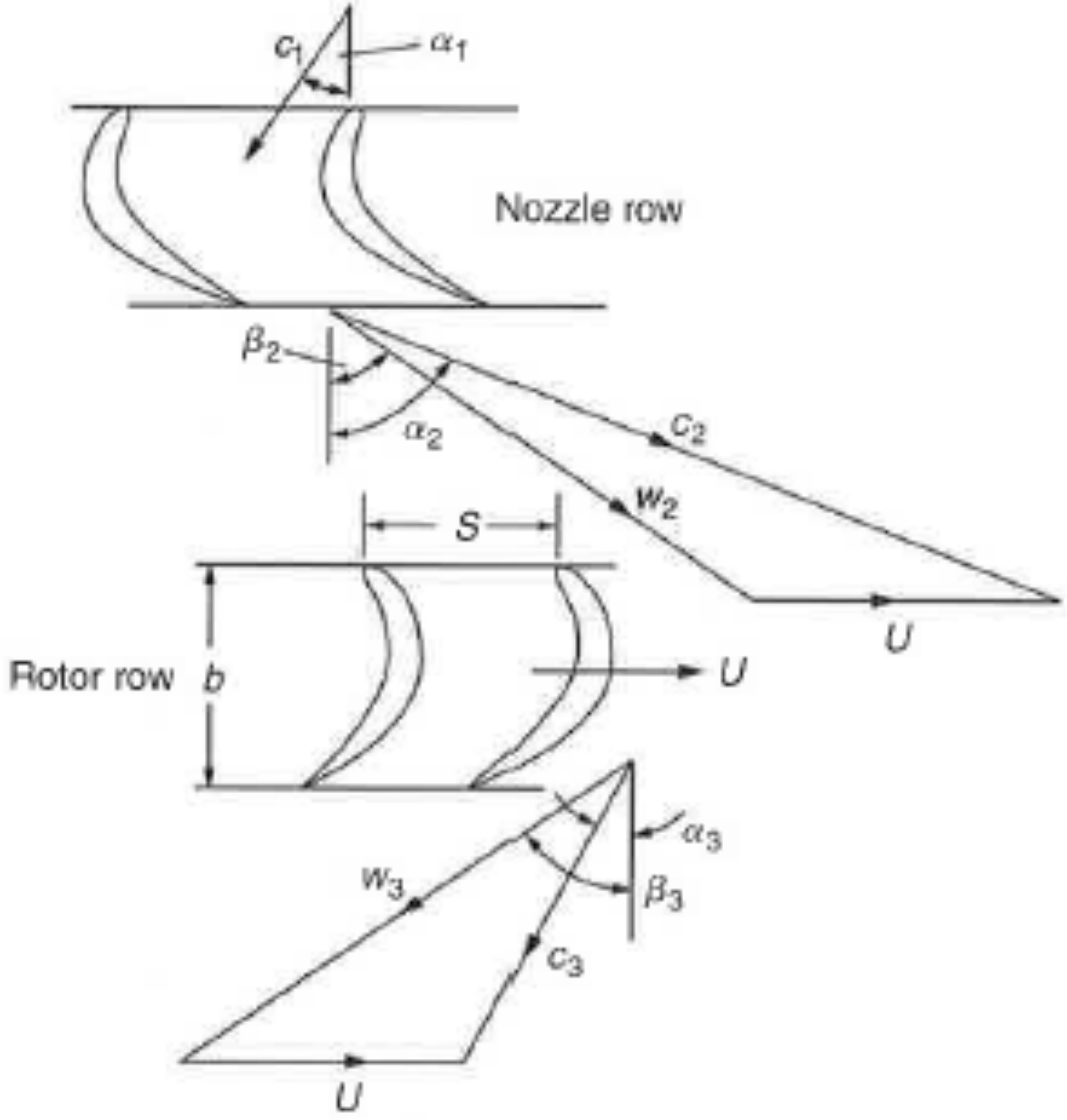
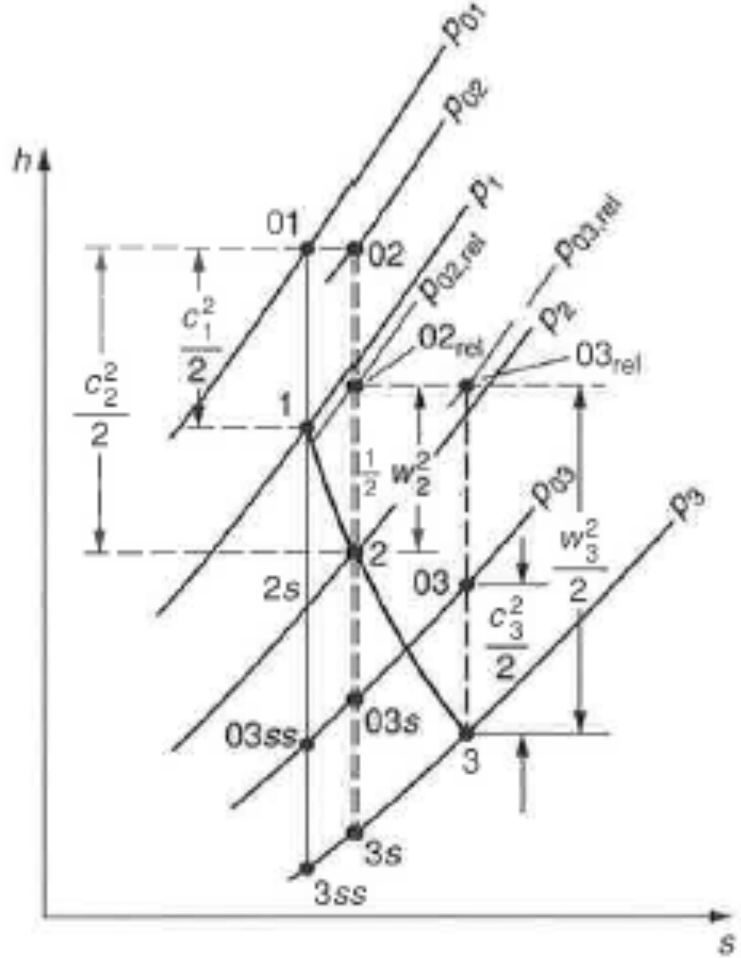
Turbine assiali

Triangoli di velocità





Parametri di progetto

- Coefficiente di flusso: $\phi = \frac{c_m}{U}$
- Coefficiente di carico: $\psi = \frac{\Delta h_0}{U^2} = \frac{U\Delta c_\theta}{U^2} = \frac{\Delta c_\theta}{U}$
- Grado di reazione: $R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3}$

Lavoro in uno stadio assiale

- Il lavoro fatto sul rotore di uno stadio assiale è:

$$W_t = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = h_{01} - h_{03} = U(c_{\vartheta 2} - (-c_{\vartheta 3})) = U(c_{\vartheta 2} + c_{\vartheta 3})$$

- Nello statore l'entalpia totale resta costante perché non ci sono scambi di lavoro e calore

$$h_{01} = h_{02}$$

Lavoro in uno stadio assiale

- Dato che la componente della velocità radiale è piccola

$$h_{02} - h_{03} = h_2 - h_3 + \frac{1}{2}\left(c_{\theta 2}^2 - c_{\theta 3}^2\right) + \frac{1}{2}\left(c_{x2}^2 - c_{x3}^2\right) = U\left(c_{\theta 2} + c_{\theta 3}\right)$$

$$h_2 - h_3 + \frac{1}{2}\left(c_{\theta 2} + c_{\theta 3}\right)\left[\left(c_{\theta 2} - U\right) - \left(c_{\theta 3} + U\right)\right] + \frac{1}{2}\left(c_{x2}^2 - c_{x3}^2\right) = 0$$

- E dai triangoli di velocità:

$$c_{\theta 2} - U = w_{\theta 2} \quad c_{\theta 3} + U = w_{\theta 3}$$ e $$c_{\theta 2} + c_{\theta 3} = w_{\theta 2} + w_{\theta 3}$$

- Si ottiene:

$$h_2 - h_3 + \frac{1}{2}\left(w_{\theta 2}^2 - w_{\theta 3}^2\right) + \frac{1}{2}\left(c_{x2}^2 - c_{x3}^2\right) = 0$$

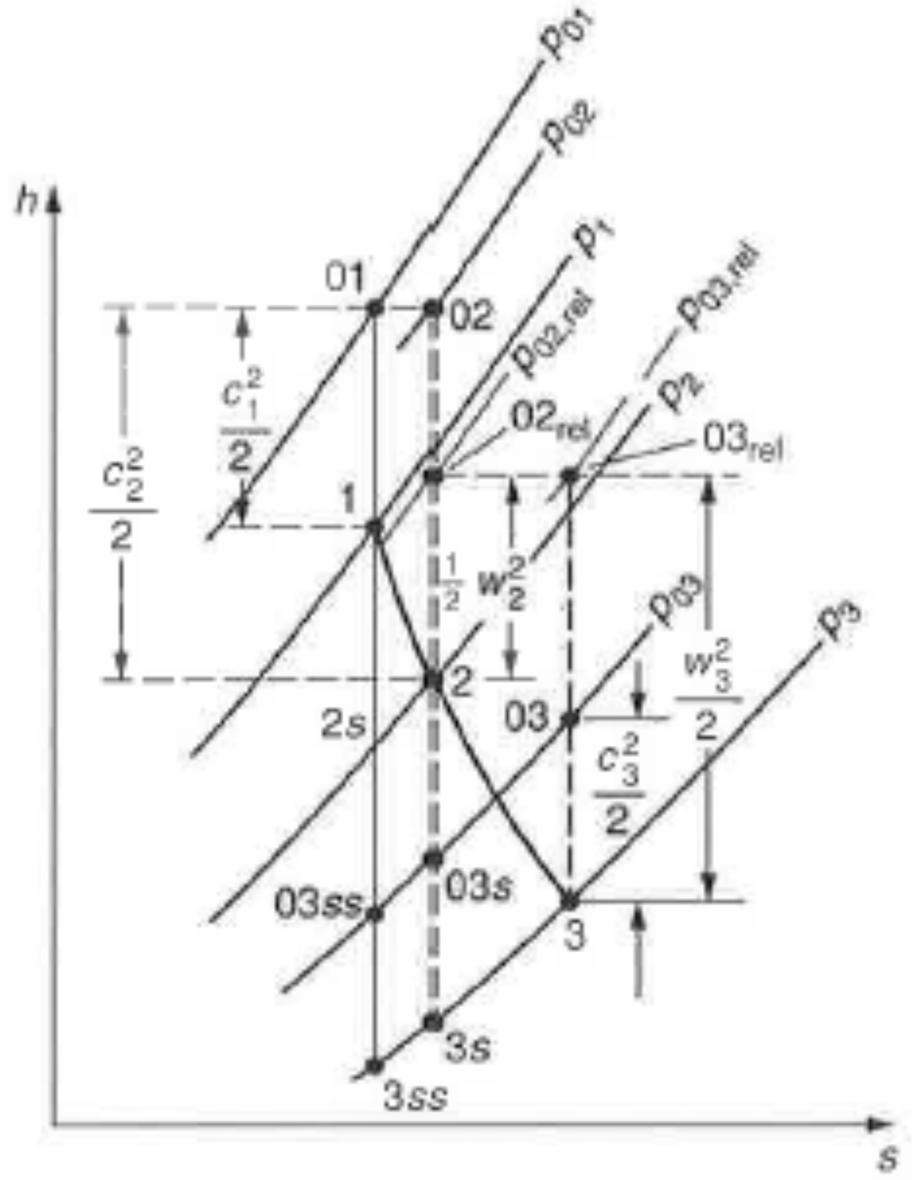
Lavoro in uno stadio assiale

- Se la velocità assiale

è costante:

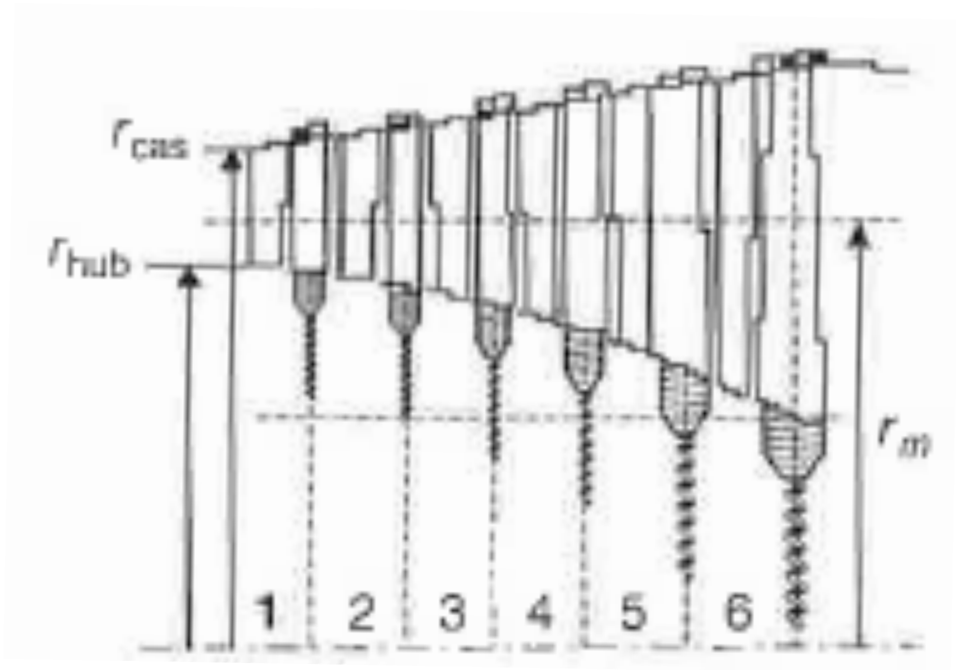
$$h_2 + \frac{1}{2}w_2^2 = h_3 + \frac{1}{2}w_3^2$$

$$\Rightarrow \quad h_{02rel} = h_{03rel}$$



Turbina multistadio

- Nelle turbomacchine multistadio si assume che la velocità assiale sia costante e per un progetto preliminare si considerano i triangoli di velocità al raggio medio.



Turbina multistadio

- Dalla definizione di grado di reazione:

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} = 1 - \frac{h_1 - h_2}{h_{01} - h_{03}}$$

dato che le velocità alle sezioni 1 e 3 e le componenti assiali sono uguali

- Possiamo scrivere:

$$h_1 - h_2 = h_{01} - h_{02} + \frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_1^2\right) = \frac{1}{2}c_x^2\left(\tan^2\alpha_2 - \tan^2\alpha_1\right)$$

$$h_{01} - h_{03} = U^2\psi$$

$$\Rightarrow R = 1 - \frac{\phi^2}{2\psi}\left(\tan^2\alpha_2 - \tan^2\alpha_1\right)$$

Turbina multistadio

- Il coefficiente di carico può essere scritto:

$$\psi = \frac{\Delta c_\theta}{U} = \frac{c_x\left(\tan\alpha_2 + \tan\alpha_1\right)}{U} = \phi\left(\tan\alpha_2 + \tan\alpha_1\right)$$

- Che può essere inserito nella espressione del grado di reazione:

$$R = 1 - \frac{\phi}{2}\left(\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1\right)$$

- Ricavando $\tan\alpha_2$ e sostituendo si ottiene:

$$\tan\alpha_2 = \tan\alpha_1 + \frac{2}{\phi}\left(1 - R\right) \Rightarrow$$

$$\psi = \phi\left(\tan\alpha_2 + \tan\alpha_1\right) = 2\left(1 - R + \phi\tan\alpha_1\right)$$

Turbina multistadio

- Fissando ϕ, ψ e R si definiscono i triangoli di velocità:

$$\tan\alpha_1 = \frac{\psi}{2\phi} + \frac{(R-1)}{\phi}$$

$$\tan\alpha_2 = \frac{2(1-R)}{\phi} + \tan\alpha_1$$

- Dalla condizione di stadi ripetuti ($\alpha_1=\alpha_3$) e dai triangoli di velocità:

$$\tan\beta_2 = \tan\alpha_2 - \frac{1}{\phi} \qquad \tan\beta_3 = \tan\alpha_3 + \frac{1}{\phi}$$

Stadio con R=0

- I vantaggi di uno stadio con R=0 sono molteplici:
  - Alto coefficiente di carico
  - Bassi carichi assiali sul rotore
  - Minori perdite per trafilamento
  - Pochi stadi
- Gli svantaggi sono:
  - Minore efficienza
  - Possibile separazione dello strato limite

Stadio con R=0

- Dalla definizione di R=0 risulta che h_2=h_3 e quindi il salto entalpico è tutto nello statore.
- Poi combinando:

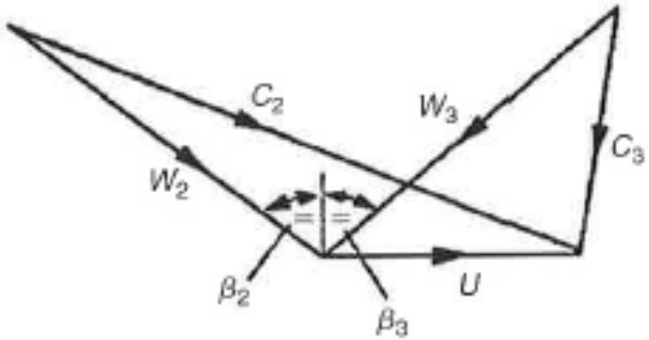
$$R = 1 - \frac{\phi}{2}\left(\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1\right) \quad \text{e} \quad \tan\beta_2 = \tan\alpha_2 - \frac{1}{\phi} \quad \tan\beta_3 = \tan\alpha_3 + \frac{1}{\phi}$$

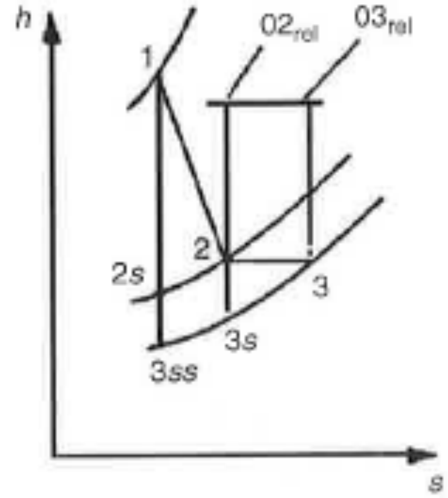
- Si ottiene:

$$R = \frac{\phi}{2}\left(\tan\beta_3 - \tan\beta_2\right)$$

- Per R=0

$$\beta_3 = \beta_2$$

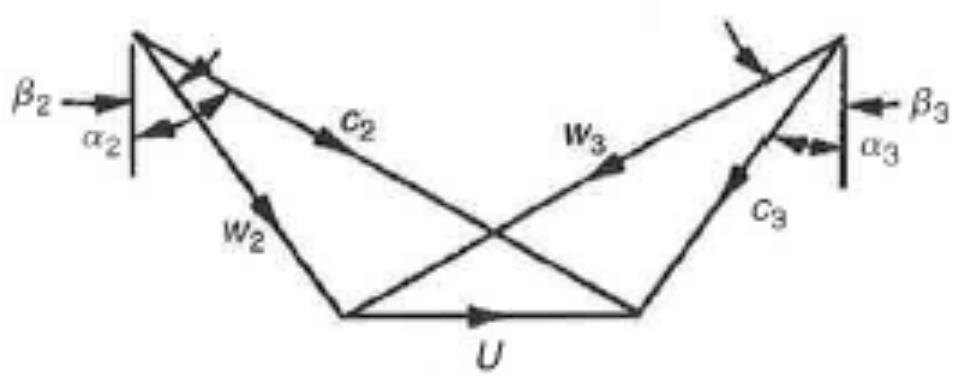


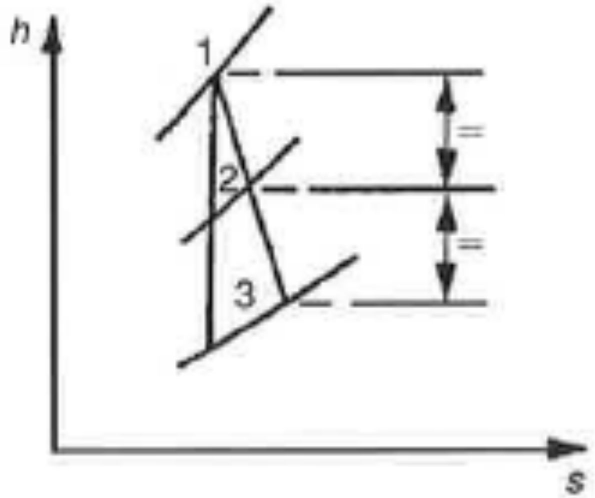


Stadio con R=0.5

- Dalla definizione di R=0.5 risulta che il salto entalpico è diviso in parti uguali
- Quindi:

$$R = 1 - \frac{\phi}{2}\left(\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1\right) \Rightarrow 1 = \phi\left(\tan\beta_2 + \frac{1}{\phi} - \tan\alpha_1\right) \Rightarrow \beta_2 = \alpha_1 = \alpha_3$$





Rendimento di palettatura

- La velocità in uscita dallo statore è data da: $c_2 = \sqrt{c_1^2 + 2(h_1 - h_2)}$
- Il rendimento dello stadio è dato da:

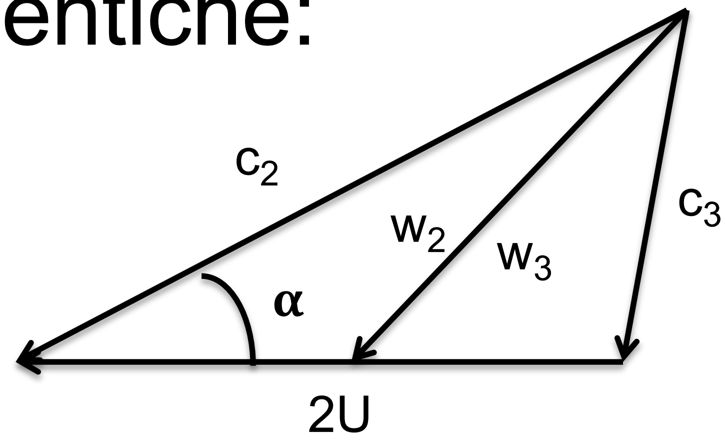
$$\eta = \frac{W}{E_{disp}} = \frac{\frac{c_2^2 - c_3^2}{2} + \frac{w_3^2 - w_2^2}{2}}{\frac{c_2^2 - c_3^2}{2} + \frac{w_3^2 - w_2^2}{2} + \frac{c_3^2}{2}} = \frac{\frac{c_2^2 - c_3^2}{2} + \frac{w_3^2 - w_2^2}{2}}{\frac{c_2^2}{2} + \frac{w_3^2 - w_2^2}{2}}$$

- Dove al numeratore c’è il lavoro più l’energia cinetica allo scarico
- Valutiamo come si esprime il rendimento di palettatura per gradi di reazione 0 e 0.5

Rendimento per R=0

- Nel caso di R=0, abbiamo che le velocità relative nel rotore sono identiche:

$$\eta = \frac{\frac{c_2^2 - c_3^2}{2}}{\frac{c_2^2}{2}}$$



- Per il teorema di Carnot possiamo scrivere:

$$c_3^2 = c_2^2 + 4U^2 - 4Uc_2 cos\alpha$$

- Dove α è l'angolo tra c_2 e U

Rendimento per R=0

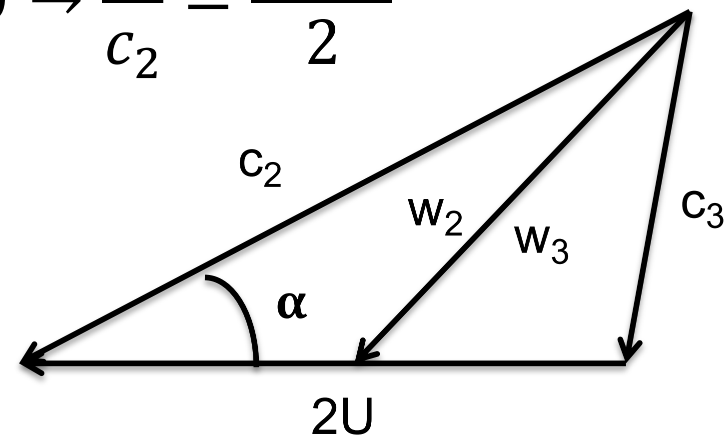
- Possiamo quindi scrivere:

$$\eta = \frac{c_2^2 - c_2^2 - 4U^2 + 4Uc_2 cos\alpha}{c_2^2} = 4\left(\frac{U}{c_2}cos\alpha - \left(\frac{U}{c_2}\right)^2\right)$$

- Derivando e uguagliando a zero otteniamo:

$$\frac{d\eta}{d\,U/c_2} = 4\left(cos\alpha - 2\left(\frac{U}{c_2}\right)\right) = 0 \rightarrow \frac{U}{c_2} = \frac{cos\alpha}{2}$$

$$\rightarrow \ \eta_{max} = cos^2\alpha$$

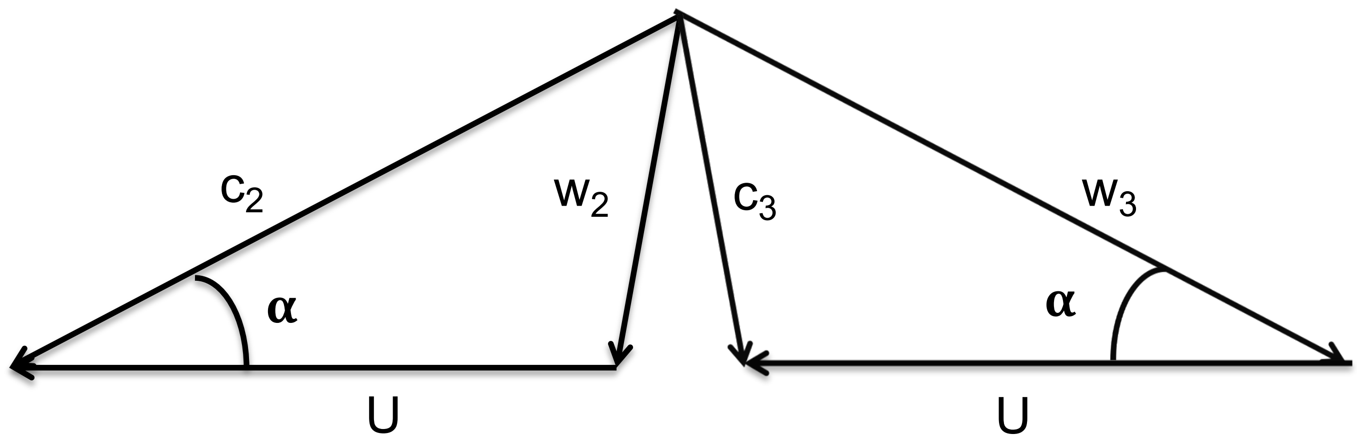


Rendimento per R=0.5

- Nel caso di R=0.5, abbiamo che i triangoli di velocità sono speculari:

$$\eta = \frac{W}{E_{disp}} = \frac{\frac{c_2^2 - c_3^2}{2} + \frac{w_3^2 - w_2^2}{2}}{\frac{c_2^2 - c_3^2}{2} + \frac{w_3^2 - w_2^2}{2} + \frac{c_3^2}{2}} = \frac{2(c_2^2 - c_3^2)}{2c_2^2 - c_3^2}$$

- Per il teorema di Carnot possiamo scrivere: $c_3^2 = c_2^2 + U^2 - Uc_2 cos\alpha$



Rendimento per R=0.5

- Possiamo quindi scrivere:

$$\eta = \frac{2\,(c_2^2 - c_2^2 - U^2 + 2Uc_2 cos\alpha)}{2c_2^2 - c_2^2 - U^2 + 2Uc_2 cos\alpha} = \frac{2\,(-U^2 + 2Uc_2 cos\alpha)}{c_2^2 - U^2 + 2Uc_2 cos\alpha}$$

$$= \frac{2\left(2\frac{U}{c_2}cos\alpha - \left(\frac{U}{c_2}\right)^2\right)}{1 + 2\frac{U}{c_2}cos\alpha - \left(\frac{U}{c_2}\right)^2} = 2\left(1 - \frac{1}{1 + 2\frac{U}{c_2}cos\alpha - \left(\frac{U}{c_2}\right)^2}\right)$$

- Derivando e uguagliando a zero otteniamo:

$$\frac{d\eta}{d\,U/c_2} = 2\left(\frac{2cos\alpha - 2\frac{U}{c_2}}{\left(1 + 2\frac{U}{c_2}cos\alpha - \left(\frac{U}{c_2}\right)^2\right)^2}\right) = 0 \rightarrow \frac{U}{c_2} = cos\alpha \rightarrow$$

$$\eta_{max} = \frac{2cos^2\alpha}{1 + cos^2\alpha}$$