

Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F. Acquistapace, V.M. Tortorelli

Primo foglio di esercizi

Prodotto scalare in \mathbf{R}^n : $\langle (x_1, \dots, x_n) \cdot (y_1, \dots, y_n) \rangle = x_1y_1 + \dots + x_ny_n$;

Prodotto vettore in \mathbf{R}^3 : $(a, b, c) \times (\alpha, \beta, \gamma) = (b\gamma - \beta c, -(a\gamma - \alpha c), a\beta - \alpha b)$,

quindi $\langle (a, b, c) \times (\alpha, \beta, \gamma) \cdot (a, b, c) \rangle = \langle (a, b, c) \times (\alpha, \beta, \gamma) \cdot (\alpha, \beta, \gamma) \rangle = 0$.

Domande di introduzione

Domanda 1 a- Si scriva in forma parametrica in \mathbf{R}^2 la retta passante per i punti $(-3, 1)$ e $(-2, -4)$;
b- si scriva un'equazione della stessa retta.

Domanda 2 Le rette $(1, 1) + t(1, -1)$, $t \in \mathbf{R}$ e $(2 + 2t, 2 - t)$, $t \in \mathbf{R}$ si incontrano?

Domanda 3 Si scriva in forma parametrica in \mathbf{R}^3 la retta passante per i punti $(1, -2, 1)$ e $(-2, 1, -3)$.
Si scrivano equazioni della stessa retta.

Domanda 4 a- Si mostri che per ogni m le equazioni $y - mx = 0$, $z = m$ definiscono una retta.
b- Si mostri che le coppie di rette della famiglia così definite sono sghembe.

Domanda 5 Si scriva in forma parametrica in \mathbf{R}^3 il piano passante per i punti $(1, 2, 3)$, $(0, 4, 0)$ e $(0, -1, 2)$. Si scriva un'equazione dello stesso piano.

Domanda 6 Quali delle seguenti coppie di rette nello spazio \mathbf{R}^3 sono sghembe?

a- $(0, 1, 2) + t(1, 1, 1)$, $t \in \mathbf{R}$; $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + z \end{cases}$

b- $\begin{cases} -1 = x + 2y + z \\ -2 = x - y + z \end{cases}$; $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - 2y + z \end{cases}$

c- $(2t - 3, 2t - 1, 2t + 2)$, $t \in \mathbf{R}$, $\begin{cases} 1 = x - 2y + z \\ 5 = 4x - 3y + z \end{cases}$

Domanda 7 Si scrivano le equazioni dei piani del fascio passante per la retta $(2t - 3, 2t - 1, 2t + 2)$, $t \in \mathbf{R}$.

Domanda 8 Si calcolino i prodotti *scalare* e *vettore* tra $(1, 2, 3)$ e $(-1, 2, -3)$.

Domanda 9 Si calcoli il coseno dell'angolo tra le rette in \mathbf{R}^4 date da $(2t - 3, 2t - 1, 2t + 2, t)$, $t \in \mathbf{R}$,
e da $(t - 3, t - 1, t + 2, t)$, $t \in \mathbf{R}$.

Domanda 10 Si scriva l'equazione del piano passante per $(1, 1, 1)$, $(-1, 1, -1)$, $(0, 1, 2)$.

Domanda 11 Si scriva l'equazione del piano passante per il punto $(1, 1, 1)$ e la retta di equazioni $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + z \end{cases}$.

Domanda 12 Si scriva un'equazione del piano per $(1, 1, 1)$ parallelo a quello dato da $3x + 4y + 5z = 1$.

Domanda 13 Si scrivano delle equazioni per una retta passante per $(1, 1, 1)$ e che non interseca il piano dato da $3x + 4y + 5z = 1$.

Domanda 14 a- Si trovi la distanza tra i due piani definiti rispettivamente da $2x - 2y + 2z = 4$ e $x - y + z = 2$.

b- Si determini l'equazione dei due piani paralleli, rispettivamente contenenti le due rette sghembe

$$(0, 1, 2) + t(1, 1, 1), \quad t \in \mathbf{R}; \quad \begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + z \end{cases}$$

c- Si calcoli la distanza tra le due rette.

Domanda 15 Si trovi il simmetrico di $(1, 2, 3)$ rispetto al piano dato da $3x + 4y + 5z = 1$.

Domanda 16 Si calcoli la distanza di $(1, 1, 1)$ dal piano dato da $3x + 4y + 5z = 1$.

Domanda 17 Si trovi il simmetrico di $(1, 2, 3)$ rispetto alla retta data da $\begin{cases} 1 = 3x + 4y + 5z \\ 0 = x + y + z \end{cases}$

Domanda 18 Si calcoli la distanza di $(1, 1, 1)$ dalla retta data da $\begin{cases} 1 = 3x + 4y + 5z \\ 0 = x + y + z \end{cases}$.

Domanda 19 Si scriva l'equazione del piano passante per $(1, 1, 1)$, $(-1, 1, -1)$, $(0, 1, 2)$, e si calcoli la distanza dello stesso dal punto $(-1, -1, -1)$.

Domanda 20 Siano $v = (a, b)$, $w = (A, B)$ in \mathbf{R}^2 : $aB - Ab = 0$ se e solo se vi sono λ e μ in \mathbf{R} per cui $\lambda v + \mu w = (0, 0)$, cioè v e w sono paralleli.

Domanda 21 Siano $v = (a, b, c)$, $w = (A, B, C)$ in \mathbf{R}^3 : $aB - Ab = 0$ e $bC - Bc = 0$ se e solo se vi sono λ e μ in \mathbf{R} per cui $\lambda v + \mu w = (0, 0, 0)$, cioè v e w sono paralleli. Si noti che ne segue anche $aC - Ac = 0$.

Primo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 1. a- Si scrivano le equazioni della retta ottenuta proiettando ortogonalmente la retta di equazioni $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + z \end{cases}$ sul piano di equazione $x + 2y + 3z = 4$.
b- Si calcoli la distanza del punto $(1, 1, 1)$ da tale retta.

Primo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 2. a- Mostrare che le rette nello spazio \mathbf{R}^3 date da $\begin{cases} 0 = x + 3y + z \\ -2 = x - y + z \end{cases}$; $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + 2z \end{cases}$ sono sghembe.

b- Trovare l'unica coppia di piani paralleli ognuno contenente una delle due precedenti rette.

c- Per quale tra i punti $P = (1, 1, 1)$ e $Q = (1, 0, 0)$ passa una retta che interseca le rette date?

Primo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 3. a- Mostrare che le rette nello spazio \mathbf{R}^3 date da $\begin{cases} 0 = x + 3y + z \\ -2 = x - y + z \end{cases}$; $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = 2x - y + z \end{cases}$ sono sghembe.

b- Si discuta se esiste un piano contenente la prima retta ed ortogonale alla seconda: nel caso se ne scriva l'equazione.

