1) lunghezza vettore (x,y,z) = distanza tra (x,y,z) e $(0,0,0)$ =

$$= \sqrt{x^2+y^2+z^2} = \sqrt{\langle (x,y,z)\cdot(x,y,z)\rangle}$$

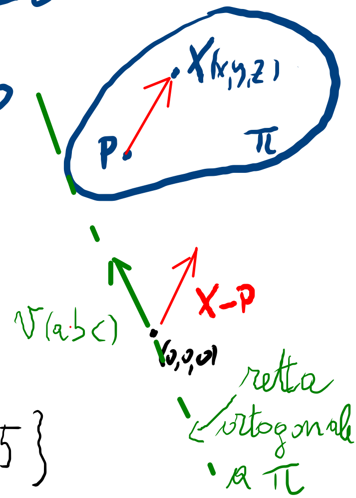
2) l'equazione $ax+by+cz+d=0$ di un piano π è una condizione di ortogonalità: infatti dato un punto del piano $P=(x_0,y_0,z_0)$ si ha $d=-ax_0-by_0-cz_0$ quindi l'equazione del piano π si scrive anche

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

cioè

$$\langle \underline{(a,b,c)}\cdot\underline{(x-x_0,\,y-y_0,\,z-z_0)}\rangle=0$$

$$\langle v\cdot(X-P)\rangle=0$$



E.g. $\pi=\{(x,y,z) : x+2y+3z=5\}$

$P(0,1,1)\in\pi \qquad 0+2\cdot1+3\cdot1=5$

$$\pi=\{(x,y,z) : \langle(1,2,3)\cdot(x,y-1,z-1)\rangle=0\}$$

$$=\{(x,y,z) : (x,y-1,z-1)\perp(1,2,3)\}$$

. Immagine di $f: A \to B$ $\quad \mathrm{Im} f = "f(A)" =$ def.

$$\underset{A}{=} \{ v \in B : \exists x \in A \ \ v = f(x) \}$$

è l'insieme dei valori assunti da f

. Se $C \subset B$, $f: A \to B$ la preimmagine di C è

$$f^{-1}(C) = \{ x \in A : f(x) \in C \}$$

è l'insieme dei dati in A per cui il valore di f su di essi sta in C.

. Se C è fatto da un solo elemento $C = \{v\}$

$$f^{-1}(\{v\}) = \{ x \in A : f(x) = v \}$$

cioè è l'insieme delle soluzioni dell' equazione $\begin{cases} f(x) = v \\ x \in A \end{cases}$

FORME PARAMETRICHE DI UN INSIEME $A \subset B$

Vedere un insieme in forma parametrica vuol dire vederlo come <u>immagine di una funzione</u>

$$f : \underline{P} \to B \qquad A = f(\underline{P}) = \{ v : \exists t \in \underline{P} \ \ v = f(t) \}$$

$\underline{P}$ ← parametri

e.g. • retta per $\underset{P_0}{(1,1,1)}$ e $\underset{P_1}{(2,3,4)}$ $= \{ v : \exists t \in \mathbb{R} \ \ v = (1,1,1) + t(P_1 - P_0) \}$

$$= \{ (x,y,z) : \exists t \in \mathbb{R} \ (x,y,z) = (1,1,1) + t(1,2,3) \} =$$

$$= \left\{ (x,y,z) : \exists t \in \mathbb{R} \ \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \right\} = f(\mathbb{R})$$

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3 \qquad f(t) = (\underline{1+t}, \underline{1+2t}, \underline{1+3t})$$

• piano per $P_0(1,1,1)$ $P_1(1,0,1)$ $P_2(0,0,1)$ =

$$= \{ (x,y,z) : \exists s \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R} \ \ (x,y,z) = (1,1,1) + s(0,-1,0) + t(-1,-1,0) \}$$

$$= f(\mathbb{R}^2)$$

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3 \qquad f(s,t) = (1-t, 1-s-t, 1)$$

EQUAZIONI PER DEFINIRE UN INSIEME $A \subset B$

Vedere un insieme A come definito da equazioni vuol dire vederlo come <u>preimmagine del valore di una funzione</u>

$F: B \to C \qquad v \in C \qquad A = f^{-1}(\{v\}) =$

$= \{x \in B : f(x) = v\}$

si vede A come insieme delle soluzioni di $\begin{cases} f(x) = v \\ x \in B \end{cases}$

e.g. (retta intersezione dei piani definiti da $x - y = 1$ e $y + z = 2$) $=$

$= \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x - y = 1 \text{ e } y + z = 2\} = F^{-1}(\{(1,2)\})$

$F: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 \qquad F(x,y,z) = (x-y,\ y+z)$

Risolvere un sistema vuol dire passare

dalla descrizione di un insieme con equazioni cioè vedere l'insieme come PREIMMAGINE di funzione

alla descrizione parametrica dell'insieme cioè vedere l'insieme com IMMAGINE di funzione

e.g. $\begin{cases} x - z = 1 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ descrive l'insieme delle sue soluzioni $=$

$= F^{-1}(\{(1,2)\})$, $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$

$F(x,y,z) = (x-z, x+y+z)$

Risolvendo $\begin{cases} z = x - 1 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} z = x - 1 \\ x + y + x - 1 = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} z = x - 1 \\ y = 3 - 2x \end{cases}$ $\begin{cases} x = x \\ y = 3 - 2x \\ z = x - 1 \end{cases}$ l'insieme delle soluzioni $=$

$= (0, 3, -1) + x(1, -2, 1)$ al variare di $x \in \mathbb{R}$

$= f(\mathbb{R})$ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ $f(x) = (x, 3-2x, x-1)$

Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Primo foglio di esercizi

Prodtto scalare in $\mathbf{R}^n$: $\langle (x_1, \ldots, x_n) \cdot (y_1, \ldots, y_n) \rangle \;=\; x_1 y_1 + \cdots + x_n y_n$;

Prodtto vettore in $\mathbf{R}^3$: $(a, b, c) \times (\alpha, \beta, \gamma) = (b\gamma - \beta c, -(a\gamma - \alpha c), a\beta - \alpha b)$,

quindi $\langle (a, b, c) \times (\alpha, \beta, \gamma) \cdot (a, b, c) \rangle = \langle (a, b, c) \times (\alpha, \beta, \gamma) \cdot (\alpha, \beta, \gamma) \rangle = 0$.

Domande di introduzione

Domanda 1 a- Si scriva in forma parametrica in $\mathbf{R}^2$ la retta passante per i punti $(-3, 1)$ e $(-2, -4)$; b- si scriva un'equazione della stessa retta.

Domanda 2 Le rette $(1, 1) + t(1, -1)$, $t \in \mathbf{R}$ e $(2 + 2t, 2 - t)$, $t \in \mathbf{R}$ si incontrano?

Domanda 3 Si scriva in forma parametrica in $\mathbf{R}^3$ la retta passante per i punti $(1, -2, 1)$ e $(-2, 1, -3)$. Si scrivano equazioni della stessa retta.

Domanda 4 a- Si mostri che per ogni m le equazioni $y - mx = 0$, $z = m$ definiscono una retta. b- Si mostri che le coppie di rette della famiglia così definite sono sghembe. PER CASA

Domanda 5 Si scriva in forma parametrica in $\mathbf{R}^3$ il piano passante per i punti $(1, 2, 3)$, $(0, 4, 0)$ e $(0, -1, 2)$. Si scriva un'equazione dello stesso piano.

Domanda 6 Quali delle seguenti coppie di rette nello spazio $\mathbf{R}^3$ sono sghembe?

a- $(0, 1, 2) + t(1, 1, 1),\; t \in \mathbf{R}$; $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + z \end{cases}$

b- $\begin{cases} -1 = x + 2y + z \\ -2 = x - y + z \end{cases}$; $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - 2y + z \end{cases}$

c- $(2t - 3, 2t - 1, 2t + 2),\; t \in \mathbf{R}$, $\begin{cases} 1 = x - 2y + z \\ 5 = 4x - 3y + z \end{cases}$

Domanda 7 Si scrivano le equazioni dei piani del fascio passante per la retta $(2t - 3, 2t - 1, 2t + 2),\; t \in \mathbf{R}$.

Domanda 8 Si calcolino i prodotti *scalare* e *vettore* tra $(1, 2, 3)$ e $(-1, 2, -3)$.

Domanda 9 Si calcoli il coseno dell'angolo tra le rette in $\mathbf{R}^4$ date da $(2t - 3, 2t - 1, 2t + 2, t),\; t \in \mathbf{R}$, e da $(t - 3, t - 1, t + 2, t),\; t \in \mathbf{R}$.

Domanda 10 Si scriva l'equazione del piano passante per $(1, 1, 1)$, $(-1, 1, -1)$, $(0, 1, 2)$.

Domanda 11 Si scriva l'equazione del piano passante per il punto $(1, 1, 1)$ e la retta di equazioni $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + z \end{cases}$.

Domanda 12 Si scriva un'equazione del piano per $(1, 1, 1)$ parallelo a quello dato da $3x + 4y + 5z = 1$.

Domanda 13 Si scrivano delle equazioni per una retta passante per $(1, 1, 1)$ e che non interseca il piano dato da $3x + 4y + 5z = 1$.

Domanda 14 a- Si trovi la distanza tra i due piani definiti rispettivamente da $2x - 2y + 2z = 4$ e $x - y + z = 2$.

Prodtto scalare in $\mathbf{R}^n$: $\langle (x_1, \ldots, x_n) \cdot (y_1, \ldots, y_n) \rangle = x_1 y_1 + \cdots + x_n y_n$;

Prodtto vettore in $\mathbf{R}^3$: $(a, b, c) \times (\alpha, \beta, \gamma) = (b\gamma - \beta c, -(a\gamma - \alpha c), a\beta - \alpha b)$,

quindi $\langle (a, b, c) \times (\alpha, \beta, \gamma) \cdot (a, b, c) \rangle = \langle (a, b, c) \times (\alpha, \beta, \gamma) \cdot (\alpha, \beta, \gamma) \rangle = 0$.

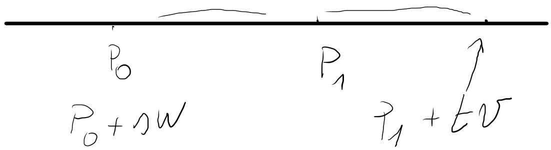
Domanda 8 Si calcolino i prodotti *scalare* e *vettore* tra $(1, 2, 3)$ e $(-1, 2, -3)$.

$$\langle (a\ b\ c) \cdot (\alpha\ \beta\ \gamma) \rangle = \ell(a b c)\, \ell(\alpha \beta \gamma) \cos\alpha = \ldots = a\alpha + b\beta + c\gamma$$

$a=1,\ b=2,\ c=3 \qquad \alpha=-1,\ \beta=2,\ \gamma=-3$

$$-1 + 4 - 9 = -6$$

$s > t$



$|w| < |v|$

$P + tv$

Domanda 9 Si calcoli il coseno dell'angolo tra le rette in $\mathbf{R}^4$ date da $(2t - 3, 2t - 1, 2t + 2, t)$, $t \in \mathbf{R}$, e da $(t - 3, t - 1, t + 2, t)$, $t \in \mathbf{R}$.

$\exists P$!

$\cancel{Q}\ P + tw$

$$\cos \widehat{(a, b, c, d)\,(\alpha \beta \gamma \delta)} = \frac{a\alpha + b\beta + c\gamma + d\delta}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}\ \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2}}$$

$\langle (a, b, c, d) \cdot (\alpha \beta \gamma \delta) \rangle$

$\ell(a b c d) \qquad \ell(\alpha \beta \gamma \delta)$

$$\cos \widehat{v\, w} = \frac{2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1}{\sqrt{13} \cdot 2} = \frac{7}{2\sqrt{13}}$$

1) si intersecano le rette: trovare s, t $\quad P + tv = Q + sw$

$$\begin{cases} 2t \cancel{-3} = s \cancel{-3} \\ 2t \cancel{-1} = s \cancel{-1} \\ 2t \cancel{+2} = s \cancel{+2} \\ t = s \end{cases}$$

$s = t = 0$

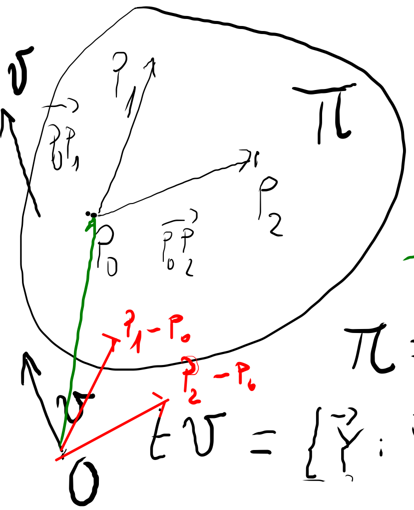
$P(-3, -1, 2, 0) \qquad (-3, -1, 2, 0)$

2) $v = (2, 2, 2, 1) \quad |v| = \sqrt{4 + 4 + 4 + 1} = \sqrt{13}$

$w = (1, 1, 1, 1) \quad |w| = 2$

$$P_0 + s(P_1 - P_0) + t(P_2 - P_0)$$

Domanda 10 Si scriva l'equazione del piano passante per $(1,1,1)$, $(-1,1,-1)$, $(0,1,2)$.



$$\overrightarrow{P_0P_1} \simeq P_1 - P_0$$
$$\overrightarrow{P_0P_2} = P_2 - P_0$$

$$* \quad \langle v, (\underline{X} - P_0) \rangle = 0$$

?

$$\pi = \{ \underline{X} : \underline{X} - P_0 \perp v \}$$

$$tv = \{ \vec{Y} : \vec{Y} \perp \pi \} = \{ \vec{Y} : \vec{Y} \perp P_1 - P_0, \vec{Y} \perp P_2 - P_0 \}$$

P_0	P_1	P_2
	$(-2,0,-2)$	$(-1,0,1)$
	$P_1 - P_0$	$P_2 - P_0$

piano per (000)

e $P_1 - P_0$ $P_2 - P_0$

$y = 0$

$y = 1$

$v = (x, y, z)$

$$\begin{cases} v \cdot (P_1 - P_0) = 0 & -2x + 0y - 2z = 0 \\ v \cdot (P_2 - P_0) = 0 & -x + 0y + z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + z = 0 \\ -x + z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -z \\ x = z \end{cases} \qquad x = z = 0 \qquad (0, y, 0) = v$$

$$* \quad \langle \underset{v}{(0,1,0)} \cdot \underset{\underline{X}}{(xyz)} - \underset{P_0}{(111)} \rangle = 0 \qquad y - 1 = 0$$

Domanda 11 Si scriva l'equazione del piano passante per il punto $(1,1,1)$ e la retta di equazioni

$$\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + z \end{cases}.$$

$$\underset{P_0}{(1,1,1)} \qquad \underset{P_1}{(-1,1,-1)} \qquad \underset{P_2}{(0,1,2)}$$

$ax + by + cz + d = 0$ EQ DI $\pi(P_0 P_1 P_2)$

$$\begin{cases} a + b + c + d = 0 & P_0 \in \pi \\ -a + b - c + d = 0 & P_1 \in \pi \\ b + 2c + d = 0 & P_2 \in \pi \end{cases}$$

Soluzione algebrica della domanda 10

Domanda 11 Si scriva l'equazione del piano passante per il punto (1, 1, 1) e la retta di equazioni

123

$$\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + z \end{cases}$$

EQUAZIONE FASCIO PROPRIO
DI PIANI CONTENENTI LA RETTA

α/β β/α $\alpha^2+\beta^2 \neq 0$

$$\alpha(x+y+z-1)+\beta(x-y+z)=0$$

$$(x+y+z-1)-2(x-y+z)=0$$

imponiamo che (1,1,1) stia su uno di tali piani

$$\to \alpha(1+1+\cancel{1}-\cancel{1})+\beta(\cancel{1}-\cancel{1}+1)=0$$

$$2\alpha+\beta=0 \qquad \alpha=1 \quad \beta=-2$$

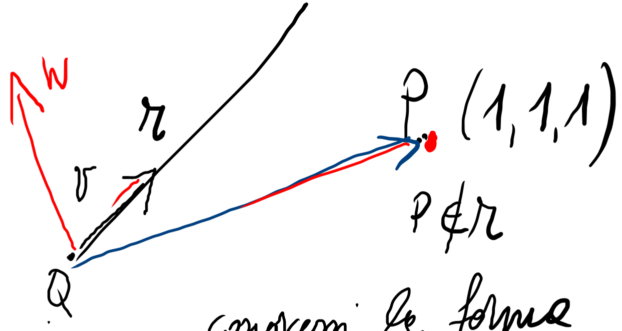
$$-x+3y-z=1$$

$$\to \alpha(\cancel{1}+2+3-\cancel{1})+\beta(1-2+3)=0$$

$$5\alpha+2\beta=0 \qquad \alpha=2 \qquad \beta=-5$$

$$2(x+y+z-1)-5(x-y+z)=0$$

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x-y+z=0 \end{cases}$$



conoscendo la forma parametrica di r

$Q + t v$

allora si avrebbe la forma parametrica del piano

$$Q + t v + s(P-Q) \longrightarrow \text{II}^{\circ}\ \text{METODO equazione}$$

III° TROVO DATI v e Q e P

$$\hookrightarrow w \perp \{v,\ P-Q\}$$

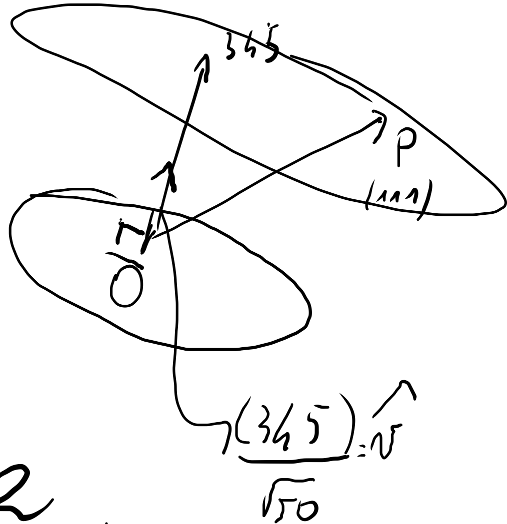
EQUAZIONE $\pi(r,P)$

$$\langle w \cdot (x-P) \rangle = 0$$

Domanda 12 Si scriva un'equazione del piano per $(1,1,1)$ parallelo a quello dato da $3x+4y+5z=1$.

$$\underbrace{3x+4y+5z}=0$$

$$(3,4,5)\cdot(x,y,z)$$



$$345\cdot(111)=12$$

$$3x+4y+5z=12$$

Domanda 13 Si scrivano delle equazioni per una retta passante per $(1,1,1)$ e che non interseca il piano dato da $3x+4y+5z=1$.

$$\begin{cases} 3x+4y+5z=12 \\ x=1 \end{cases}$$

Domanda 14 a- Si trovi la distanza tra i due piani definiti rispettivamente da $2x - 2y + 2z = 4$ e $x - y + z = 2$.

b- Si determini l'equazione dei due piani paralleli, rispettivamente contenenti le due rette sghembe

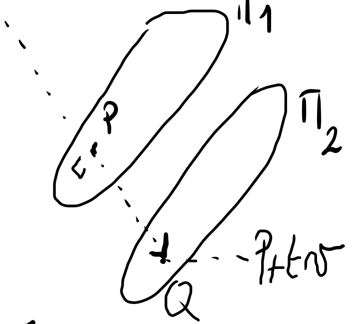
$$(0,1,2) + t(1,1,1),\ t \in \mathbb{R}; \quad \begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + z \end{cases}$$

c- Si calcolii la distanza tra le due rette.

14a) $d = 0$ // $\overset{\pi_1}{x - y + z = 2}$ $\quad \overset{\pi_2}{x - y + z = 1}$

$v = (1,-1,1)$ $\quad tv = (t,-t,t)$

$P = (2,0,0)$ imponiamo



$Q = P + tv \in \pi_2$

$\quad = (2+t, -t, t)$

$2 + t - (-t) + t = 1$

$2 + 3t = 1 \quad t = -1/3$

$O \ v$ $\quad v \perp \pi_1 \quad v \in \pi_2$

$$Q = (2,0,0) + \left(-\tfrac{1}{3}, 1/3, -1/3\right) = \left(2 - \tfrac{1}{3}, 1/3, -1/3\right)$$

$$\text{dist}(\pi_1, \pi_2) = \text{dis}(P, Q) = \ell(\underbrace{P - Q}_{(-1/3,\ 1/3,\ -1/3)}) =$$

$$= \sqrt{1/9 + 1/9 + \tfrac{1}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\langle X \cdot v \rangle = c_1 \quad \pi_1 \qquad P \in \pi_1$

$\langle X \cdot v \rangle = c_2 \quad \pi_2$

$X = (x, y, z)$

$v = (a, b, c)$

$Q = P + tv \in \pi_2$ TROVO t^*

$|v| = \sqrt{\langle v \cdot v \rangle}$

$Q - P = tv$

$|Q-P|$

$\mathrm{dist}(\pi_1, \pi_2) = \ell(Q - P) = |t| \, \ell(v)$

$\mathrm{dist}(\pi_1, \pi_2) = |Q - P| = |t| \, \cancel{|v|}$

$* \quad \langle \overset{Q}{P + tv} \cdot v \rangle = \langle P \cdot v \rangle + t|v|^2 =$

$\overset{\shortparallel}{c_2} \qquad = c_1 + t|v|^2$

$Q \in \pi_2$

$c_2 = c_1 + t|v|^2$

$t|v|^2 = c_2 - c_1$

$t = \dfrac{c_2 - c_1}{|v|^{\cancel{2}}}$

$\mathrm{dist}(\pi_1; \pi_2) = \dfrac{|c_2 - c_1|}{|v|}$

Domanda 14

b- Si determini l'equazione dei due piani paralleli, rispettivamente contenenti le due rette sghembe

$$\underbrace{(0,1,2)+t(1,1,1),\ t\in\mathbb{R}}_{r_1};\quad \underbrace{\begin{cases} 1=x+y+z \\ 0=x-y+z \end{cases}}_{r_2}$$

c- Si calcolii la distanza tra le due rette.

14.b i) verifica che le rette sono sghembe

(Esercizio per casa: trovare il piano che contiene due date rette parallele distinte date in forma parametrica)

non si intersecano

r_1 : $(t, 1+t, 2+t$ sostituisco nel sistema che definisce r_1

$$\begin{cases} \cancel{1} = t + \cancel{1}+t + 2+t \\ 0 = \cancel{t} - 1 - \cancel{t} + 2+t \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 = 3t \\ -1 = t \end{cases} \qquad \begin{cases} -\frac{2}{3} = t \\ -1 = t \end{cases}$$

non sono parallele

trasformo tutte le rette in forma parametrica

$(0\,1\,2) + t(1\,1\,1)$
$P \qquad W_1$

$$\text{I}\quad \text{II}\quad \begin{cases} x+y+z=1 \\ x-y+z=0 \end{cases}$$

$\text{I}+\text{II} \qquad 2x+2z=1 \qquad z=\frac{1}{2}-x$

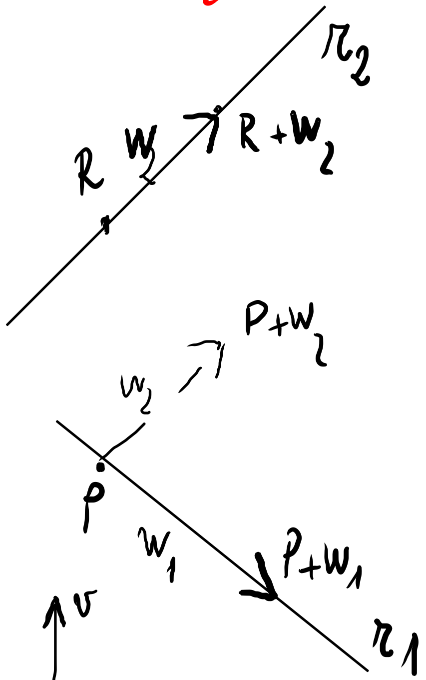
$\text{I}-\text{II} \qquad 2y=1 \qquad y=\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} x=x \\ y=\frac{1}{2} \\ z=\frac{1}{2}-x \end{cases}$$

$\left(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + x\left(1, 0, -1\right)$
$R \qquad W_2$

$(1\,0\,-1) \not\parallel (1\,1\,1)$

$w_1=(1,1,1)$ $w_2=(1,0,-1)$ (*)



$|w_1|\neq 0$ $|w_2|\neq 0$ $w_1 \not\parallel w_2$

$\Rightarrow$ $P+w_1$, $P+w_2$, P sono punti distinti

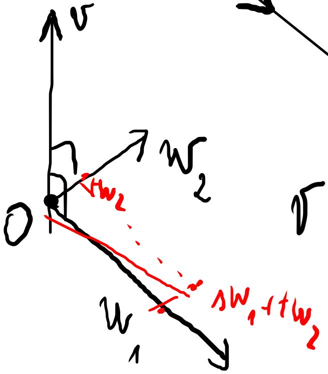
$\langle v\cdot(\underline{X}-P)\rangle=0$ $\langle v\cdot(\underline{X}-R)\rangle=0$

1) per esempio

$$v = w_1 \times w_2 \ldots$$

$\pi = s w_1 + t w_2 : s,t\in\mathbb{R}$

2)
$$\begin{cases} \langle v\cdot w_1\rangle = 0 & (1)\\ \langle v\cdot w_2\rangle = 0 & (2)\\ v\neq \underline{0} \end{cases}$$



v ortogonale a w_1 e w_2

$v=(a\ b\ c)$

(*)
$$\begin{cases} a+b+c=0 & (1)\\ a \quad -c=0 & (2)\end{cases}$$

$b=-2a$

$a=c$

$$v \in \{a(1,-2,1) : a\in\mathbb{R}\}\quad v\neq \underline{0}$$

$v = (1,-2,1) \qquad R = (0, \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}) \qquad P = (0\ 1\ 2)$

$|v| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$

$\pi_1 \supset r_1 \quad \langle (x,y,z) - (0,1,2) \cdot (1\ -2\ 1) \rangle = 0$

$\langle (X - P) \cdot v \rangle$

$x - 2y + \cancel{2} + z - \cancel{2} = 0$

$x - 2y + z = 0$

$\pi_2 \supset r_2 \quad \langle (x\ y\ z) - (0\ \tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}) \cdot (1\ -2\ 1) \rangle = 0$

$\langle (X - R) \cdot v \rangle$

$x - 2y + 1 + z - \tfrac{1}{2} = 0$

$x - 2y + z = -\tfrac{1}{2}$

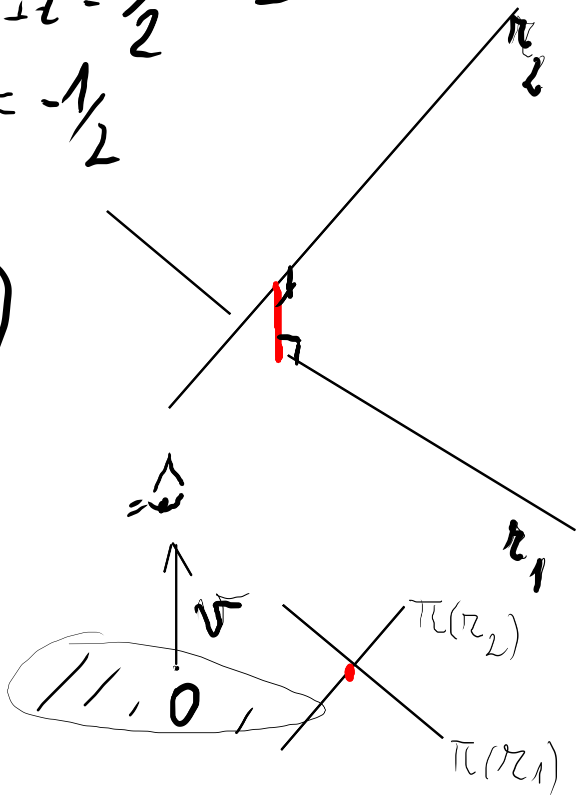
14 c $\quad \mathrm{dist}(r_1, r_2)$

$\parallel$

$\mathrm{dist}(\pi_1, \pi_2)$

$\parallel$

$$\frac{1/2}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$



b- Si determini l'equazione dei due piani paralleli, rispettivamente contenenti le due rette sghembe $(0,1,2)+t(1,1,1),\ t\in\mathbf{R};\quad \begin{cases} 1 = x+y+z \\ 0 = x-y+z \end{cases}$

c- Si calcolii la distanza tra le due rette.

Domanda 15 Si trovi il simmetrico di $(1,2,3)$ rispetto al piano dato da $3x+4y+5z=1$.

Domanda 16 Si calcoli la distanza di $(1,1,1)$ dal piano dato da $3x+4y+5z=1$.

Domanda 17 Si trovi il simmetrico di $(1,2,3)$ rispetto alla retta data da $\begin{cases} 1 = 3x+4y+5z \\ 0 = x+y+z \end{cases}$

Domanda 18 Si calcoli la distanza di $(1,1,1)$ dalla retta data da $\begin{cases} 1 = 3x+4y+5z \\ 0 = x+y+z \end{cases}$.

Domanda 19 Si scriva l'equazione del piano passante per $(1,1,1)$, $(-1,1,-1)$, $(0,1,2)$, e si calcoli la distanza dello stesso dal punto $(-1,-1,-1)$.

Domanda 20 Siano $v=(a,b)$, $w=(A,B)$ in $\mathbf{R}^2$: $aB-Ab=0$ se e solo se vi sono λ e μ in $\mathbf{R}$ per cui $\lambda v+\mu w=(0,0)$, cioè v e w sono paralleli.

Domanda 21 Siano $v=(a,b,c)$, $w=(A,B,C)$ in $\mathbf{R}^3$: $aB-Ab=0$ e $bC-Bc=0$ se e solo se vi sono λ e μ in $\mathbf{R}$ per cui $\lambda v+\mu w=(0,0,0)$, cioè v e w sono paralleli. Si noti che ne segue anche $aC-Ac=0$.

Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Primo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 1. a- Si scrivano le equazioni della retta ottenuta proiettando ortogonalmente la retta di equazioni $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + z \end{cases}$ sul piano di equazione $x + 2y + 3z = 4$.
b- Si calcoli la distanza del punto $(1, 1, 1)$ da tale retta.

Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Primo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 2. a- Mostrare che le rette nello spazio $\mathbf{R}^3$ date da $\begin{cases} 0 = x + 3y + z \\ -2 = x - y + z \end{cases}$; $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = x - y + 2z \end{cases}$ sono sghembe.
b- Trovare l'unica coppia di piani parelli ognuno contenente una delle due precedenti rette.
c- Per quale tra i punti $P = (1, 1, 1)$ e $Q = (1, 0, 0)$ passa una retta che interseca le rette date?

Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Primo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 3. a- Mostrare che le rette nello spazio $\mathbf{R}^3$ date da $\begin{cases} 0 = x + 3y + z \\ -2 = x - y + z \end{cases}$; $\begin{cases} 1 = x + y + z \\ 0 = 2x - y + z \end{cases}$ sono sghembe.
b- Si discuta se esiste un piano contenente la prima retta ed ortogonale alla seconda: nel caso se ne scriva l'equazione.