Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli
Secondo foglio di esercizi
Domande di introduzione

Domanda 1 a- Mostrare con un esempio che due piani bidimensionali in $\mathbf{R}^5$ posson essere "sghembi", ovvero avere intersezione vuota ma con i due piani ad essi paralleli e passanti per $(0,0,0,0,0)$, che si intersecano solo in $(0,0,0,0,0)$.
Si assuma che dati quattro elementi di $\mathbf{R}^4$ linearmente indipendenti, ogni altro elemento di $\mathbf{R}^4$ si scrive come somma di loro multipli reali.
b- Si mostri quindi che due piani bidimensionali in $\mathbf{R}^4$ con i due piani ad essi paralleli e passanti per $(0,0,0,0)$, che si intersecano solo in $(0,0,0,0)$, si intersecano in almeno un punto.
c- Si mostri quindi che due piani bidimensionali in $\mathbf{R}^4$ con i due piani ad essi paralleli e passanti per $(0,0,0,0)$ con intersezione non solo $\{(0,0,0,0)\}$, possono aver intersezione vuota.

Domanda 2 Trovare la proiezione ortogonale di $(1,2,3,4,5)$ sulla retta $t(1,1,2,1,3),\ t\in\mathbf{R}$.

Domanda 3 a- Mostrare che le soluzioni del sistema nelle variabili $(x,y,z,u,v)\in\mathbf{R}^5$ determinano un piano bidimensioanle $\begin{cases} x+y+3z+u+4v=0\\ x+y+3z+2u+3v=0\\ x+y-z+u+2v=0\end{cases}$
b- Descrivere in forma parametrica tale piano bidimensionale.

Domanda 4 a- Trovare delle equazioni cartesiane che determinino l'ortogonale del piano bidimensionale di $\mathbf{R}^5$ definito da $\begin{cases} x+y+3z+u+4v=0\\ x+y+3z+2u+3v=0\\ x+y-z+u+2v=0\end{cases}$
b- Descrivere in forma parametrica tale ortogonale.

Domanda 5 Trovare la proiezione ortogonale di $(1,2,3,4,5)$ sul piano bidimensionale di $\mathbf{R}^5$ definito da $\begin{cases} x+y+3z+u+4v=0\\ x+y+3z+2u+3v=0\\ x+y-z+u+2v=0\end{cases}$.

Domanda 6 Calcolare la distanza di $(1,2,3,4,5)$ dal piano bidimensionale di $\mathbf{R}^5$ definito da
$\begin{cases} x+y+3z+u+4v=0\\ x+y+3z+2u+3v=0\\ x+y-z+u+2v=0\end{cases}$.

Domanda 7 Calcolare la distanza di $(1,2,3,4,5)$ dal piano bidimensionale di $\mathbf{R}^5$ dato in forma parametrica da $s(1,1,1,0,1)+t(1,0,1,1,1),\ t,\ s\in\mathbf{R}$.

Domanda 8 Determinare la proiezione ortogonale della retta in $\mathbf{R}^4$ data in forma parametrica $t(1,1,1,1)$, $t\in\mathbf{R}$ sul piano bidimensionale in $\mathbf{R}^4$ defînto da $\begin{cases} x-y+z+u=0\\ x+y+3z+2u=0\end{cases}$.

Domanda 9a- Verificare che le equazioni $\begin{cases} x+2y+2z+u=0\\ x+y+3z+2u=0\\ x-y-z+u=0\end{cases}$, $(x,y,z,u)\in\mathbf{R}^4$,

individuano una retta in $\mathbf{R}^4$.

b- Nel caso trovare delle equazioni per la sua proiezione ortogonale sul piano bidimensionale in $\mathbf{R}^4$ defìnto da $\begin{cases} x-y+z+u=0\\ x+y+3z+2u=0\end{cases}$.

Domanda 10 Determinare la proiezione ortogonale della retta di $\mathbf{R}^4$ individuata da
$\begin{cases} x+y+z+u=0\\ x-y+z+2u=1\\ x+y+3z+2u=0\end{cases}$, sul piano defìnto da $\begin{cases} x-y+z+u=0\\ x+y+3z+2u=0\end{cases}$.

P $\quad r$ $\quad \to (t, t, 2t, t, 3t)$

Domanda 2 Trovare la proiezione ortogonale di $(1,2,3,4,5)$ sulla retta $t\underbrace{(1,1,2,1,3)}_{v}$, $t\in\mathbb{R}$.

DATO M in r: $PM \perp r$

cfr. D. 15/16/17/18 primo foglio

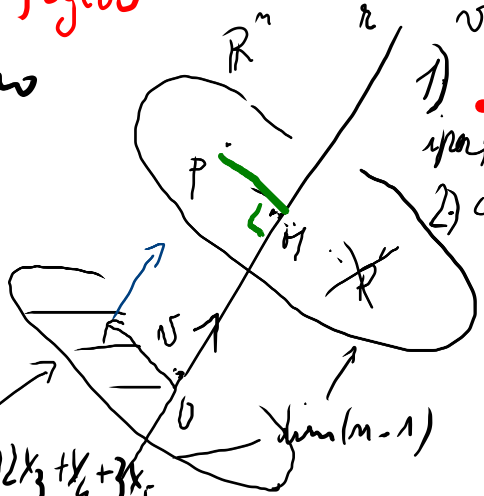
3) intersezione dell'iperpiano ortogonale ad r per P con r

$$t+t+4t+t+9t=28$$

$$16t=28$$

$$t=\frac{7}{4}$$

$$M=\left(\tfrac{7}{4}, \tfrac{7}{4}, \tfrac{7}{2}, \tfrac{7}{4}, \tfrac{21}{4}\right)$$



1) $x_1+x_2+2x_3+x_4+3x_5+d=0$

iperpiani ortogonali ad r

2) CONDIZIONE DI "PASSAGGIO" PER P per calcolare d

$$1+2+6+4+15=-d$$

$$d=-28$$

$$x_1+x_2+2x_3+x_4+3x_5=28$$

0) $0=x_1+x_2+2x_3+x_4+3x_5$

$$a_1x_1+a_2x_2+\dots+a_nx_n=0$$

$\{\underline{x}\in\mathbb{R}^n : \langle \underline{a}, \underline{x}\rangle = 0\}$ equazione iperpiano ortogonale alla retta $t(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5)$

Domanda 3 a- Mostrare che le soluzioni del sistema nelle variabili $(x,y,z,u,v)\in\mathbb{R}^5$ determinano un piano bidimensioanle

$$\begin{cases} x+y+3z+u+4v=0\\ x+y+3z+2u+3v=0\\ x+y-z+u+2v=0\end{cases}$$

b- Descrivere in forma parametrica tale piano bidimensionale.

c- Risolvere

$$\begin{cases} x+y+3z+u+4v=1\\ x+y+3z+2u+3v=2\\ x+y-z+u+2v=3\end{cases}$$

* Dal primo foglio

Domanda 15 Si trovi il simmetrico di $(1,2,3)$ rispetto al piano dato da $3x+4y+5z=1$.

Domanda 16 Si calcoli la distanza di $(1,1,1)$ dal piano dato da $3x+4y+5z=1$.

Domanda 17 Si trovi il simmetrico di $\overset{P}{(1,2,3)}$ rispetto alla retta data da $\begin{cases} 1 = 3x+4y+5z \\ 0 = x+y+z \end{cases}$ r

Domanda 18 Si calcoli la distanza di $(1,1,1)$ dalla retta data da $\begin{cases} 1 = 3x+4y+5z \\ 0 = x+y+z \end{cases}$.

$$M = \frac{P+P'}{2} \qquad P' = 2M - P$$

P' ?

$x_2 = 0 \qquad (s, 0, t, u, v) = s(1\,0\,0\,0\,0) + t(0\,0\,1\,0\,0) + u(0\,0\,0\,1\,0) + v(0\,0\,0\,0\,1)$

(retta in $\mathbb{R}^5$ passante per $(0\,0\,0\,0\,0)$ e $(1,0\,0\,0\,0)$

$(t, 0, 0, 0, 0)$

$$\begin{aligned} x_1 &= t \\ x_2 &= 0 \\ x_3 &= 0 \\ x_4 &= 0 \\ x_5 &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{cases} x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 0 \\ x_5 = 0 \end{cases}$$

Domanda 3 a- Mostrare che le soluzioni del sistema nelle variabili $(x, y, z, u, v) \in \mathbb{R}^5$ determinano un piano bidimensioanle

$$\begin{cases} x + y + 3z + u + 4v = 0 \\ x + y + 3z + 2u + 3v = 0 \\ x + y - z + u + 2v = 0 \end{cases}$$

b- Descrivere in forma parametrica tale piano bidimensionale.

a)

$$\boxed{\begin{matrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 & 0 \end{matrix}} \quad \begin{matrix} \underline{I - II \to II} \\ \\ I - III \to III \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 \end{matrix}$$

$$\left(-\frac{7}{2}v - y,\ y,\ -\frac{v}{2},\ v,\ v\right)$$

$$x + y + 3z + u + 4v = 0$$

$$-u + v = 0$$

$$4z + 2v = 0$$

$$\boxed{v\underbrace{\left(-\frac{7}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1, 1\right)}_{v_1} + y\underbrace{(-1, 1, 0, 0, 0)}_{v_2}}$$

$u = v \qquad z = -v/2 \qquad x = \frac{3}{2}v - v - 4v - y$

$-\frac{10}{2}v$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{matrix} \qquad II \leftrightarrow III$$

n° pivot = 3

n° variabili = 5

dim. spaz. soluz = 5-3

c. Risolvere $\begin{cases} x + y + 3z + u + 4v = 1 \\ x + y + 3z + 2u + 3v = 2 \\ x + y - z + u + 2v = 3 \end{cases}$

$I - II \to II$ $\quad$ $\begin{matrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{matrix}$ $\quad$ $II \leftrightarrow III$ $\quad$ $\begin{matrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{matrix}$

$I - III \to III$

$II \leftrightarrow III$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \end{matrix}$$

$z = 0 = u$

$x + y = 5$

$$x + y + 3z + u + 4v = 1$$

$$\left.\begin{matrix} 4z + 2v = -2 \\ -u + v = -1 \end{matrix}\right] \to \begin{matrix} 2v = -2 \\ v = -1 \end{matrix}$$

IMPORTANTE: ABBIAMO GIÀ LE SOL. CON TERMINE NOTO (0 0 0) $s v_1 + t v_2$

PRENDIAMO LA SOLUZ. PARTICOLARE SCELTA $(3, 2, 0, 0, -1) = v^*$

TUTTE LE SOLUZIONI SONO $\boxed{s v_1 + t v_2 + v^*}$

$$\begin{cases} x + y + 3z + u + 4v = 1 \\ x + y + 3z + 2u + 3v = 2 \\ x + y - z + u + 2v = 3 \end{cases}$$

$Mw = b$

$M : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$

$$W = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ u \\ v \end{pmatrix} \qquad b$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}}_{M} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ u \\ v \end{pmatrix}}_{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$x\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + z\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + u\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + v\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{M(\sigma w + \tau \bar{w}) = \sigma M w + \tau M \bar{w}}$$ è lineare

$M v^* = b \qquad Mw = b \qquad M(v^* - w) = \overset{b}{M v^*} - \overset{b}{M w} = 0$

$\exists s, t \qquad v^* - w = s v_1 + t v_2$

$$M(v^* + s v_1 + t v_2) = \overset{b}{M v^*} + \overset{0}{M(s v_1 + t v_2)}$$

$$\overline{M v^* = b \qquad M(s v_1 + t v_2) = 0}$$

Domanda 4 a- Trovare delle equazioni cartesiane che determinino l'ortogonale del piano bidimensionale di $\mathbf{R}^5$ definito da $\begin{cases} x + y + 3z + u + 4v = 0 \\ x + y + 3z + 2u + 3v = 0 \\ x + y - z + u + 2v = 0 \end{cases}$

b- Descrivere in forma parametrica tale ortogonale.

4a le soluzioni del sistema (3.e)

$$\pi = \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^5 : \exists (s,t) \in \mathbb{R}^2 : \vec{x} = (x,y,z,u,v) = s\underbrace{(-\tfrac{7}{2}, 0, -\tfrac{1}{2}, 1, 1)}_{v_1} + t\underbrace{(-1, 1, 0, 0, 0)}_{v_2} \}$$

equazioni per $\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^5 : (x,y,z,u,v) \perp s v_1 + t v_2 \ \forall s,t \}$

$\vec{x} \Leftrightarrow$ $\boxed{\vec{x} \perp v_1}$ e $\boxed{\vec{x} \perp v_2}$

$\langle \vec{x} \cdot v_1 \rangle = 0$ e $\langle \vec{x} \cdot v_2 \rangle = 0$ allora $\langle \vec{x} : s v_1 + t v_2 \rangle =$

$= \langle \vec{x} \cdot s v_1 \rangle + \langle \vec{x} \cdot t v_2 \rangle = s \langle \vec{x} \, v_1 \rangle + t \langle \vec{x} \, v_2 \rangle = 0 + 0$

$$\begin{cases} -\frac{7}{2}x - \frac{z}{2} + u + v = 0 \\ -x + y = 0 \end{cases}$$

$\langle (x\,y\,z\,u\,v) \cdot (-\tfrac{7}{2}\ 0\ -\tfrac{1}{2}\ 1\ 1) \rangle = 0$

$\langle (x\,y\,z\,u\,v) \cdot (-1\,1\,0\,0\,0) \rangle = 0$

4b

$x = y$, $z = 2u + 2v - 7x$

$(x, x, 2u + 2v - 7x, u, v) =$

$= x(1, 1, -7, 0, 0) + u(0, 0, 2, 1, 0) + v(0, 0, 2, 0, 1)$

Domanda 9a- Verificare che le equazioni $\begin{cases} x + 2y + 2z + u = 0 \\ x + y + 3z + 2u = 0 \\ x - y - z + u = 0 \end{cases}$, $(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4$,

individuano una retta in $\mathbb{R}^4$.

b- Nel caso trovare delle equazioni per la sua proiezione ortogonale sul piano bidimensionale in $\mathbb{R}^4$ defnto da $\begin{cases} x - y + z + u = 0 \\ x + y + 3z + 2u = 0 \end{cases}$.

9.a.

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{matrix}$$

I-II→II

I-III→III

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \end{matrix}$$

III-3II→III

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 3 \end{matrix}$$

Domanda 1 a- Mostrare con un esempio che due piani bidimensionali in $\mathbf{R}^5$ posson essere "sghembi", ovvero avere intersezione vuota ma con i due piani ad essi paralleli e passanti per $(0,0,0,0,0)$, che si intersecano solo in $(0,0,0,0,0)$.
Si assuma che dati quattro elementi di $\mathbf{R}^4$ linearmente indipendenti, ogni altro elemento di $\mathbf{R}^4$ si scrive come somma di loro multipli reali.
b- Si mostri quindi che due piani bidimensionali in $\mathbf{R}^4$ con i due piani ad essi paralleli e passanti per $(0,0,0,0)$, che si intersecano solo in $(0,0,0,0)$, si intersecano in almeno un punto.
c- Si mostri quindi che due piani bidimensionali in $\mathbf{R}^4$ con i due piani ad essi paralleli e passanti per $(0,0,0,0)$ con intersezione non solo $\{(0,0,0,0)\}$, possono aver intersezione vuota.

Esercizio Acq.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & a & 3 & 2 & b \\ -1 & -1 & a^2-2 & 0 & 0 \\ 0 & a-1 & 2 & 2-a & b-1 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x+y+z+u=0 \\ x+ay+3z+2u=b \\ -x-y+(a^2-2)z=0 \\ (a-1)y+2z+(2-a)u=b-1 \end{cases}$$

Discutere la dimensione dello spazio delle soluzioni

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & a & 3 & 2 & b \\ -1 & -1 & a^2-2 & 0 & 0 \\ 0 & a-1 & 2 & 2-a & b-1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \\ I-II \to II \\ I+III \to III \\ IV+II \to IV \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1-a & -2 & -1 & -b \\ 0 & 0 & a^2-1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-a & -1 \end{array}\right)$$

$|a| \neq 1$

4 pivot

$\dim = 0$

$u = \dfrac{1}{a-1}$

c'è unica sol. $\forall b$

$a = 1$ $\quad \dim = -\infty$ $\quad \forall b$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & -b \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{0} & \boxed{-1} \end{array}\right)$$

NO SOL

$a = -1$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & -b \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \end{array}$$

$\forall b$ NO SOL

$a=1$ e $b\in\mathbb{R}$ NON CI SONO SOLUZIONI

$a=-1$ e $b\in\mathbb{R}$ "

$|a|\neq 1$ e $b\in\mathbb{R}$ c'è un'unica soluzione

Esercizi di C. Carrara

Esercizio 1.14. *Date le matrici*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

stabilire se D è combinazione lineare di A, B, C.

$\exists x \; y \; z$?

$xA + yB + zC = D$

$$\begin{bmatrix} x & 2x \\ -x & 3x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2y & y \\ y & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -z & z \\ 2z & 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \\ -x + y + 2z = -1 \\ 3x + y + 3z = 2 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 3 & 2 \end{array}\right]$$

$2I - II \to II$

$I + III \to III$

$3I - IV \to IV$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & -6 & -2 \end{array}$$

~~$3III + IV \cdot 4 \to IV$~~

$$\begin{array}{cccc} 0 & 15 & -15 & -5 \\ 0 & 15 & -18 & -6 \end{array}$$

$II - III \to III$

$5II - 3IV \to IV$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} -4u = 0 \\ 3u = 1 \end{cases}$$

Es. C.C.

Esercizio 4.4. *Risolvere il seguente sistema, al variare del parametro reale k:*

$$\begin{cases} x+2w=1 \\ x+y+3z+2w=1 \\ 2x+y+(k+2)z+4w=2 \\ x+y+3z+(k^2-k+2)w=k \end{cases}$$

Scrivere le soluzioni anche in forma vettoriale.

$y+3z=0$

$y+(k+2)z=0$

$y+3z+(k^2-k)w=k-1$

$u=x+2w$

$$\begin{cases} u=1 \\ u+y+3z=1 \\ 2u+y+(k+2)z=2 \\ u+y+3z+(k^2-k)w=k \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & k+2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & (k^2-k+2) & k \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \\ I-II\to II \\ 2I-III\to III \\ I-IV\to IV \end{array} \quad \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & (-k-2) & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & (-k^2+k) & 1-k \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \\ \\ II-III\to III \\ \\ II-IV\to IV \end{array} \quad \begin{array}{cccccc} x & y & z & w & t.n. \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k-1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{k^2-k \quad k-1} \end{array}$$

$\rightarrow \boxed{k(k-1)w=k-1}$

$\boxed{k=0}$

$0=-1$

NO SOL

$\boxed{k=1}$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$x+2w=1$

$-y-3z=0$

dim sp sol $=2$

$\boxed{k\neq 1, k\neq 0}$

UNICA SOL

$y=\frac{3}{1-k}$ $z=\frac{1}{k-1}$ $w=1/k$

$x=1-\frac{2}{k}$

$$\left(1-\frac{2}{k}, \frac{3}{1-k}, \frac{1}{k-1}, \frac{1}{k}\right)$$

$K=0$

Es. c.c.

$\lambda_1 V_1 + \lambda_2 V_2 + \dots$

Esercizio 4.11. *Sia S il sottoinsieme di $\mathbf{R}^5$*

$$S = \left\{ x \in \mathbf{R}^5 \mid x_1 - x_2 + 2x_5 = k,\ x_1 + x_3 + kx_4 = 0 \right\}.$$

a) *Per quali valori del parametro reale k l'insieme S è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^5$?*

b) *Per i valori determinati al punto a) esplicitare S.*

a) S è l'insieme delle sol.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_5 = k \\ x_1 + x_3 + kx_4 = 0 \end{cases}$$

$$x + y = (x_1 + y_1,\ x_2 + y_2 \dots)$$

$$x_1 + y_1 - x_2 - y_2 + 2x_5 + 2y_5 = k + k = 2k$$

$$k = 2k \Rightarrow k = 0$$

b) $$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$x_1 = t$ $\quad x_2 = t + 2s$

$x_3 = -t$ $\quad x_4 = r$

$x_5 = s$

Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Secondo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 1.

1. Per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ le equazioni $\begin{cases} \alpha x + y + 3z + \alpha u = \alpha \\ x + \alpha y + 3\alpha z + 2u = \alpha + 1 \\ x + y + z + 2u = \alpha - 1 \end{cases}$, $(x, y, z, u) \in \mathbf{R}^4$, individuano una retta?

2. Per quali tra questi parametri la retta non ha intersezione con il piano bidimensionale in $\mathbf{R}^4$ definito da $\begin{cases} x - y + z + u = 0 \\ x + y + 3z + 2u = 0 \end{cases}$?

3. Per quali di quest'ultimi parametri la retta non ha traslate contenute nello stesso piano?

Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Secondo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 2.

Si discuta al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ la dimensione dell'insieme delle eventuali soluzioni del sistema nelle variabili $(x, y, z, u) \in \mathbf{R}^4$ $\begin{cases} \alpha x + y + 3z + \alpha u = \alpha \\ x + \alpha y + 3\alpha z + 2u = \alpha + 1 \\ x + y + z + 2u = \alpha - 1 \\ \alpha x + y - z + u = 0 \end{cases}$.

Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Secondo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 3.

1. Si riduca a scala la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 4 & a \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 2 & 3 & b \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 2 & c \end{pmatrix}$.

2. Usando tale riduzione si discuta, al variare dei dati $(a, b, c) \in \mathbf{R}^3$ il sistema

$$\left\{ \begin{array}{ccccccccccc} x & + & y & + & 3z & + & v & + & 4w & = & a \\ x & + & y & + & 3z & + & 2v & + & 3w & = & b \\ x & + & y & - & z & + & v & + & 2w & = & c \end{array} \right.$$

   nelle incognite $(x, y, z, u, v, w) \in \mathbf{R}^6$, scrivendo in forma parametrica l'insieme delle soluzioni.

Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Secondo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 4.

1. Si riduca a scala la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & 1 & b \\ 3 & 3 & -1 & c \\ 0 & 0 & 0 & d \\ 1 & 2 & 1 & e \\ 4 & 3 & 2 & f \end{pmatrix}$.

2. Usando tale riduzione si discuta, al variare dei dati $(a, b, c, d, e, f) \in \mathbf{R}^6$ il sistema

$$\begin{cases} x & + & y & + & z & = & a \\ x & + & y & + & z & = & b \\ 3x & + & 3y & - & z & = & c \\ & & & & 0 & = & d \\ x & + & 2y & + & z & = & e \\ 4x & + & 3y & + & 2z & = & f \end{cases}$$

nelle incognite $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$;
- scrivendo in forma cartesiana e in forma parametrica le condizioni sui dati per la risolubilità,
- scrivendo in forma parametrica l'insieme delle soluzioni.

Ingegneria dell'energia, A.A. 2019/20
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Secondo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 5.

1. Si riduca a scala la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & a \\ 1 & 1 & 1 & 2 & b \\ 3 & 3 & -1 & -4 & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d \\ 1 & 2 & 1 & 3 & e \\ 4 & 3 & 2 & 2 & f \end{pmatrix}$.

2. Usando tale riduzione si discuta, al variare dei dati $(a, b, c, d, e, f) \in \mathbf{R}^6$ il sistema

$$\begin{cases} x + y + z + 2u = a \\ x + y + z + 2u = b \\ 3x + 3y - z - 4u = c \\ 0 = d \\ x + 2y + z + 3u = e \\ 4x + 3y + 2z + 2u = f \end{cases}$$

nelle incognite $(x, y, z, u) \in \mathbf{R}^6$;
- scrivendo in forma cartesiana e in forma parametrica le condizioni sui dati per la risolubilità,
- scrivendo in forma parametrica l'insieme delle soluzioni.