

Esercizio 1

E' stata acquisita un'immagine volumetrica MRI nella quale sono state identificate le coordinate di tre punti fiduciali sul paziente. Le coordinate dei suddetti punti fiduciali sono state identificate nel sistema di riferimento dello scanner MRI e sono rispettivamente f_{mri1} , f_{mri2} , f_{mri3} .

Nella sala operatoria è presente un localizzatore. E' disponibile anche un puntatore con sensore a 6 gradi di libertà la cui punta ha coordinate p_s nel sistema di riferimento S di detto sensore. Tramite il puntatore è possibile acquisire la posizione dei medesimi punti fiduciali f_{L1} , f_{L2} , f_{L3} nel sistema di riferimento del localizzatore L.

NB1: le coordinate dei punti sono espresse come vettore colonna a tre elementi e nell'ordine x, y, z. Ad esempio:

$$f_{mri1} = \begin{bmatrix} f_{mri1x} \\ f_{mri1y} \\ f_{mri1z} \end{bmatrix}$$

NB2: sulla base dei dati forniti si dovrà fornire per ogni quesito una soluzione algebrica o numerica con il massimo grado di dettaglio.

Quesito 1 (punti 5)

Determinare la matrice di trasformazione omogenea ${}^L T_{mri}$ che permette di portare i voxel acquisiti nel sistema di riferimento dello scanner MRI in quelli del sistema di riferimento del localizzatore L (affinché siano allineati con i rispettivi punti del paziente). Si deve utilizzare il metodo dei 3 punti corrispondenti. Non è assolutamente necessario esplicitare i calcoli per le singole componenti del prodotto vettoriale (basta lasciare il simbolo X). Per ottenere il massimo del punteggio, nel fare i calcoli fissare l'origine dei sistemi di riferimento nel baricentro dei punti fiduciali.

Quesito 2 (punti 5)

Supponendo che le coordinate dei 3 punti fiduciali nel sistema di riferimento dello scanner siano:

$$f_{mri1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; f_{mri2} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; f_{mri3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix}$$

e che gli stessi punti nel sistema di riferimento L del localizzatore siano:

$$f_{L1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 9 \end{bmatrix}; f_{L2} = \begin{bmatrix} -100 \\ 0 \\ 11 \end{bmatrix}; f_{L3} = \begin{bmatrix} 0 \\ -99 \\ 10 \end{bmatrix}$$

e che la matrice di trasformazione omogenea ${}^L T_{mri}$ sia:

$${}^L T_{mri} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

determinare numericamente quanto vale l'errore di registrazione FRE in termini di scarto quadratico medio.

Quesito 3 (punti 5)

Supponiamo che dopo aver determinato la matrice di registrazione ${}^L T_{mri}$ qualcuno del team chirurgico smonti erroneamente il sensore dal puntatore e che si abbia l'assoluta certezza che i punti fiduciali sul paziente non siano stati mossi rispetto al localizzatore. Dopo aver rimontato il sensore, quali verifiche si potranno effettuare per verificare che il sensore sia stato rimontato esattamente nella stessa posizione rispetto alla punta del puntatore? E' tollerabile un errore di localizzazione massimo di 1 mm. NB: per problemi logistici non è possibile fare né la calibrazione con il metodo del pivot né con una nuova registrazione.

Quesito 4 (punti 5)

Supponiamo che le verifiche effettuate al punto precedente diano esito negativo, in altre parole il puntatore risulti non più calibrato. Considerando che: per problemi logistici non sia possibile fare la calibrazione con il metodo del pivot; che si abbia l'assoluta certezza che i punti fiduciali sul paziente non si siano più mossi rispetto al localizzatore; che non siano a disposizione altri strumenti di calibrazione; quale potrebbe essere una metodica per determinare il nuovo p'_s (che permetta di procedere con l'intervento)? Corredare la descrizione con le formule necessarie.

Esercizio 2

E' nota la matrice di proiezione M di un angiografo (che permette di determinare sull'immagine 2D in pixel la proiezione di un punto 3D espresso in coordinate omogenee nel sistema di riferimento solidale all'angiografo). La matrice M è stata determinata considerando il sistema di riferimento con origine nel centro di proiezione prospettica dell'angiografo (e come tradizione vuole con l'asse Z ortogonale al piano immagine e gli assi X ed Y orientati come quelli dell'immagine 2D). La distorsione dell'immagine è trascurabile. La matrice M è la seguente:

$$M = \begin{vmatrix} 1000 & 0 & 517 & 0 \\ 0 & 1000 & 509 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Quesito 1 (Punti 5)

Considerando che i pixel sono quadrati e che il sensore ha una risoluzione di 1000X1000 pixel determinare la distanza minima d , rispetto al centro di proiezione, alla quale deve essere posto un oggetto che lungo tutte e tre le dimensioni ha approssimativamente una dimensione pari a 50 cm affinché questo sia proiettabile nella sua interezza nell'immagine angiografica.

Quesito 2 (Punti 5)

Sapendo che un punto 3D nel sistema di riferimento considerato per determinare M ha coordinata Z pari a 100 cm, e che tale punto è proiettato nel pixel (500, 500), determinare le coordinate del punto 3D nel suddetto sistema di riferimento.

Quesito 2bis_variante (Punti 5)

Sapendo che un punto 3D dista 100 cm dal centro di proiezione e che tale punto è proiettato nel pixel (500, 500) determinare le coordinate del punto 3D nel sistema di riferimento considerato per determinare M.