

Analisi Matematica II, Anno Accademico 2021-2022.

Ingegneria

Vincenzo M. Tortorelli

FOGLIO DI ESERCIZI n. 7

FORMULA DI TAYLOR IN PIÙ VARIABILI, FT14

Gli esercizi contrassegnati con • sono più impegnativi.

ESERCIZIO n.1 a- Si calcoli lo sviluppo di Taylor del terzo ordine centrato in $(0, 1)$ di:

$$f(x, y) = (ye^{xy} + 1)e^{-x}.$$

b- Si ricavino tutte le derivate parziali terze di f in $(0, 1)$ da tale sviluppo.

ESERCIZIO n.2 Si calcoli lo sviluppo di Taylor del secondo ordine centrato in $(0, 0)$ della funzione $z = z(x, y)$ determinata implicitamente in un intorno in \mathbf{R}^3 di $(0, 0, 0)$ dalla relazione: $e^{x+y+z} - \cos(x + y + z) = x - y$.

ESERCIZIO n.3 a- Si calcoli lo sviluppo di Taylor di ordine 13 e centro $(1, 2)$ della funzione $f(x, y) = xy - 2x^2 + y^3 - x^2y$.

b- Si calcoli lo sviluppo di Taylor del sesto ordine centrato in $(0, 0, 0)$ di:

$$f(x, y, z) = e^{xyz} - zx \sin xy.$$

ESERCIZIO n.4 Si calcoli lo sviluppo di Taylor del secondo ordine centrato in $(1, 2)$ di: $f(x, y) = \cos[(x - 1)(y - 2)] + x^3 - 3xy$.

ESERCIZIO n. 5 Si calcoli il polinomio di Taylor del secondo ordine di centro $x = 1$ per la funzione $y = y(x)$ definita implicitamente intorno a $(1, 0)$ da $e^{x+y} + x^2 + y^2 - 2x = e - 1$.

ESERCIZIO n. 6 Si scriva lo sviluppo di Taylor di ordine 7 e centro $(0, 0, 0)$ di $f(x, y, z) = \cos xyz - z \sin xy$.

ESERCIZIO n. 7 Si calcoli $\frac{\partial^7 f}{\partial^3 x \partial^3 y \partial z}(0, 0, 0)$ per $f(x, y, z) = \cos xyz - z \sin xy$.

ESERCIZIO n. 8 Sia $f(x, y, z) = e^{xyz} - z \log(1 + x^2 y^2)$. Calcolare

$$\frac{\partial^6 f}{\partial x^2 \partial y^2 \partial z^2}(0, 0, 0).$$

• ESERCIZIO n. 8 Su una scacchiera rettangolare $N \times M$, andando sempre verso destra, quanti sono i cammini non decrescenti, fatti percorrendo il lati delle caselle, per congiungere il vertice in basso a destra con il suo opposto?