- Scrivere una function V = vandermonde(x) che dato un vettore di punti $x = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$ costruisce la matrice di Vandermonde

$$V = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \ldots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^{n-1} \end{bmatrix}.$$

  Controllare il funzionamento della funzione con opportuni input.
- Scrivere una funzione alpha = interpola(x, y) che, dati in input vettori $x, y \in \mathbb{R}^n$ restituisce i coefficienti del polinomio di interpolazione di grado $< n$ il cui grafico passa per (x_i, y_i), $i = 1, 2, \ldots, n$.
- Per controllarne il funzionamento: il polinomio che passa per $(0, 3), (1, 6), (2, 11)$ è $\phi(x) = 3 + 2x + x^2$.
- Scrivere uno script che calcola i coefficienti del polinomio di interpolazione a $f(x) = \sin(\pi x)$ nei nodi $(-1, 0, 1)$, e presa una griglia z=linspace(−1,1,401), calcola $\max_i |\sin(z_i) - \phi(z_i)|$ e traccia un grafico delle due funzioni con plot(z, sin(z), z, polyval(alpha(end:−1:1), z)). Vedere come gli errori diminuiscono prendendo invece 5 o 10 nodi equispaziati in $[-1, 1]$).
- Ripetere l'esperimento con la funzione $f(x) = \frac{1}{25x^2+1}$, su nodi in $[-1, 1]$. Per questa funzione è noto che le interpolanti polinomiali $\phi(x)$ hanno un comportamento oscillatorio e non si avvicinano a f (*fenomeno di Runge*).