NON VI SONO DUE NUMERI NATURALI n ED m (quelli con cui si conta)

PER CUI $\frac{n^2}{m^2} = 2$

1) SI PUÒ ASSUMERE CHE n ED m NON ABBIANO FATTORI PRIMI IN COMUNE

2) $n^2 = 2m^2$

n^2 PARI $\Rightarrow n$ PARI cioè $n = 2k$

$\Rightarrow n^2 = 4k^2$ PER CUI

$4k^2 = 2m^2$

$2k^2 = m^2$

CONTRADDICE 1)

Quindi se ci fosse un numero non negativo il cui quadrato sia 2 esso non sarebbe rapporto di numeri naturali

0) DUE SEGMENTI N ED M SI DICONO COMMENSURABILI SE VI È UN SEGMENTO U (unità di misura in comune) PER CUI SIA N CHE M SIANO "MULTIPLI" DI U (OTTENUTI GIUSTAPPONENDO COPIE ALLINEATE DI U) : $M = mU$, $N = nU$

m, n NATURALI

- ALGORITMO DI EUCLIDE PER SEGMENTI

N PIÙ LUNGO DI M

$N = D$

$M = R_0$ riporto M su N

M M M M M R_1

mi fermo se $R_1 = 0$ o M più lungo di R_1 $R \neq 0$

$U = M$

FINE

ripeto il processo

nuovo $D = M$

nuovo $R_0 = R_1$ %

$R_2 = 0$

$U = R_1$

FINE

R_1 più lungo $R_2 \neq 0$

ripeto

$D = R_1$

$R_0 = R_0$

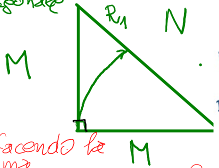
FINE

NOTA

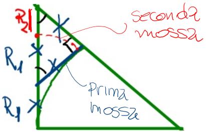
N ed M sono commensurabili se e solo se l'algoritmo di Euclide termina in un numero finito di passi

1) Il lato di un quadrato e la sua diagonale non sono commensurabili

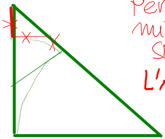
riporto il lato sulla diagonale



riporto due volte il resto sul lato



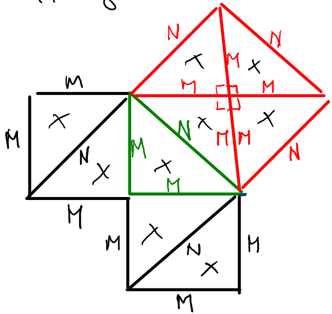
rifacendo la prima mossa per R_2



Per fare la seconda mi ritrovo nella situazione iniziale!

L'ALGORITMO VA AVANTI ALL'INFINITO

2) Un'istanza del Teorema di Pitagora



Il quadrato Q_N sulla diagonale è equiscomponibile con i <u>due</u> quadrati Q_M sui lati

Se $|M|$ fosse una misura di M e $|N|$ di N dovrebbe essere

misura di $Q_N = |N|^2 = 2$ misura $Q_M = 2|M|^2$

$2 = \frac{|N|^2}{|M|^2}$ per quanto visto in 1), $|N|$ ed $|M|$ non possono essere n. naturali