

I Compitino di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE 2009.

Esercizio 1: Due automobili, A e B , viaggiano su una strada rettilinea nello stesso verso. L'auto B viaggia con velocità $v = 60 \text{ km/h}$ e, al tempo $t = 0$ si trova davanti alla macchina A a distanza $d_0 = 40 \text{ m}$ da questa. La macchina A viaggia con velocità $2v$. All'istante $t = 0$, la macchina B frena bruscamente e, dopo un tempo di reazione $\Delta t = 0.20 \text{ s}$ anche la macchina A frena con la stessa decelerazione.

1 - Quale è il minimo valore del modulo delle accelerazioni delle due macchine se si vuole che esse non si urtino? (3 punti)

Esercizio 2: Un'automobile parte da ferma al tempo $t = 0$ e percorre con velocità $v = k t^2$ con $k = 0.250 \text{ m/s}^3$ una pista circolare di raggio $R = 100 \text{ m}$. Al tempo $t_0 = 10.0 \text{ s}$, la macchina inizia a slittare sull'asfalto.

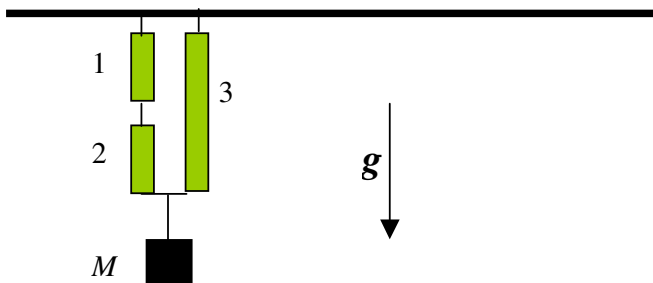
2.1 - Si dica quale è il coefficiente di attrito statico μ_s (attenzione, si tenga conto che c'è anche un'accelerazione tangenziale). (3 punti)

2.2 - Si dica, dopo il tempo iniziale $t = 0$, quale è lo spazio percorso dall'auto prima di iniziare a slittare. (3 punti)

Esercizio 3: Una rete da tennis di massa $M = 1 \text{ kg}$ è tenuta tesa da due fili inestensibili di massa trascurabile posti a due estremi della rete e attaccati a due paletti verticali. I fili vengono tesi finché formano un angolo $\theta = 1^\circ$ con il piano orizzontale.

3.1 - Si trovi il modulo della forza esercitata da ciascun paletto sui fili. (3 punti)

Esercizio 4: Un sistema è costituito da tre molle 1, 2 e 3 di costanti elastiche uguali a $K = 100 \text{ N/m}$, e lunghezze a riposo $L_1 = L_2 = L = 10.0 \text{ cm}$ e $L_3 = 2L$. Le molle sono collegate come mostrato schematicamente in figura al soffitto ed ad un corpo di massa $M = 3 \text{ kg}$.



4.1 - Si trovi a quale distanza h dal soffitto si dispone il corpo in condizioni di equilibrio. (3 punti)

4.2 - Se il corpo si trova inizialmente fermo ad una altezza diversa da quella di equilibrio, dopo quanto tempo passa per la prima volta nella posizione di equilibrio? (3 punti)

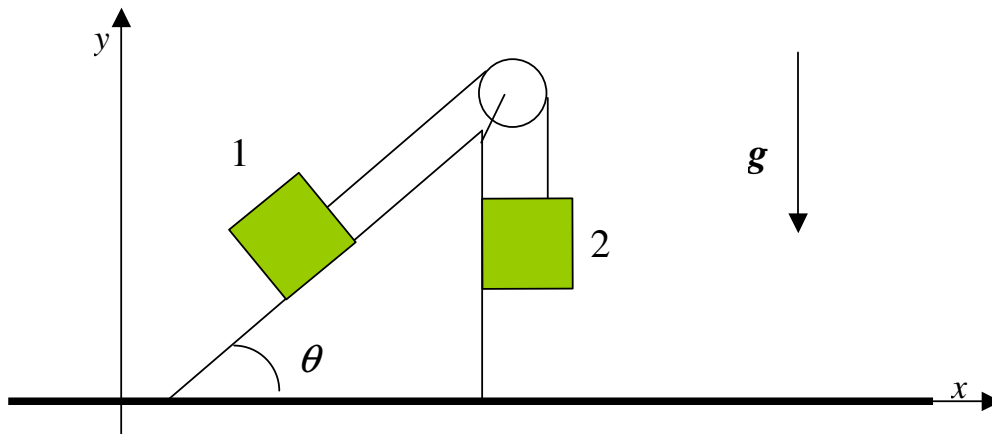
Esercizio 5:



Un carrello si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione a lungo un asse x orizzontale. Ad un dato istante, un corpo viene appoggiato su una parete verticale all'interno del carrello come indicato in figura. Il coefficiente di attrito statico corpo-parete è $\mu_s = 0.300$.

5.1- Quale è il minimo valore dell'accelerazione del carrello per cui il corpo resti fermo rispetto alla parete? (3 punti)

Esercizio 6 : Due corpi identici 1 e 2 di massa $m = 1$ kg sono collegati fra loro con una fune inestensibile di massa trascurabile come mostrato schematicamente in figura. I due corpi si appoggiano sulle superfici di un cuneo con angolo $\theta = 30^\circ$. Il coefficiente di attrito dinamico dei corpi con le superfici del cuneo è $\mu = 0.200$ e gli attriti della carrucola sono trascurabili. Il corpo 2 si trova inizialmente ad una altezza $h = 1.00$ m dal piano orizzontale. Ad un dato istante, i corpi vengono lasciati liberi di muoversi.



6.1 - Si calcoli la massima velocità raggiunta dai corpi. (3 punti)

6.2 - Si calcoli la tensione della fune durante la caduta. (3 punti)

6.3- Si calcolino le componenti x ed y (assi in figura) della forza risultante F esercitata dalla corda sulla carrucola. (3 punti)

Soluzione Es.1- Il minimo valore di $|a|$ è quello per cui lo spazio totale d_A percorso da A per fermarsi è pari a

$$d_A = d_0 + d_B, \quad (1)$$

dove d_B è lo spazio di frenata di B . Ma

$$d_A = 2v\Delta t + \frac{(2v)^2}{2|a|} \quad \text{e} \quad d_B = \frac{v^2}{2|a|} \quad (2)$$

Sostituendo le (2) nella (1) si trova:

$$a = \frac{3}{2} \frac{v^2}{d_0 - 2v\Delta t} = 12.5 \text{ m/s}^2 \quad (3)$$

Soluzione Es. 2 2.1 - L'auto inizia a slittare se la forza di attrito supera in modulo il massimo valore $\mu_s mg$. l'accelerazione dell'auto all'istante t_0 ha una componente centripeta a_c ed una tangenziale a_t date da:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{k^2 t_0^4}{R} = 6.25 \text{ m/s}^2 \quad (1)$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 2kt_0 = 5 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

Dunque, il modulo della forza di attrito necessaria per mantenere l'automobile sulla sua orbita circolare è:

$$F_a = m\sqrt{a_c^2 + a_t^2} = m\sqrt{\frac{k^4 t_0^8}{R^2} + 4k^2 t_0^2} \quad (3)$$

La condizione di scivolamento si ha imponendo che F_a divenga uguale alla massima forza di attrito statico $\mu_s mg$. Imponendo questa uguaglianza si ottiene:

$$\mu_s = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{k^4 t_0^8}{R^2} + 4k^2 t_0^2} = 0.82 \quad (4)$$

2.2 - lo spazio percorso dall'auto nel tempo t_0 è

$$s = \int_0^{t_0} kt^2 dt = \frac{kt_0^3}{3} = 83.3 \text{ m} \quad (5)$$

Soluzione Es. 3 - 3.1- l'equilibrio della rete si scrive:

$$2 T \sin \theta = Mg \quad (1)$$

da cui:

$$T = \frac{Mg}{2 \sin \theta} = 280 \text{ N} \quad (2)$$

La forza di tensione T è anche quella applicata dai fili sui paletti, dunque, per il principio di azione e reazione, il modulo della forza esercitata da ciascun paletto è $F = T$.

Soluzione Es. 4 --

4.1- Le molle 1 e 2 sono in serie ed equivalgono ad un'unica molla di costante elastica $K_A = K/2$ e lunghezza a riposo pari alla somma delle lunghezze a riposo, cioè, $2L$. Questa molla equivalente è, a sua volta, in parallelo con la molla 3 che ha la stessa lunghezza a riposo $2L$. Il sistema risultante è equivalente ad un'unica molla con la stessa lunghezza a riposo $L^* = 2L = 0.2 \text{ m}$ e con costante elastica $K^* = K_A + K = 3K/2 = 150 \text{ N/m}$. La posizione di equilibrio viene raggiunta quando la forza esercitata dalla molla eguaglia la forza peso, cioè:

$$K^*(h - 2L) = Mg \quad \Rightarrow \quad h = 2L + \frac{Mg}{K^*} = 0.396 \text{ m} \quad (1)$$

4.2- Il corpo compie un moto armonico e raggiunge la posizione di equilibrio dopo un quarto di periodo cioè dopo il tempo

$$\Delta t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{M}{K^*}} = 0.222 \text{ s} \quad (2)$$

Soluzione esercizio 5 5.1- Se il corpo resta fermo ripetto alla parete, vuol dire che esso ha la stessa accelerazione della parete e, quindi, la forza orizzontale esercitata su di esso dalla parete (forza di reazione vincolare) è

$$N = ma \quad (1)$$

mentre la forza totale lungo l'asse verticale (forza di attrito+ forza peso) è nulla. Dunque:

$$F_a = mg \quad (2)$$

Poichè la massima forza di attrito è, in modulo, $\mu_s N = \mu_s ma$, ne consegue che, perchè il corpo resti fermo (rispetto alla parete) l'accelerazione a deve essere maggiore di

$$a = g/\mu_s = 32.66 \text{ m/s}^2 \quad (3)$$

Soluzione esercizio 6 . 6.1 - la massima velocità viene raggiunta quando il corpo 2 tocca il suolo. Lavelocità si calcola utilizzando la legge $L_a = E_f - E_i$, dove L_a = lavoro forza di attrito, E_f = energia meccanica finale e E_i = energia meccanica iniziale. Indichiamo con h_A e h le altezze dei corpi 1 e 2 all'inizio. Le altezze finali sono, rispettivamente)

$$h_B = h_1 + h \sin \theta \quad (1)$$

e 0. Il lavoro della forza di attrito è solo sul corpo 1 che si sposta di un tratto h ed è:

$$L_a = - \mu mg \cos \theta h \quad (2)$$

Mentre le energie meccaniche sono

$$E_i = mgh_1 + mgh \quad (3)$$

$$E_f = mgh_B + \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mgh_1 + mgh \sin \theta + mv^2 \quad (4)$$

Imponendo la legge $L_a = E_f - E_i$, si trova dopo semplici passaggi:

$$v = \sqrt{gh(1 - \sin \theta - \mu \cos \theta)} = 1.79 \text{ m/s} \quad (5)$$

6.2- Le equazioni del moto dei due corpi sono:

$$mg - T = ma \quad (6)$$

$$T - \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma \quad (7)$$

Sottraendo membro a membro si ottiene:

$$T = \frac{mg}{2} (1 + \sin \theta + \mu \cos \theta) = 8.20 \text{ N} \quad (8)$$

6.3 - La forza che si esercita dulle carrucole è la somma delle forze di tensione esercitate dalle funi che, in componenti x ed y , si scrivono: $(0, -T)$ e $(-T \cos \theta, -T \sin \theta)$. Dunque

$$\mathbf{F} = [-T \cos \theta, -T(1 + \sin \theta)] = (-7.10 \text{ N}, -12.3 \text{ N}) \quad (9)$$