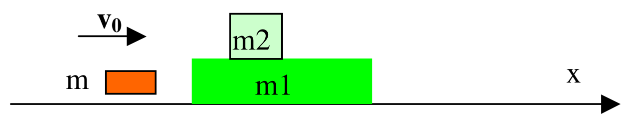
II Compitino di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE 2010.

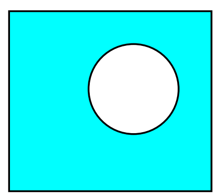
Esercizio 1: Un corpo di massa m_1 = 200 g è appoggiato su un piano orizzontale. Sul corpo si trova appoggiato un secondo corpo di massa uguale $m_2 = m_1$ come mostrato in figura. Il coefficiente di attrito fra piano orizzontale e corpo 1 e fra corpo 1 e corpo 2 è μ_s =0.5. Un proiettile di massa m = 100 g si muove con velocità v_o = 30 m/s nel verso positivo dell'asse x ed urta il corpo m_1 conficcandosi in esso.



1.1 - Si calcoli la velocità del corpo di massa m_1 subito dopo l'urto. (3 punti)

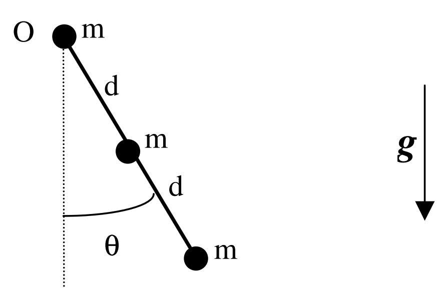
1.2 - Si calcoli la componente x dell'impulso della forza esercitata dal corpo di massa m_1 <u>sul proiettile</u> durante l'urto (3 punti).

Esercizio 2: Una piastra quadrata omogenea di lato L = 20 cm presenta in foro circolare di raggio $L/4$ il cui centro è posto su una diagonale a distanza $L/8$ dal centro O della piastra.



2.1 - Si trovi la distanza del centro di massa della piastra forata dal centro O (6 punti).

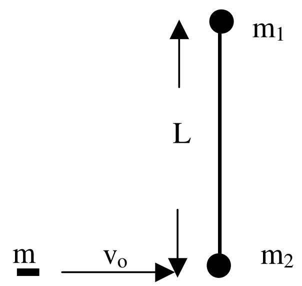
Esercizio 3: Tre sferette identiche di massa m sono tenute a distanza d = 10 cm l'una dall'altra da una barretta rigida di massa trascurabile. Il centro O di una sferetta è incernierato. La barra è inizialmente ferma e forma un angolo $\theta = 30°$ con il campo di gravità terrestre $\boldsymbol{g}$. Ad un dato istante, la barra viene lasciata libera di ruotare <u>senza attrito</u> attorno ad O.



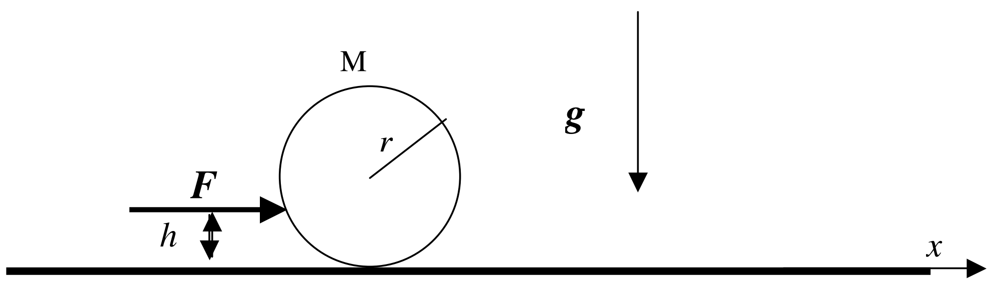
3.1 - Quale è il modulo dell'accelerazione angolare α non appena la barra viene lasciata libera? Si assumano le masse puntiformi (4 punti).

3.2- Si trovi la velocità angolare ω della barretta quando raggiunge la posizione $\theta = 0$. (4 punti)

Esercizio 4: Due corpi di massa m_1 = 300 g e m_2 = 1000 g sono collegati fra loro da una barra rigida di massa trascurabile e lunghezza L = 10 cm. Il sistema è appoggiato su un piano orizzontale che non offre nessun attrito. Un proiettile di massa m = 10 g viene sparato con velocità v_o =50 m/s perpendicolarmente alla barra e si conficca nel corpo di massa m_2. Si trovi la velocità angolare ω della barra subito dopo l'urto. (considerare i corpi come puntiformi) (5 punti).



Esercizio 5 : Un cilindro omogeneo di massa M = 0.5 kg e raggio r è appoggiato su un piano orizzontale. In un punto sulla superficie del cilindro a distanza $h = r/3$ dal piano orizzontale è applicata una forza di intensità F = 2 N diretta lungo l'asse orizzontale x. Si dica quale è il minimo coefficiente di attrito che deve essere presente fra cilindro e piano orizzontale se si vuole che il cilindro possa rotolare senza strisciare sul piano orizzontale (5 punti).



ATTENZIONE: **Tutte le risposte devono essere opportunamente giustificate mostrando i passaggi essenziali che sono necessari per arrivare alla soluzione. Risposte anche esatte che vengano date senza darne una giustificazione non verranno prese in considerazione.**

Soluzione Es.1-

1.1.- Poichè la forza di attrito fra corpo 1 e pavimento non è impulsiva, la componente x della quantità di moto del sistema dei tre corpi si conserva durante l'urto e anche succcessivamente. Inoltre, poichè la forza di attrito fra corpo 1 e 2 non è impulsiva, la velocità della massa m_2 subito dopo l'urto è ancora pari a v_2 =0. La conservazione della q.m. fornisce, perciò, per la velocità finale dei due corpi di massa m e m_1:

$$mv_0 = (m+m_1)v \qquad \Longrightarrow \qquad v = \frac{m}{m+m_1}v_0 = 10 \text{ m/s} \tag{1}$$

1.2- L'impulso della forza è pari alla variazione della q.m. del corpo di massa m, cioè

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = (mv - mv_0)\boldsymbol{i} \qquad \Longrightarrow \qquad I_x = -\frac{mm_1}{m+m_1}v_0 = -2 \text{ Ns} \tag{2}$$

Soluzione Es. 2 - Una piastra con foro può essere sempre pensata come una piastra senza foro a cui è stata tolto un dischetto circolare di raggio $L/4$. Se ρ è la densità del materiale e d lo spessore della piastra, la massa della piastra con il foro è:

$$M_1 = \left(\rho L^2 d - \pi\frac{L^2}{16}\rho d\right) = \frac{16-\pi}{16}\rho L^2 d \tag{1}$$

La massa del disco è

$$M_2 = \frac{\pi}{16}\rho L^2 d \tag{2}$$

mentre la masa della piastra senza foro è $\quad M = \rho L^2 d \quad$ (3)

Per le proprietà del centro di massa di un sistema di corpi, se indichiamo con $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$ ed $\boldsymbol{r}$ i centri di massa dei corpi di masse M_1, M_2 ed M, si scrive:

$$\boldsymbol{r} = \frac{M_1\boldsymbol{r}_1 + M_2\boldsymbol{r}_2}{M} \tag{4}$$

Conviene considerare un riferimento Cartesiano ortogonale con centro O nel centro della piastra. Con questa scelta , $\boldsymbol{r}$ = 0 e, sostituendo i valori di M_1, M_2 e M_3 nella (4) si trova il vettore centro di massa $\boldsymbol{r}_1$ della piastra forata

$$\boldsymbol{r}_1 = \frac{\pi}{16-\pi}\boldsymbol{r}_2 \quad \Longrightarrow \quad |\boldsymbol{r}_1| = \frac{\pi}{16-\pi}|\boldsymbol{r}_2| = \frac{\pi}{16-\pi}\frac{L}{8} = 0.611\ 10^{-2} \text{ m} = 0.611 \text{ cm} \tag{5}$$

Soluzione Es. 3 .

3.1 - L'accelerazione angolare α è $\quad \alpha = \dfrac{\Gamma_z}{I} \quad$ (1)

dove I è il momento di inerzia rispetto all'asse z passante per O e entrante nel piano di figura mentre Γ_z è la componente z del momento di forza dovuto alla forza peso. Si trova facilmente:

$$I = md^2 + m(2d)^2 = 5md^2 \tag{2}$$

$$\Gamma_z = mgd\sin\theta + 2mgd\sin\theta = 3mgd\sin\theta \tag{3}$$

Sostituendo i valori di eq.(2) e (3) in eq.(1) si trova: $\alpha = \dfrac{3mgd\sin\theta}{5md^2} = \dfrac{3g\sin\theta}{5d} = 29.4 \text{ rad/s}^2 \quad$ (4)

3.2- Poichè le forze sono conservative, l'energia meccanica si conserva. Prendendo come zero dell'energia potenziale il piano orizzontale passante per O, l'energia meccanica iniziale è:

$$E_i = -mgd\cos\theta - 2mgd\cos\theta = -3mgd\cos\theta \tag{5}$$

Quando la barretta forma l'angolo θ=0, la sua energia meccanica è

$$E_f = -3mgd + \frac{1}{2} I\omega^2 = -3mgd + \frac{1}{2} 5md^2\omega^2 \qquad (6)$$

uguagliando le due energie, si trova: $\omega = \sqrt{\frac{6}{5}\frac{g(1-\cos\theta)}{d}}$ = 3.97 rad/s (7)

Soluzione esercizio 4

Non ci sono forze esterne nel piano della figura, quindi si conserva la componente del momento angolare lungo l'asse z uscente dal piano di figura. Consideriamo il momento angolare rispetto ad un asse passante per il centro di massa del sistema proiettile-masse. All'istante dell'urto, il proiettile si trova sovrapposto a m_2, dunque il c.m. giace sulla barretta in un punto a distanza $x = m_1L/(m + m_1 + m_2) = 2.29\ 10^{-2}$ m dal corpo di massa m_2. Il momento angolare immediatamente prima dell'urto è:

$$L_i = mv_ox = mm_1Lv_o/(m + m_1 + m_2) \qquad (1)$$

Dopo l'urto, il momento angolare rispetto al c.m è

$$L_f = I\omega = \left[(m+m_2)x^2 + m_1(L-x)^2\right]\omega \qquad (2)$$

Uguagliando i due momenti si trova $\omega = \frac{mv_ox}{(m+m_2)x^2 + m_1(L-x)^2}$ = 4.95 rad/s (3)

Soluzione esercizio 5 -

Indichiamo con F_s la componente x della forza di attrito nel punto di contatto O e con R la reazione normale del piano. Le equazioni per il moto traslatorio e rotatorio (I e II equazione cardinale) sono:

MOTO TRASLATORIO : $F + F_s = Ma$ (1)

$R - Mg = 0$ (2)

MOTO ROTATORIO: $hF = \frac{3Mr^2}{2}\alpha$ (3)

dove abbiamo considerato i momenti (angolare e delle forze) rispetto al punto di contatto. La condizione di rotolamento si ottiene ponendo $a = R\alpha$ che, sostituito nel sistema di equazioni, fornisce dopo semplici passaggi algebrici

$$F_s = -7F/9 \qquad (4)$$

Questa forza di attrito non deve superare in modulo la massima forza di attrito $\mu_sR = \mu_sMg$ (vedi eq.(2). Dunque μ_s deve soddisfare la condizione

$$\mu_s \geq \frac{7F}{9Mg} = 0.318 \qquad (5)$$