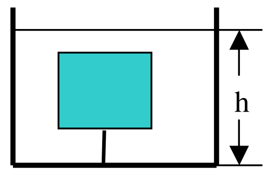
III Compitino di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE 2010.

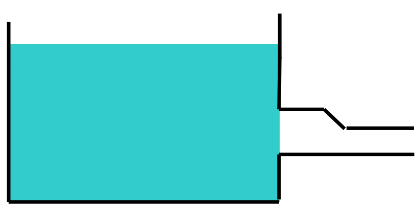
Esercizio 1: Un cubetto di legno di lato L = 3 cm e densità ρ = 0.8 g/cm^3 viene trattenuto sul fondo di un recipiente quadrato di lato d = 2L per mezzo di un filo inestensibile di massa e sezione trascurabile. Il recipiente è parzialmente riempito di acqua di densità ρ_a = 1g/cm^3 come mostrato schematicamente in figura.



1.1 - Si calcoli la tensione T del filo (3 punti)

1.2 - Ad un dato istante, il filo si spezza. Si dica quale è la variazione $\Delta h = h_{fin} - h_{in}$ dell'altezza dell'acqua quando il sistema arriva in equilibrio. (3 punti).

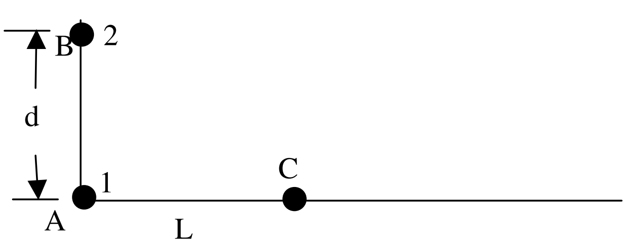
Esercizio 2: Un grosso serbatoio è riempito di acqua fino ad un'altezza h = 1.5 m dal fondo. Ad altezza h_1 = 0.5 m dal fondo del recipiente c'è un tubo cilindrico di raggio interno r_1 = 2 mm che termina in un tubo più piccolo di raggio interno r_2 = 0.7 r_1. Il sistema è in presenza dell'atmosfera.



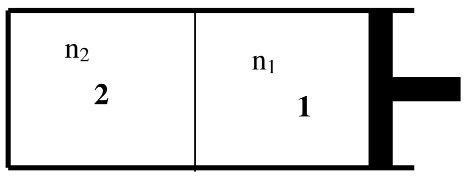
2.1 - Si trovi la velocità del fluido quando esce dal tubo di raggio r_2 (3 punti).
2.2 - Si calcoli la differenza $\Delta p = p - p_o$ fra la pressione presente nel tubo di raggio r_1 e la pressione atmosferica. (3 punti)

Esercizio 3: La terza armonica di una corda di chitarra di lunghezza L = 60 cm ha frequenza ν = 900 Hz. Quale è la velocità v dell'onda nella corda? (2 punti).

Esercizio 4: Due altoparlanti 1 e 2 oscillano alla stessa frequenza ν = 300 Hz e sono a distanza d =2 m l'uno dall'altro nei punti A e B. Nel punto C a distanza $L = d$ = 2 m da 1 si osserva un'interferenza distruttiva. Sapendo che la velocità delle onde sonore è v_s = 330 m/s, si trovi quale è la differenza di fase $\delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ fra l'altoparlante 2 e 1 espressa in gradi. <u>Fra tutte le possibili soluzioni si scelga quella con $0 < \delta\varphi < 360°$</u>. (3 punti)



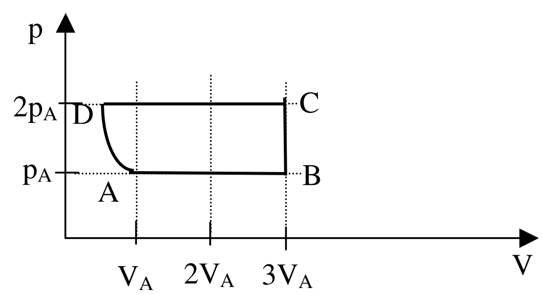
Esercizio 5: Due gas identici con n_1 = 0.01 moli e $n_2 = 2\ n_1$ moli si trovano all'interno di un cilindro di sezione S = 10 cm^2 con pareti adiabatiche e sono separati da una parete di spessore trascurabile debolmente conduttrice che può traslare liberamente. Un pistone adiabatico in contatto con l'atmosfera a pressione p_o =1Atm chiude il cilindro. Inizialmente i due gas si trovano a temperature T_1 =100 °C e T_2 = 30 °C e la parete mobile si trova al centro del cilindro dividendo questo in due settori cilindrici uguali di altezza h =10 cm.



5.1 - Si trovi il modulo della forza ***F*** che deve essere esercitata da un operatore esterno per tenere fermo il pistone all'istante iniziale. (3 punti)

5.2 - Supponendo che il pistone venga tenuto fermo, si trovi l'altezza h_1 della porzione di cilindro riempita dal gas 1 una volta raggiunto l' equilibrio. (3 punti)

Esercizio 6 : Un gas monoatomico con n = 30 moli compie un ciclo reversibile *ABCDA* come mostrato schematicamente in figura dove V_A = 1 m^3 e p_A =10^4 Pa. Il tratto *DA* è isotermo. Si calcoli:



6.1- Il calore assorbito dal gas nel ciclo <u>con il corretto segno</u>. (4 punti)

6.2 - La temperatura massima raggiunta dal gas nel ciclo. (2 punti)

Soluzione Es.1- **1.1**.- Indicando con x l'asse verticale rivolto verso l'alto, l'equilibrio delle forze agenti sul cubetto si scrive

$$-T-\rho g L^3+\rho_a g L^3=0 \quad \Longrightarrow \quad T=gL^3(\rho_a-\rho)=5.29\ 10^{-2}\ \mathrm{N} \qquad (1)$$

dove ρ_a è la densità dell'acqua (ρ_a = 1000 Kg/m^3).

1.2- All'equilibrio, il cubetto galleggia in superficie e il volume sommerso è pari a

$$V_s=\frac{\rho}{\rho_a}L^3 \qquad (2)$$

mentre inizialmente il volume sommerso era L^3. Conseguentemente, l'altezza dell'acqua prima e dopo la rottura del filo è, rispettivamente:

$$h_{in}=\frac{L^3+V_a}{(2L)^2} \qquad \text{e} \qquad h_{fin}=\frac{\frac{\rho}{\rho_a}L^3+V_a}{(2L)^2} \qquad (3)$$

dove V_a è il volume di acqua. Dunque, la variazione di altezza dell'acqua, è

$$\Delta h=h_{fin}-h_{in}=\frac{\frac{\rho}{\rho_a}L^3-L^3}{4L^2}=\frac{1}{4}\left(\frac{\rho}{\rho_a}-1\right)L=-\ 1.50\ \mathrm{mm} \qquad (4)$$

Soluzione Es. 2 -

2.1 - Applichiamo il Teorema di Bernulli ad un punto A sulla superficie del fluido nel serbatoio dove la velocità del fluido è circa zero (serbatoio grande) e un punto B all'uscita del tubo di raggio r_2. Poichè la pressione in entrambi i punti è quella atmosferica, si trova:

$$p_o+\rho g h=p_o+\rho g h_1+\frac{1}{2}\rho v_B^2 \quad \Longrightarrow \quad v_B=\sqrt{2g(h-h_1)}=4.43\ \mathrm{m/s} \qquad (1)$$

2.2 - Per la conservazione della massa (equazione di continuità), la velocità v nel tubo di raggio r_1 è legata a v_B dalla relazione:

$$v=\frac{r_2^2}{r_1^2}v_B=\frac{r_2^2}{r_1^2}\sqrt{2g(h-h_1)} \qquad (2)$$

Applicando nuovamente il teorema di Bernulli fra un punto interno al tubo di raggio r_1 e il punto A, tenendo conto della (2) si trova

$$p_o+\rho g h=p\ \ +\rho g h_1+\rho g(h-h_1)\frac{r_2^4}{r_1^4} \qquad (3)$$

Dunque, la differenza fra la pressione p nel tubo di raggio r_1 e p_o è

$$\Delta p=\rho g(h-h_1)\left[1-\frac{r_2^4}{r_1^4}\right]=7.45\ 10^3\ \mathrm{Pa} \qquad (4)$$

Soluzione Es. 3 -

La terza armonica si ha quando la lunghezza L della corda è 3 volte $\lambda/2$ cioè se

$$\lambda=\frac{2}{3}L \qquad (1)$$

Dunque, la velocità dell'onda v_o è

$$v_o=\lambda\nu=2L\nu/3=360\ \mathrm{m/s} \qquad (2)$$

Soluzione Es. 4 . La differenza di cammino fra i percorsi *BC* e *AC* è

$$\Delta L = \sqrt{L^2 + d^2} - L = (\sqrt{2} - 1)L \qquad (1)$$

La differenza di fase $\Delta\varphi$ fra i raggi emessi da 2 e da 1 dovuta alla differenza di cammini è

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L = \frac{2\pi\nu}{v_s}\Delta L = 4.73 \text{ rad} = 271° \qquad (2)$$

La differenza totale di fase in *C* è pari alla somma di $\Delta\varphi$ e della differenza di fase $\delta\varphi$ fra gli altoparlanti. Inoltre, poichè in *C* si ha interferenza distruttiva, La differenza di fase totale deve essere pari ad un multiplo dispari di π, cioè $(2n+1)\pi$ con $n = 0, \pm1, \pm2$....Dunque

$$\delta\varphi = (2n+1)\pi - \Delta\varphi \qquad (3)$$

poichè $\Delta\varphi$ è compreso fra π e 2π, il valore di *n* che fornisce un valore di $\delta\varphi$ nell'intervallo 0-2π è $n = 1$. Sostituendo tale valore nella (3) si trova:

$$\delta\varphi = 3\pi - 4.73 \text{ rad} = 4.69 \text{ rad} = 269°$$

Soluzione esercizio 5

5.1- Se p_1 è la pressione del gas 1 e p_o quella atmosferica, il modulo della forza esercitata dall' operatore è:

$$|F| = |(p_1 - p_o)|S = \left|\left(\frac{n_1 R T_1}{hS} - p_o\right)\right|S = 208 \text{ N} \qquad (1)$$

5.2 - All'equilibrio, le temperature dei due gas sono uguali (la parete di separazione è debolmente conduttrice) e le pressioni sono uguali (equilibrio meccanico), dunque

$$\frac{n_2 RT}{h_2 S} = \frac{n_1 RT}{h_1 S} \quad \Longrightarrow \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{2} \qquad (2)$$

D'altra parte, $h_1 + h_2 = 2h$ (3)

Dalle (2) e (3) si deduce $h_2 = 4h/3 = 13.3$ cm e $h_1 = 2h/3 = 6.67$ cm (4)

Soluzione esercizio 6 -

6.1 - Il calore assorbito dal gas è pari al lavoro totale fatto dal gas e, quindi, all'area complessiva dentro al ciclo con un segno negativo poichè il ciclo è percorso in verso antiorario. L'area compresa fra il tratto isotermo *DA* e l'asse delle ascisse è:

$$A = \int_{V_D}^{V_A} p\,dV = \int_{V_D}^{V_A} \frac{nRT_A}{V} dV = nRT_A \ln\frac{V_A}{V_D} \qquad (1)$$

$$A = p_A V_A \ln 2 \qquad (2)$$

Dalla figura si deduce facilmente che l'area totale all'interno del ciclo è

$$A_T = (V_C - V_D)(p_D - p_A) - A + (V_A - V_D)\,P_A \qquad (3)$$

ma $V_D = V_A/2$, $p_D = 2\,p_A$, $V_C = 3\,V_A$ e, dunque, la (3) diventa

$$A_T = V_A p_A (3 - \ln 2) \quad \Longrightarrow \quad Q = -A_T = -2.31\ 10^4 \text{ J} \qquad (4)$$

6.2 - La temperatura massima viene raggiunta nel punto C ed è pari a

$$T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = \frac{6 p_A V_A}{nR} = 240.7 \text{ K} = -32.5 \text{ °C}$$