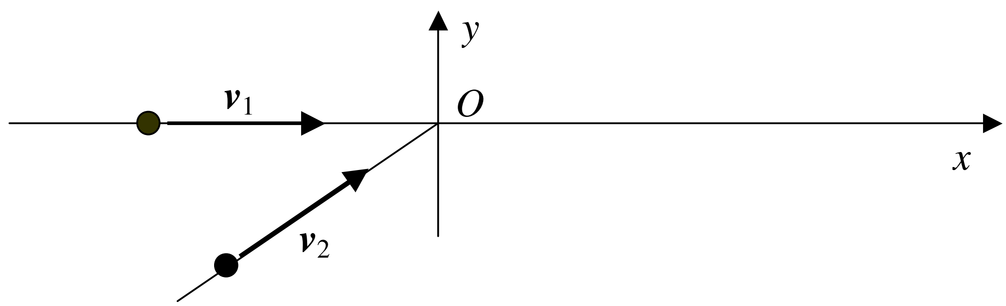
Compito di Fisica Generale I di Ingegneria CIVILE 29 giugno 2010.

Esercizio 1: Due corpi 1 e 2 di masse m_1 = 1 kg e m_2 = 2kg viaggiano con la stessa velocità v_0 = 10 m/s lungo due direzioni che fanno un angolo θ = 45° come mostrato infigura ed urtano nel punto O restando attaccati l'uno all'altro.



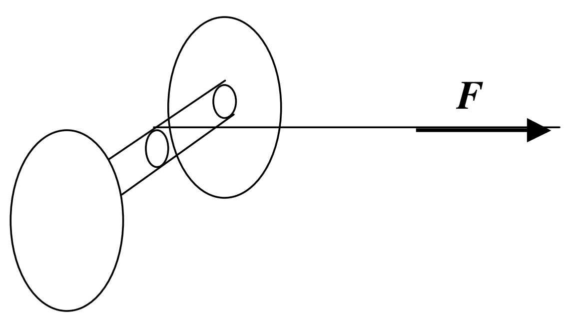
1.1- Si trovi il modulo della velocità finale $\boldsymbol{v}$ e l'angolo che forma con l'asse x. (4 punti)

1.2 - Si trovi il modulo dell'impulso $\boldsymbol{I}$ della forza esercitata dal corpo 2 sul corpo 1 durante l'urto. (4 punti)

Esercizio 2 - Una barra cilindrica omogenea ha raggio r_1 = r = 2 cm, massa m = 300 g e lunghezza L = 20 cm. Alle estremità della barra sono fissati due dischi circolari omogenei di massa m = 300 g e raggio r_2 = 5 r come mostrato in figura. Una fune di massa trascurabile è avvolta nella pare centrale della barra e viene tirata con una forza F = 5 N. Il sistema è appoggiato su un piano orizzontale.

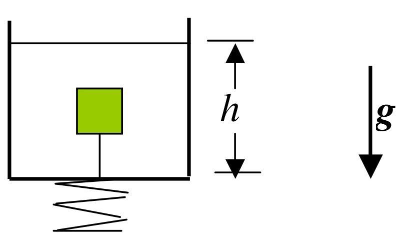
2.1 - Si calcoli il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse comune di rotazione. (3 punti)

2.2 - Si trovi l'accelerazione angolare dei dischi nell'ipotesi che essi rotolino sul piano orizzontale (5 punti)

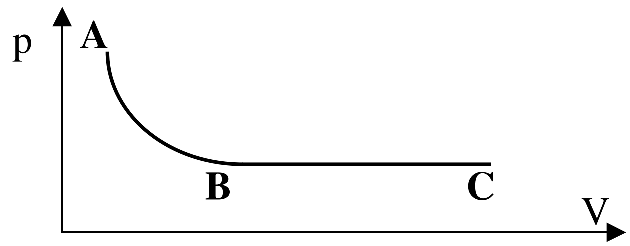


Esercizio 3- Un recipiente di superficie di base S = 100 cm^2 e massa m =200 g contiene acqua fino ad un altezza h = 20 cm. Un corpo di densità ρ = 300 kg/m^3 e volume V = 600 cm^3 si trova immerso totalmente nell'acqua ed è trattenuto sul fondo da un filo di massa trascurabile. Il recipiente è appoggiato su una molla di costante elastica k = 100 N/m.

Si trovi la compressione Δx della molla (4 punti)



Esercizio 4 - Un gas biatomico ideale con n = 0.3 moli compie una trasformazione adiabatica reversibile dallo stato A allo stato B compiendo il lavoro L_2 = 400 J. A partire dal punto B, di pressione p_B = 1.5 bar, compie una trasformazione reversibile isobara fino allo stato C a temperatura T_c = 300 K facendo un lavoro L_1 = 120 J. Si calcoli



4.1 - i volumi V_A, V_B, V_C. (6 punti)

4.2 - Si dica se è possibile tornare in A da C compiendo una trasformazione isoterma. (3 punti)

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- L'urto è anelastico e, quindi, le velocità finale dei due corpi sono uguali e pari a ***v***.Dalla conservazione della q.m. si deduce:

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \tag{1}$$

Dunque,

$$v_x = \frac{m_1 v_0 + m_2 v_0 / \sqrt{2}}{m_1 + m_2} = 8.05 \text{ m/s} \tag{2}$$

$$v_y = \frac{m_2 v_0 / \sqrt{2}}{m_1 + m_2} = 4.71 \text{ m/s} \tag{3}$$

dunque:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 9.33 \text{ m/s} \tag{4}$$

e

$$\varphi = a\tan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = 30.3\ ° \tag{5}$$

1.2 - L'impulso della forza esercitata da 2 su 1 è pari alla variazione del vettore quantità di moto del corpo 1, cioè:

$$\vec{I} = \vec{p}_1^{\,fin} - \vec{p}_1^{\,in} = (m_1 v_x, m_1 v_y) - (m_1 v_0, 0) = \quad (-1.95, 4.71) \text{ m/s} \tag{6}$$

da cui:

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = \qquad 5.10 \text{ N s} \tag{7}$$

Soluzione Esercizio 2.

2.1-Il momento di inerzia rispetto all'asse comune è la somma dei momenti dei dischi e della barra:

$$I = m_1\frac{r^2}{2} + 2m_1\frac{(5r)^2}{2} = \frac{51}{2}m_1 r^2 = 3.06\ 10^{-3} \text{ kg m}^2 \tag{1}$$

2.2 - Indicando con F_s la forza totale di attrito sulle due ruote diretta in verso opposto al moto, le equazioni cardinali sono:

$$F - F_s = 3m_1 a \tag{2}$$

$$rF + 5rF_s = \frac{51}{2}m_1 r^2 \alpha \tag{3}$$

La condizione di rotolamento puro impone $\alpha = a/(5r)$ che, sostituito nella (3) fornisce:

$$F + 5F_s = \frac{51}{10}m_1 a \tag{4}$$

Risolvendo il sistema di equazioni (2) e (4) si trova:

$$a = \frac{60}{201}\frac{F}{m_1} = 4.97 \text{ m/s}^2 \qquad \Longrightarrow \alpha = \frac{a}{5r} = 49.7 \quad \text{rad/s}^2 \tag{5}$$

Soluzione esercizio 3. Se consideriamo il sistema di corpi costituito dal recipiente, dall'acqua, dal corpo immerso e dal filo, le uniche forze esterne agenti su essi sono la forza della molla diretta verso l'alto e pari a $k\,\Delta x$ e la forza totale peso diretta verso il basso e pari in modulo a:

$$P = (m + \rho V + \rho_a V_a)\ \text{g} \tag{1}$$

dove ρ_a = 1000 kg/m^3 è la densità dell'acqua e V_a è il volume di acqua. Ma il volume dell'acqua è pari a $V_a = S\,h - V$, dunque:

$$P = [m + \rho V + \rho_a (Sh - V)]g \qquad (2)$$

Uguagliando forza peso e forza elastica si trova:

$$\Delta x = \frac{[m + \rho V + \rho_a (Sh - V)]g}{k} = 17.4\ 10^{-2}\ \text{m} = 17.4\ \text{cm} \qquad (3)$$

Soluzione Esercizio 4 -

4.1- $P_C V_C = nRT_c \quad \Longrightarrow \quad V_C = \frac{nRT_C}{P_C} = \frac{nRT_C}{P_B} =$ 4.99 10^{-3} m^3 (1)

dove abbiamo sfruttato l'uguaglianza P_B=P_C. Il lavoro fatto nell'isobara è:

$$L_1 = P_B (V_C - V_B) \quad \Longrightarrow \quad V_B = V_C - \frac{L_1}{P_B} = 4.19\ 10^{-3}\ \text{m}^3 \qquad (2)$$

L'equazione dell'adiabatica è $P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$ (3)

con γ= 7/5 per il gas biatomico. Il lavoro L_2 fatto nell'adiabatica è uguale all'opposto della variazione di energia (Q = 0), dunque:

$$L_2 = -\Delta U = -\frac{5}{2} nR(T_B - T_A) = \frac{5}{2}(P_A V_A - P_B V_B) \qquad (4)$$

dalla (4) si ricava:

$$P_A = \frac{\frac{2}{5} L_2 + P_B V_B}{V_A} = 788/V_A \qquad (5)$$

che, sostituito nella (3), fornisce, dopo semplici passaggi algebrici,:

$$V_A = \left(\frac{P_B V_B^\gamma}{\frac{2}{5} L_2 + P_B V_B} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} = 2.38\ 10^{-3}\ \text{m}^3 \qquad (6)$$

4.2 - Per poter tornare in A con un'isoterma deve risultare $P_A V_A = P_C V_C$. Ma $P_A V_A$ = 788 J mentre $P_C V_C$ = 748 J. Dunque **non è possibile collegare *A* e *B* con una isoterma**.