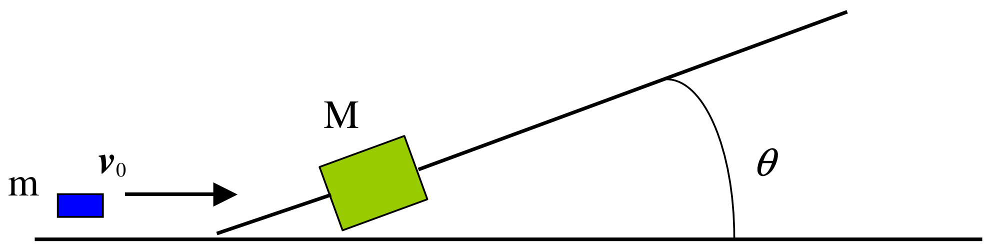
Compito di Fisica Generale I di Ingegneria CIVILE 16 febbraio 2010.

Esercizio 1: Un proiettile di massa m = 30 g viaggia con velocità v_0 = 100 m/s lungo un asse orizzontale. Ad un dato istante, il proiettile si conficca su un corpo di massa M = 100 g che è inizialmente fermo e vincolato a scorrere lungo una guida rettilinea inclinata con angolo di inclinazione θ = 20 ° rispetto all'orizzontale. Il tempo che passa fra l'istante in cui il proiettile tocca il corpo e quello in cui si arresta (rispetto al corpo) è Δt = 1 ms. Assumendo trascurabile ogni attrito, si calcoli



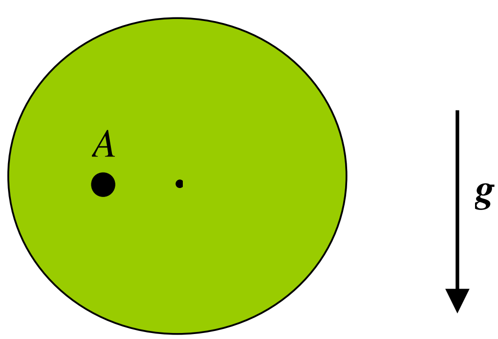
1.1- La velocità del corpo di massa M subito dopo l'urto. (4 punti)

1.2 - La forza media di reazione $\overline{N}$ esercitata dalla guida inclinata sul corpo durante l'urto. (4 punti)

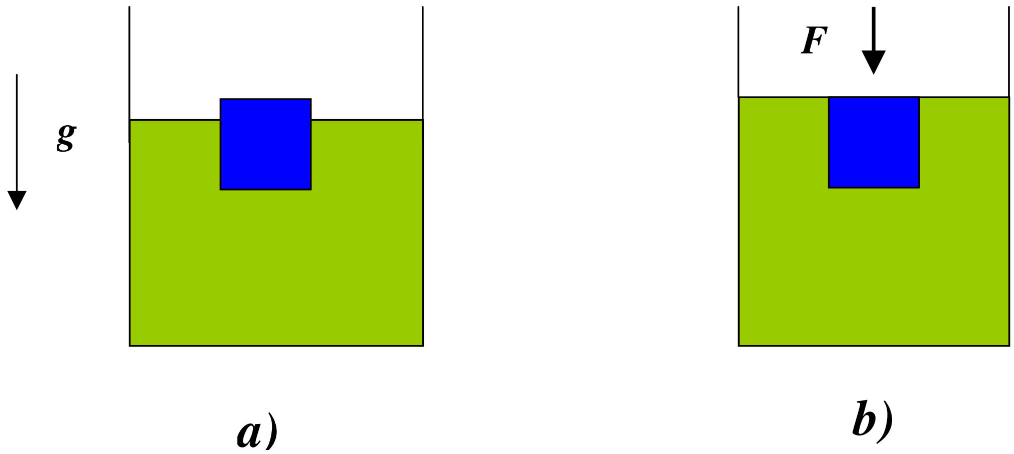
1.3 - La distanza L percorsa dal corpo prima di fermarsi. (4 punti)

Esercizio 2 - Un disco di spessore trascurabile e raggio R = 20 cm può ruotare liberamente senza attrito attorno ad un asse orizzontale passante per un punto A a distanza $d = R/2$ dal centro e avente sezione trascurabile. Al tempo iniziale il disco è fermo nel campo di gravità e disposto come in figura. Dopodichè il disco viene lasciato libero di ruotare.

2.1 - Quale è la massima velocità raggiunta dal centro di massa del disco? (5 punti)



Esercizio 3- Un cubetto di ghiaccio di volume V_g = 0.1 litri galleggia in equilibrio termico e meccanico in un recipiente cilindrico di superficie di base S = 100 cm^2 contenente un volume di acqua pari a V_a = 2 litri come mostrato in figura *a* . Si assuma che la densità del ghiaccio e dell'acqua siano, rispettivamente, ρ_g = 900 Kg/m^3 e ρ_a = 1000 Kg/m^3.



3.1 - Si trovi la differenza di pressione Δp fra il fondo del recipiente e l'atmosfera. (5 punti)

3.2 - Un operatore esterno applica una forza $\boldsymbol{F}$ tale da immergere completamente il cubetto come mostrato in figura *b*. Si calcoli il valore della forza esercitata dall'operatore.(4 punti)

3.3 - Si calcoli la variazione δp di pressione sul fondo del recipiente quando il sistema si trova nella condizione di figura b) rispetto alle condizioni della figura a). (4 punti)

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- Nell'urto si conserva la quantità di moto lungo l'asse x parallelo alla guida. Inoltre, dopo l'urto, la velocità v del proiettile è uguale a quella del corpo e diretta lungo l'asse x. Dunque:

$$mv_0 \cos\theta = (m+M)v \qquad \Longrightarrow \qquad v = \frac{mv_0 \cos\theta}{m+M} = 21.7 \text{ m/s} \qquad (1)$$

1.2 - L'unica forza impulsiva agente sul SISTEMA corpo-proiettile durante l'urto è la reazione $\boldsymbol{N}$ della guida che è diretta lungo l'asse y perpendicolare alla guida e giacente nel piano di figura. Le altre forze (attrito,gravità) sono trascurabili. Il valore medio di N è pari a

$$\overline{N} = \frac{I_y}{\Delta t} = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} \qquad (2)$$

dove I_y = componente y dell'impulso e p_y = componente y della quantità di moto del sistema corpo-proiettile. Ma

$$\Delta p_y = p_y(finale) - p_y(iniziale) = 0 + mv_0 \sin\theta \qquad (3)$$

Dunque:

$$\overline{N} = \frac{mv_0}{\Delta t}\sin\theta = 1.03\ 10^{3} \text{ N} \qquad (4)$$

1.3 - Poichè non ci sono attriti, dopo l'urto l'energia meccanica si conserva. Dunque, l'energia finale $E_f = (m+M)g\,L\sin\theta$ è uguale a quella iniziale $E_i = (m+M)v^2/2$. Dunque, tenendo conto che v è dato dalla (1), si trova

$$(m+M)gL\sin\theta = \frac{1}{2}\frac{m^2 v_0^2}{m+M}\cos^2\theta \qquad (5)$$

Risolvendo rispetto al parametro incognito L, si trova

$$L = \frac{1}{2}\frac{m^2 v_0^2 \cos^2\theta}{(m+M)^2 g \sin\theta} = 70.1 \text{ m} \qquad (6)$$

Soluzione Esercizio 2.

2.1- Il centro di massa del disco si trova inizialmente alla stessa altezza dell'asse A. Consideriamo questa come posizione di energia potenziale $U = 0$. La massima velocità angolare sarà raggiunta quando il centro di massa raggiunge la posizione di minima altezza a distanza d da A in basso dove l'energia potenziale è $U = -Mgd = -MgR/2$ Per la conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}I_A\omega^2 - \frac{1}{2}MgR = 0 \quad \Longrightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{MgR}{I_A}} \qquad (1)$$

dove I_A è il momento di inerzia rispetto all'asse passante per A. Per il teorema degli assi paralleli:

$$I_A = \frac{MR^2}{2} + Md^2 = \frac{3}{4}MR^2 \quad \Longrightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{4g}{3R}} = 8.08 \text{ rad/s} \qquad (2)$$

La massima velocità è $v_{max} = \omega\frac{R}{2} = \sqrt{\frac{gR}{3}} = 0.808 \text{ m/s}$ (3)

Soluzione esercizio 3.

3.1- La differenza di pressione fra il fondo del recipiente e la pressione atmosferica è data dalla legge

$$\Delta p = p - p0 = \rho_a gh \qquad (1)$$

Dunque, si deve trovare l'altezza h dell'acqua. Dalla figura a) risulta chiaro che il volume occupato dall'acqua e dalla frazione sommersa del ghiaccio ($V_s = \rho_g V_g/\rho_a$) è pari a $V_T = Sh$, dunque

$$h = \frac{V_a + V_s}{S} = \frac{V_a + \frac{\rho_g}{\rho_a} V_g}{S} \qquad (2)$$

e

$$\Delta p = \frac{\rho_a g}{S}\left(V_a + \frac{\rho_g}{\rho_a} V_g\right) = \quad 2.05\ 10^{3}\ \text{Pa} \qquad (3)$$

3.2 - La somma di tutte le forze agenti sul cubetto di ghiaccio (forza operatore, forza peso, forza di Archimede) deve essere uguale a zero. Dunque, poichè la forza di Archimede è maggiore di quella peso, la forza applicata dall'operatore deve essere diretta verso il basso e deve essere pari, in modulo, a

$$F = \rho_a g V_g - \rho_g g V_g = (\rho_a - \rho_g) g V_g = 9.80\ 10^{-2}\ \text{N} \qquad (4)$$

3.3 - Ripetendo il ragionamento fatto per rispondere al punto 3.1, tutto il ghiaccio è ora sommerso e, perciò, la nuova altezza dell'acqua è

$$h = \frac{V_a + V_g}{S} = \qquad (5)$$

Sostituendo la (5) nella (1) si trova, perciò:

$$\Delta p' = \rho_a g \frac{V_a + V_g}{S} \qquad (6)$$

Dunque, $\delta p = \Delta p' - \Delta p$ è pari a

$$\delta p = \frac{\rho_a g V_g}{S}\left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_a}\right) = 9.80\ \text{Pa} \qquad (7)$$