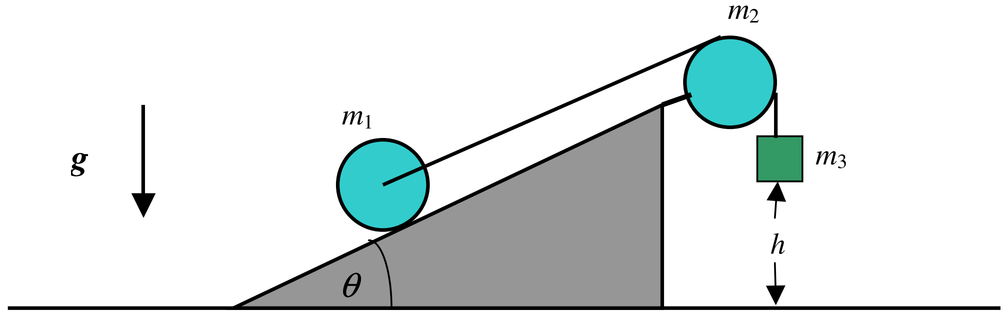
Compito di Fisica Generale I di Ingegneria CIVILE 20 luglio 2010.

Esercizio 1: Un cilindro di massa $m_1 = m = 200$ g e raggio $r_1 = r = 5$ cm è appoggiato su un piano inclinato con angolo $\theta = 30°$ come mostrato in figura. L'asse del cilindro è collegato ad una fune inestensibile di massa trascurabile ad una carrucola di massa $m_2 = m$ e raggio $r_2 = r$ e ad una massa $m_3 = m$ che si trova ad altezza $h = 30$ cm dal suolo. Nell'potesi che la fune <u>non scivoli</u> sulla carrucola e che il cilindro di massa m_1 rotoli, si calcoli:

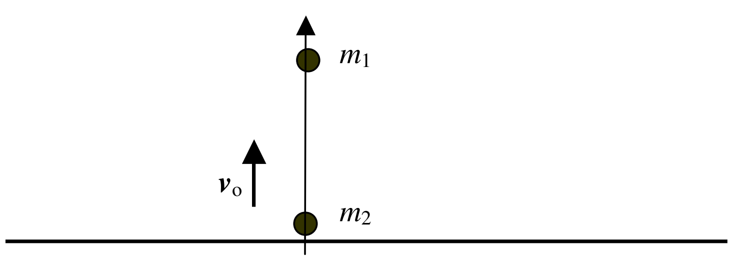


1.1- La velocità con cui il corpo di massa m_3 arriva a terra. (4 punti)

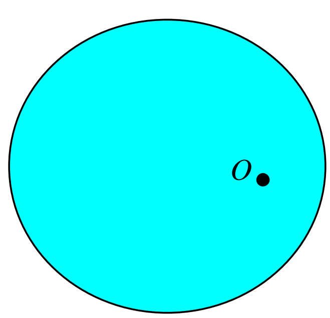
1.2 - La tensione T_3 nel tratto di corda che collega la carrucola con m_3. (6 punti)

Esercizio 2 - Un corpo di massa $m_1 = m = 20$ g viene lasciato cadere da fermo da una data altezza. Un corpo di massa $m_2 = m$, viene lanciato dal pavimento verso l'alto con velocità $v_o = 10$ m/s lungo la verticale in modo da urtare il corpo di massa m_1 ad un dato istante. L'urto fra i due corpi è <u>elastico</u> e si osserva che, immediatamente dopo l'urto, il corpo di massa m_1 si ferma.
Si dica a che altezza h dal suolo avviene l'urto. (4 punti)

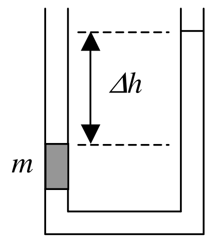
Suggerimento: Si sfrutti il fatto che, se l'urto e' elastico e le masse sono uguali, la condizione che m_1 si fermi dopo l'urto implica una ben precisa velocità di m_2 subito prima dell'urto.



Esercizio 3- Un disco omogeneo di massa m =300 g e raggio r = 20 cm è appoggiato su un piano orizzontale liscio e ruota attorno ad un asse verticale passante per un punto O a distanza $r/2$ dal centro del disco con un periodo T = 0.05 s. Si trovi il modulo della forza esercitata dall'asse sul disco. (4 punti)



Esercizio 4 - Un lungo tubo ad *U* ha sezione interna $S = 2\ \text{cm}^2$ ed è aperto alle estremità. il tubo è riempito fino ad un dato livello con acqua e, successivamente, viene immessa una massa $m = 300$ g di mercurio. Sapendo che la densità del mercurio è $\rho_m = 13.6\ 10^3\ \text{Kg/m}^3$, si calcoli la differenza Δh di altezza fra le superfici libere di aqua e mercurio. (4 punti)

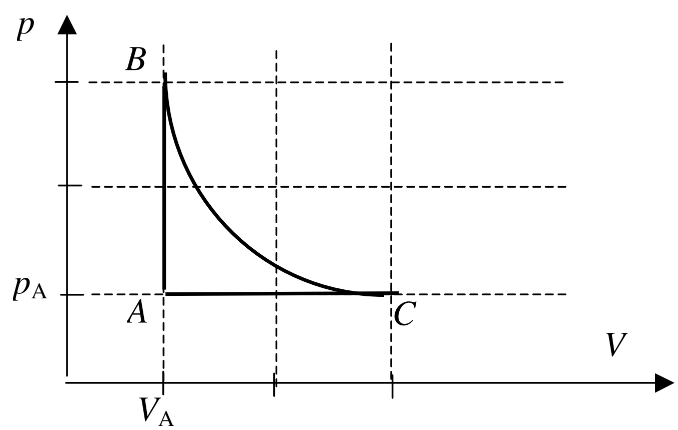


Esercizio 5 - Un gas ideale descrive il ciclo *ABCA* mostrato schematicamente in figura nella successione *AB* .. *BC*.. *CA* con $V_A = 2\ 10^{-3}\ \text{m}^3$, $p_A = 10^3$ Pa, $T_A = 300$ K, $p_B = 3\ p_A$ e $V_C = 3\ V_A$. Le trasformazioni *AB* e *AC* sono trasformazioni reversibili.

5.1- Si dica, giustificando la risposta, se il sistema rappresenta un motore o una pompa di calore. (2 punti)

5.2 - Si dica, giustificando la risposta, se la trasformazione *B C* può essere una trasformazione isoterma. (3 punti)

5.3 - Sapendo che il calore <u>totale</u> assorbito dal gas nel ciclo è $Q = 2.60 \pm 0.05$ J, si dica se la trasformazione *BC* può essere una trasformazione isoterma <u>reversibile</u>. (3 punti)



ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-
1.1- Poichè l'attrito statico non compie lavoro, si conserva l'energia meccanica totale dei tre corpi. Dunque:

$$\frac{1}{2}m_1v^2+\frac{1}{2}m_1\frac{r_1^2}{2}\omega^2+\frac{1}{2}m_2\frac{r_2^2}{2}\omega^2+\frac{1}{2}m_3v^2=m_3gh-m_1gh\sin\theta \qquad (1)$$

Ma $v = \omega r$ (condizione di rotolamento), m_1=m_2=m_3 = m, r_1= r_2 e $\sin\theta$=1/2, dunque

$$v=\sqrt{\frac{gh}{3}} = 0.99 \quad \text{m/s} \qquad (2)$$

1.2 - Le equazioni cardinali del moto per i tre corpi sono:

$$T_1-F_a-mg\sin\theta=m_1a \qquad (3)$$

$$F_ar_1=m_1\frac{r_1^2}{2}\alpha=m_1\frac{a}{2}r_1 \quad \Rightarrow \quad F_a=m_1\frac{a}{2} \qquad (4)$$

$$(T_3-T_1)r_2=m_2\frac{r_2^2}{2}\alpha=\frac{m_2}{2}ar_2 \quad \Rightarrow \quad (T_3-T_1)=\frac{m_2}{2}a \qquad (5)$$

$$m_3g-T_3=m_3a \qquad (6)$$

dove T_1 e T_3 sono le tensioni nei due tratti di fune e F_a è la forza di attrito statico agente sul cilindro. tenendo conto del fatto che r_1= r_2 = r e m_1= m_2 = m_3 = m e sin θ=1/2, risolvendo il sistema (3)-(6) si ottiene:

$$T_3=\frac{5}{6}mg = 1.63 \text{ N}$$

Soluzione Esercizio 2.
L'urto è elastico e le masse sono uguali, dunque sappiamo che, nell'urto le due masse si scambiano la velocità. Ciò significa che, poichè m_1 immediatamente dopo l'urto si ferma, allora la massa m_2 doveva essere ferma nell'istante immediatamente precedente all'urto. Dunque l'altezza h corrisponde alla massima altezza raggiunta da un corpo di velocità iniziale lanciato verso l'alto che si ottiene utilizzando la conservazione dell'energia meccanica:

$$m_2gh=\frac{1}{2}m_2v_0^2 \quad \Rightarrow \quad h=\frac{v_0^2}{2g}=5.10 \text{ m} \qquad (1)$$

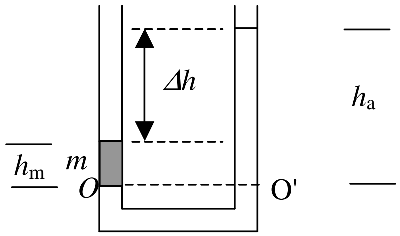
Soluzione esercizio 3. Il centro di massa del disco si trova a distanza $r/2$ = 0.1 m dall'asse di rotazione. Dunque, il centro di massa si muove di moto circolare ed uniforme attorno a tale asse e, quindi, ha un'accelerazione centripeta di modulo:

$$a_c=\frac{\omega^2 r}{2}=\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\frac{r}{2}=1.58\ 10^3 \text{ m/s}^2 \qquad (1)$$

Per la I° equazione Cardinale della Dinamica dei Sistemi, la forza esercitata dall'asse è, in modulo,

$$F=ma_c=474 \text{ N} \qquad (2)$$

Soluzione Esercizio 4 - indicando con ρ = 10^3 Kg/m^2 la densità dell'acqua e imponendo che le pressioni nei punti O e O' alla stessa altezza in acqua siano uguali (legge di Stevino), si trova:



$$p_o + \rho\, g h_a = p_o + \rho_m g h_m \qquad \Rightarrow \qquad h_a = \frac{\rho_m}{\rho} h_m \qquad (1)$$

dove p_o è la pressione atmosferica e h_a e h_m sono, rispettivamente, le altezze del tratto in acqua e mercurio (vedi figura). D'altra parte, la massa del mercurio è $m = \rho_m S h_m$ e, quindi:

$$h_m = \frac{m}{\rho_m S} = 0.11 \text{ m} \qquad (2)$$

Dunque,

$$\Delta h = h_a - h_m = \left(\frac{\rho_m}{\rho} - 1\right) h_m = 1.39 \text{ m} \qquad (3)$$

Soluzione Esercizio 5-

5.1- Il ciclo è percorso in senso orario e, quindi, corrisponde ad un motore termico.

5.2- La trasformazione *BC* può essere isoterma solo se $T_B=T_C$, cioè se $T_B/T_C=1$. Ma, per l'equazione di stato:

$$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} \qquad \text{e} \qquad T_C = \frac{p_C V_C}{nR} \qquad (1)$$

dunque,

$$\frac{T_B}{T_C} = \frac{p_B V_B}{p_C V_C} = \frac{3 p_A V_A}{p_A 3 V_A} = 1$$

Dunque, la trasformazione *BC* può essere isoterma.

5.3- Il calore totale assorbito in un ciclo è pari al lavoro totale fatto dal gas ($\Delta U = 0$ nel ciclo). Se la trasformazione *BC* è isoterma, il lavoro totale fatto nel ciclo sarebbe la somma del lavoro fatto nella trasformazione isobara reversibile *CA* ($W_{CA} < 0$) e in quella isoterma reversibile *BC* ($W_{BC} > 0$), dunque:

$$Q = W_{BC} + W_{CA} = nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) + p_C (V_A - V_C) \qquad (2)$$

d'altra parte, $nRT_B = p_B V_B = 3 p_A V_A$, $p_C = p_A$ e $V_A - V_C = -2V_A$ e, dunque:

$$Q = p_A V_A (3 \ln 3 - 2) = 2.59 \text{ J} \qquad (3)$$

Poichè questo risultato è compatibile con il calore misurato $Q = 2.60 \pm 0.05$ J, la trasformazione BC può essere una trasformazione isoterma reversibile.