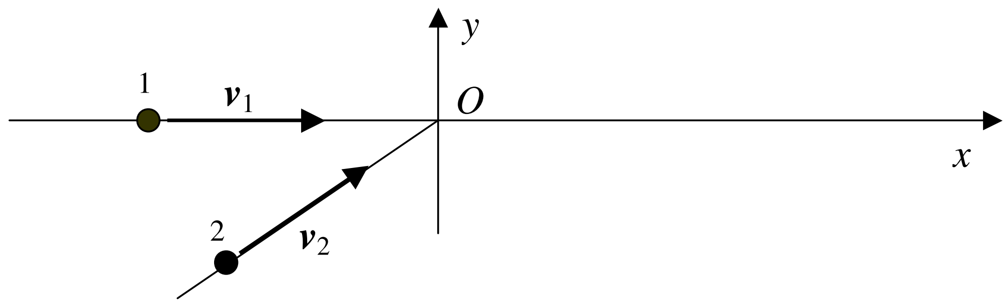
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE 29 giugno 2010.

Esercizio 1: Due corpi 1 e 2 di masse m_1 = 1 kg e m_2 = 2kg viaggiano con la stessa velocità v_0 = 10 m/s lungo due direzioni che fanno un angolo θ = 45° come mostrato infigura ed urtano nel punto O restando attaccati l'uno all'altro.



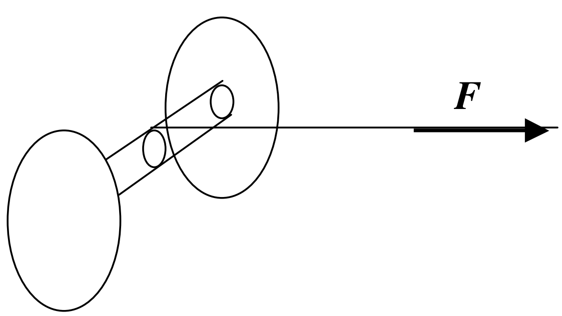
1.1- Si trovi il modulo della velocità finale $\boldsymbol{v}$ e l'angolo che forma con l'asse x. (4 punti)

1.2 - Si trovi il modulo dell'impulso $\boldsymbol{I}$ della forza esercitata dal corpo 2 sul corpo 1 durante l'urto. (4 punti)

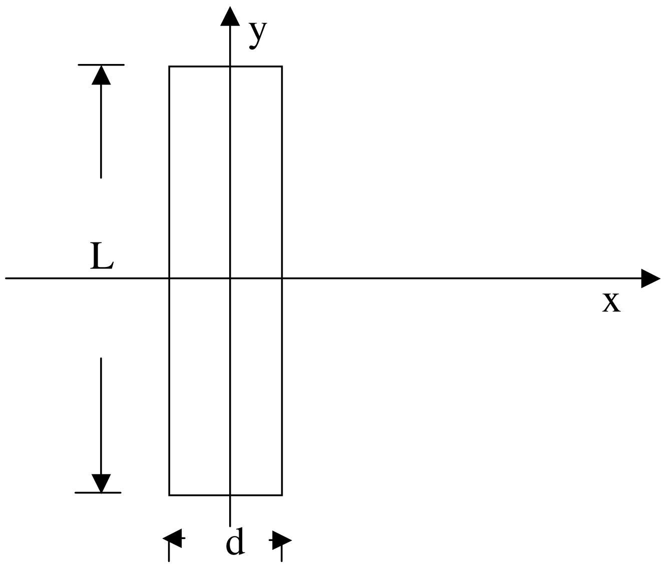
Esercizio 2 - Una barra cilindrica omogenea ha raggio $r_1 = r$ = 2 cm, massa m = 300 g e lunghezza L = 20 cm. Alle estremità della barra sono fissati due dischi circolari omogenei di massa m = 300 g e raggio r_2 = 5 r come mostrato in figura. Una fune di massa trascurabile è avvolta nella pare centrale della barra e viene tirata con una forza F = 5 N. Il sistema è appoggiato su un piano orizzontale.

2.1 - Si calcoli il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse comune di rotazione. (3 punti)

2.2 - Si trovi l'accelerazione angolare dei dischi nell'ipotesi che essi rotolino sul piano orizzontale (5 punti)



Esercizio 3 - Una carica elettrica Q = 3 nC è distribuita uniformemente all'interno di una piastra quadrata di lato L = 20 cm e spessore d = 0.5 mm (vedi figura) . Supponendo che la costante dielettrica sia quella del vuoto ($\varepsilon_0 = 8.854\ 10^{-12}$ F/m), si calcoli:



3.1 - Il campo elettrico in un punto x_1 = 1 mm sull'asse x perpendicolare alla piastra e con centro nel centro della piastra. (4 punti)

3.2 - Il campo elettrico nel punto x_2 = 0.1 mm all'interno della piastra. (5 punti)

3.3 - La differenza di potenziale V_A - V_B fra le due superfici della pastra. (4 punti)

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- L'urto è anelastico e, quindi, le velocità finale dei due corpi sono uguali e pari a $\boldsymbol{v}$.Dalla conservazione della q.m. si deduce:

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \qquad (1)$$

Dunque,

$$v_x = \frac{m_1 v_0 + m_2 v_0 / \sqrt{2}}{m_1 + m_2} = 8.05 \ \text{ m/s} \qquad (2)$$

$$v_y = \frac{m_2 v_0 / \sqrt{2}}{m_1 + m_2} = 4.71 \text{ m/s} \qquad (3)$$

dunque:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 9.33 \text{ m/s} \qquad (4)$$

e

$$\varphi = a\tan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = 30.3\ ° \qquad (5)$$

1.2 - L'impulso della forza esercitata da 2 su 1 è pari alla variazione del vettore quantità di moto del corpo 1, cioè:

$$\vec{I} = \vec{p}_1^{\,fin} - \vec{p}_1^{\,in} = (m_1 v_x, m_1 v_y) - (m_1 v_0, 0) = \quad (-1.95,4.71) \text{ m/s} \qquad (6)$$

da cui:

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = \qquad 5.10 \text{ N s} \qquad (7)$$

Soluzione Esercizio 2.

2.1-Il momento di inerzia rispetto all'asse comune è la somma dei momenti dei dischi e della barra:

$$I = m_1\frac{r^2}{2} + 2m_1\frac{(5r)^2}{2} = \frac{51}{2}m_1 r^2 = 3.06\ 10^{-3} \text{ kg m}^2 \qquad (1)$$

2.2 - Indicando con F_s la forza totale di attrito sulle due ruote diretta in verso opposto al moto, le equazioni cardinali sono:

$$F - F_s = 3m_1 a \qquad (2)$$

$$rF + 5rF_s = \frac{51}{2}m_1 r^2 \alpha \qquad (3)$$

La condizione di rotolamento puro impone $\alpha = a/(5r)$ che, sostituito nella (3) fornisce:

$$F + 5F_s = \frac{51}{10}m_1 a \qquad (4)$$

Risolvendo il sistema di equazioni (2) e (4) si trova:

$$a = \frac{60}{201}\frac{F}{m_1} = 4.97 \text{ m/s}^2 \quad \Longrightarrow \alpha = \frac{a}{5r} = 49.7 \quad \text{rad/s}^2 \qquad (5)$$

Soluzione Esercizio 3 -

3.1- Il problema ha simmetria piana, dunque il campo è diretto lungo l'asse x e il suo valore dipende solo dalla coordinata x, cioè $\boldsymbol{E} = E(x)\ \mathbf{i}$, dove $\mathbf{i}$ = versore dell'asse x. Inoltre, il piano $x = 0$ divide la piastra in due piastre identiche e, quindi, è un piano di simmetria per la distribuzione di carica. Ciò significa che $E(x)$ è una funzione dispari di x ($E(x) = - E(-x)$). Per calcolare il campo nel punto x_1 si può, perciò, applicare il Teorema di Gauss ad una superficie Gaussiana chiusa con superfici di base quadrate di lato L parallele alla piastra e passanti per $x = x_1$ e per il punto simmetrico $x = - x_1$. Il flusso del campo attraverso tali superfici è

$$\Phi = 2E(x_1)\ L^2 \tag{1}$$

Per il teorema di Gauss è uguale alla carica interna Q_i diviso ε_0. Dunque:

$$E(x_1) = \frac{Q_i}{2\varepsilon_0 L^2} \tag{2}$$

In questo caso, tutta la carica Q della piastra è interna alla superficie Gaussiana, dunque:

$$E(x_1) = \frac{Q}{2\varepsilon_0 L^2} = 4.24\ 10^3 \text{ V/m} \tag{3}$$

3.2 - In questo caso, si applica ancora il Teorema di Gauss ma, ora la scatola di Gauss a superfici di base in x_2 e - x_2 che sono interni alla distribuzione di carica. Dunque la carica interna Q_i è una frazione di quella totale pari a $x_2/(d/2) = 0.4$. Sostituendo tale valore nella (2) con x_2 al posto di x_1, si trova:

$$E(x_2) = \frac{0.4Q}{2\varepsilon_0 L^2} = 1.70\ \ 10^3 \text{ V/m} \tag{4}$$

3.3 - Il campo elettrico $E(x)$ è una funzione dispari di x, dunque il suo integrale fra punti simmetrici rispetto ad $x = 0$ (come i punti A e B simmetrici sulle superfici della piastra) è nullo. Ma la d.d.p. V_A - V_B fra i punti A e B è proprio data dall'integrale del campo fra A e B ed è, perciò, nulla.