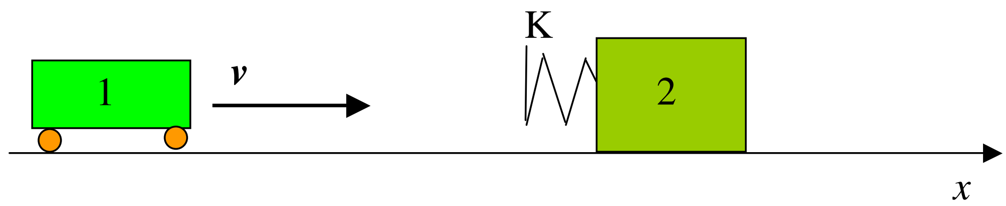
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE 14 settembre 2010.

Esercizio 1: Il carrello 1 di massa m = 50 kg viaggia su delle rotaie con attrito trascurabile nel verso positivo dell'asse x. Ad un dato istante $t = 0$ il carrello tocca una molla di costante elastica $K = 10^4$ N/m collegata ad un corpo (2) di massa identica a quella del carrello e appoggiato al suolo. Fra il corpo 2 e il suolo c'è attrito con coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.5$.



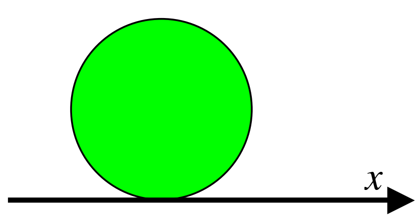
1.1- Quale è la massima velocità v_{max} che può avere il carrello se si vuole che il corpo 2 resti fermo?. (4 punti)

1.2 - Si supponga ora che la velocità del carrello sia v = 1 m/s ($v > v_{max}$), si dica a quale istante t (t = 0 è il momento del contatto con la molla) il corpo 2 inizia a muoversi. (4)

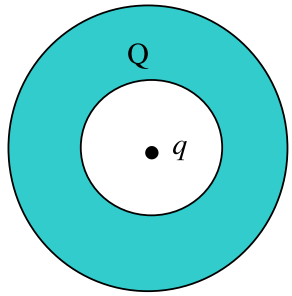
Esercizio 2 - Un cilindro omogeneo ha raggio r = 20 cm, massa m = 3 Kg ed è appoggiato su un piano orizzontale ruvido. Sull'asse del cilindro è applicata una coppia di momento τ = 1 N m diretto nel verso entrante rispetto al piano della figura. Nell'ipotesi che il moto del cilindro sia di puro rotolamento, si calcoli:

2.1 - L'accelerazione del cilindro dicendo se è nel verso positivo o negativo dell'asse x. (4 punti)

2.2 - Il minimo valore che deve avere il coefficiente di attrito se si vuole che il cilindro non scivoli. (4 punti)



Esercizio 3- Una carica elettrica puntiforme q = 2 nC si trova al centro di una sfera conduttrice cava di raggio interno a = 5 cm e raggio esterno b = 8 cm. La sfera è caricata con una carica elettrica Q = 3nC.



3.1- Si trovino i valori delle cariche elettriche q_a e q_b che si accumulano sulle due superfici di raggio a e b della sfera cava. (3 punti)

3.2- Si trovi il potenziale elettrostatico V della sfera. (4 punti)

Esercizio 4 - Un cavo coassiale di lunghezza L = 0.5 m è costituito da un filo cilindrico di raggio a =1 mm e un guscio cilindrico coassiale di raggio interno b = 2 mm e raggio esterno c = 3mm. Nei due conduttori scorrono due correnti uguali ed opposte di intensità I = 2 A. La conducibilità elettrica dei conduttori è $\sigma = 10^{8}\ \Omega^{-1}\ m^{-1}$.

4.1 Si calcoli l'intensità B del campo magnetico presente in un punto a distanza r = 2.5 mm dall'asse comune dei conduttori. (4 punti)

4.2 - Supponendo che i due conduttori siano cortocircuitati ad una estremità, si dica quale d.d.p. V deve essere applicata fra le altre estremità dei conduttori se si vuole che nel cavo scorra la corrente I = 2 A. (4 punti)

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- quando il carrello inizia a comprimere la molla essa esercita sul corpo 2 una forza di modulo $K\Delta x$. il corpo si sposterà se tale forza supera la forza massima di attrito. La forza della molla è massima quando è massima la compressione Δx, cioè quando tutta l'energia cinetica del carrello si è trasformata in energia elastica. Dunque :

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}K(\Delta x)^2 \quad \Longrightarrow \quad \Delta x_{\max} = \sqrt{\frac{m}{K}}v \qquad (1)$$

Dunque, il valore di vmax si ottiene imponendo la condizione:

$$K\Delta x_{\max} = \mu_s mg \quad \Longrightarrow \quad v_{\max} = \mu_s \sqrt{\frac{m}{K}}g = 0.346 \text{ m/s} \qquad (2)$$

1.2 - Se $v = 1$ m/s $> v_{\max}$, il corpo 2 inizierà a muoversi prima che il carrello si sia fermato quando la forza esercitata dalla molla supererà il valore massimo della forza di attrito. Mentre la molla si schiaccia, il moto del carrello è un moto armonico descritto dalla relazione generale:

$$\Delta x(t) = A\sin\left(\sqrt{\frac{K}{m}}t + \varphi\right) \qquad (3)$$

dove A e φ sono coefficienti che si ottengono imponendo le condizioni iniziali $\Delta x(0)=0$ e $v(0)=v$, cioè:

$$A\sin\varphi = 0 \quad \Longrightarrow \quad \varphi = 0 \qquad (4)$$

e

$$A\sqrt{\frac{K}{m}}\cos\varphi = v \quad \Longrightarrow \quad A = \sqrt{\frac{m}{K}}v \qquad (5)$$

dunque

$$\Delta x(t) = \sqrt{\frac{m}{K}}v\sin\left(\sqrt{\frac{K}{m}}t\right) \qquad (6)$$

Il corpo 2 inizia a spostarsi quando $K\Delta x$ supera il valore $\mu_s mg$, cioè al tempo

$$t = \sqrt{\frac{m}{K}}\arcsin\left(\frac{\mu_s}{v}\sqrt{\frac{m}{K}}g\right) = \sqrt{\frac{m}{K}}\arcsin\left(\frac{v_{\max}}{v}\right) = 0.025 \text{ s} \qquad (7)$$

Soluzione Esercizio 2.

2.1-Consideriamo come polo il punto di contatto O fra cilindro e piano. In tal caso i momenti di tutte le forze eccetto quello della coppia τ sono nulli. Dunque, la II Equazione Cardinale si scrive:

$$\tau = I_O\alpha = \frac{3}{2}mar \qquad (1)$$

dove abbiamo sfruttato la condizione di rotolamento $a = \alpha r$. Dunque:

$$a = \frac{2}{3}\frac{\tau}{mr} = 1.11 \text{ m/s}^2 \qquad (2)$$

l'accelerazione è positiva, cioè nel verso positivo dell'asse x.

2.2 - L'unica forza applicata sul cilindro nel verso del moto è la forza di attrito statico F_s. Dunque, la I Equazione Cardinale si scrive:

$$F_s = ma = \frac{2\tau}{3r} \qquad (3)$$

Perchè il corpo non scivoli deve essere $|F_s| < \mu_s mg$, cioè:

$$\frac{2\tau}{3r} < \mu_s mg \quad \Longrightarrow \quad \mu_s > \frac{2\tau}{3mgr} = 0.113 \qquad (4$$

Soluzione esercizio 3.

3.1 -La carica sulla superficie interna di raggio *a* si ottiene applicando il teorema di Gauss ad una superfice sferica di raggio *r* interna la conduttore ($a < r < b$). Poichè il flusso del campo è nullo attraverso tale superficie (il campo interno ad un conduttore è nullo), si trova

$$q + q_a = 0 \quad \Longrightarrow \quad q_a = -q = \text{ - 2 nC} \tag{1}$$

Per la conservazione della carica elettrica, inoltre:

$$q_a + q_b = Q \quad \Longrightarrow \quad q_b = Q - q_a = 5 \text{ nC} \tag{2}$$

3.2 -Per calcolare il potenziale del conduttore bisogna calcolare prima il campo all'esterno della sfera. Questo è diretto radialmente e si ottiene applicando il Teorema di Gauss ad una superficie sferica di raggio *r* con $r > b$.

$$4\pi r^2 E = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \quad \Longrightarrow \quad E = \frac{Q_{\text{int}}}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \tag{3}$$

Il potenziale del conduttore è, perciò, pari a

$$V = \int_b^\infty E dr = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 b} = 562 \text{ V} \tag{4}$$

Soluzione Esercizio 4 -

4.1- Per la simmetria cilindrica, le linee di campo sono circonferenze centrate sull'asse. Applicando il teorema di Ampere ad una circonferenza di raggio r, si ottiene

$$2\pi r B = \mu_0 i_{conc} \quad \Longrightarrow \quad B = \mu_0 \frac{i_{conc}}{2\pi r} \tag{1}$$

dove i_{conc} è la corrente concatenata con la circonferenza che è data da:

$$i_{conc} = I - I\frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} = \frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2}\text{I} \tag{2}$$

che, sostituito nella (1) fornisce:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r}\frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2} I = 0.88\ 10^{-4} \text{ T} \tag{3}$$

4.2 - Le resistenze elettriche del conduttore interno ed esterno sono, rispettivamente:

$$R_i = \frac{1}{\sigma}\frac{L}{\pi a^2} = 1.59\ 10^{-3}\ \Omega \tag{4}$$

e
$$R_e = \frac{1}{\sigma}\frac{L}{\pi\left(c^2 - b^2\right)} = 0.32\ 10^{-3}\ \Omega \tag{5}$$

Dunque, la resistenza totale dei due conduttori in serie è

$$R = R_{\text{i}} + R_{\text{e}} = 1.91\ 10^{-3}\ \Omega \tag{6}$$

Dunque, la d.d.p. che deve essere applicata è

$$V = RI = 3.82\ \ 10^{-3} \text{ V} \tag{7}$$