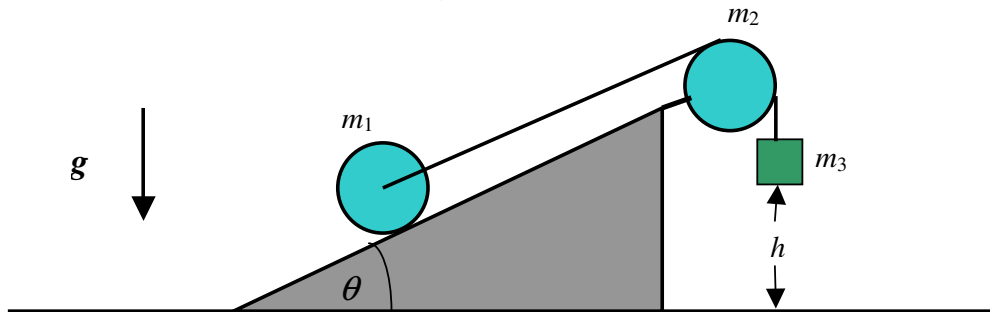


Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE 20 luglio 2010.

Esercizio 1: Un cilindro di massa $m_1 = m = 200$ g e raggio $r_1 = r = 5$ cm è appoggiato su un piano inclinato con angolo $\theta = 30^\circ$ come mostrato in figura. L'asse del cilindro è collegato ad una fune inestensibile di massa trascurabile ad una carrucola di massa $m_2 = m$ e raggio $r_2 = r$ e ad una massa $m_3 = m$ che si trova ad altezza $h = 30$ cm dal suolo. Nell'ipotesi che la fune non scivoli sulla carrucola e che il cilindro di massa m_1 rotoli, si calcoli:

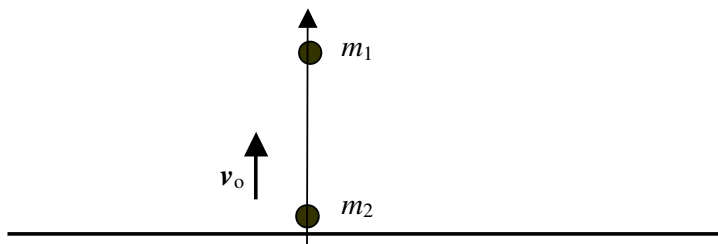


1.1- La velocità con cui il corpo di massa m_3 arriva a terra. (4 punti)

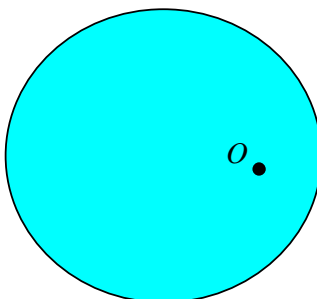
1.2 - La tensione T_3 nel tratto di corda che collega la carrucola con m_3 . (6 punti)

Esercizio 2 - Un corpo di massa $m_1 = m = 20$ g viene lasciato cadere da fermo da una data altezza. Un corpo di massa $m_2 = m$, viene lanciato dal pavimento verso l'alto con velocità $v_0 = 10$ m/s lungo la verticale in modo da urtare il corpo di massa m_1 ad un dato istante. L'urto fra i due corpi è elastico e si osserva che, immediatamente dopo l'urto, il corpo di massa m_1 si ferma. Si dica a che altezza h dal suolo avviene l'urto. (4 punti)

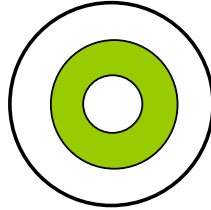
Suggerimento: Si sfrutti il fatto che, se l'urto è elastico e le masse sono uguali, la condizione che m_1 si fermi dopo l'urto implica una ben precisa velocità di m_2 subito prima dell'urto.



Esercizio 3- Un disco omogeneo di massa $m = 300$ g e raggio $r = 20$ cm è appoggiato su un piano orizzontale liscio e ruota attorno ad un asse verticale passante per un punto O a distanza $r/2$ dal centro del disco con un periodo $T = 0.05$ s. Si trovi il modulo della forza esercitata dall'asse sul disco. (4 punti)



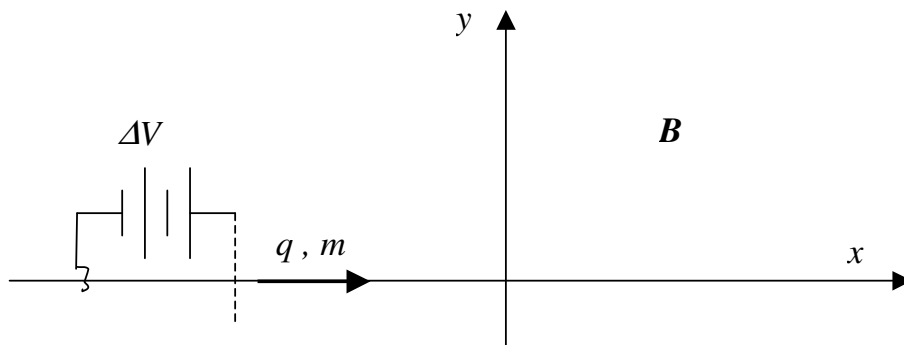
Esercizio 4 - Una carica elettrica $Q = 3 \text{ nC}$ è distribuita uniformemente su una sfera cava di raggio interno $r_1 = 5 \text{ cm}$ e raggio esterno $r_2 = 2 r_1$. La carica si trova all'interno di un guscio conduttore sferico concentrico di raggio $r_3 = 3 r_1$ elettricamente scarico. Assumendo, per semplicità, che la costante dielettrica della sfera cava sia quella del vuoto, si calcoli:



4.1- Il campo elettrico nel punto $r = 4r_1/3$ all'interno della sfera cava. (4 punti)

4.2 - Il potenziale elettrico del conduttore. (4 punti)

Esercizio 5 - Un elettrone di carica elettrica $q = -e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e massa $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$ è inizialmente fermo e viene accelerato da una differenza di potenziale $\Delta V = 100 \text{ V}$ lungo l'asse x . Ad un dato istante l'elettrone si trova nel punto $x = 0$ e $y = 0$ ed entra nella regione $x > 0$ dove è presente un campo di induzione magnetica uniforme perpendicolare al piano della figura ed uscente e di modulo $B = 0.003 \text{ T}$. Si dica in quale punto dell'asse y in figura l'elettrone esce nuovamente dal campo (si trovi il valore della coordinata y con il corretto segno). (4 punti)



ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- Poichè l'attrito statico non compie lavoro, si conserva l'energia meccanica totale dei tre corpi. Dunque:

$$\frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_1\frac{r_1^2}{2}\omega^2 + \frac{1}{2}m_2\frac{r_2^2}{2}\omega^2 + \frac{1}{2}m_3v^2 = m_3gh - m_1gh \sin \theta \quad (1)$$

Ma $v = \omega r$ (condizione di rotolamento), $m_1=m_2=m_3 = m$, $r_1= r_2$ e $\sin \theta=1/2$, dunque

$$v = \sqrt{\frac{gh}{3}} = 0.99 \text{ m/s} \quad (2)$$

1.2 - Le equazioni cardinali del moto per i tre corpi sono:

$$T_1 - F_a - mg \sin \theta = m_1 a \quad (3)$$

$$F_a r_1 = m_1 \frac{r_1^2}{2} \alpha = m_1 \frac{a}{2} r_1 \quad \Rightarrow \quad F_a = m_1 \frac{a}{2} \quad (4)$$

$$(T_3 - T_1) r_2 = m_2 \frac{r_2^2}{2} \alpha = \frac{m_2}{2} a r_2 \quad \Rightarrow \quad (T_3 - T_1) = \frac{m_2}{2} a \quad (5)$$

$$m_3 g - T_3 = m_3 a \quad (6)$$

dove T_1 e T_3 sono le tensioni nei due tratti di fune e F_a è la forza di attrito statico agente sul cilindro. tenendo conto del fatto che $r_1= r_2 = r$ e $m_1= m_2 = m_3 = m$ e $\sin \theta=1/2$, risolvendo il sistema (3)-(6) si ottiene:

$$T_3 = \frac{5}{6} mg = 1.63 \text{ N}$$

Soluzione Esercizio 2.

L'urto è elastico e le masse sono uguali, dunque sappiamo che, nell'urto le due masse si scambiano la velocità. Ciò significa che, poichè m_1 immediatamente dopo l'urto si ferma, allora la massa m_2 doveva essere ferma nell'istante immediatamente precedente all'urto. Dunque l'altezza h corrisponde alla massima altezza raggiunta da un corpo di velocità iniziale lanciato verso l'alto che si ottiene utilizzando la conservazione dell'energia meccanica:

$$m_2 gh = \frac{1}{2} m_2 v_0^2 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v_0^2}{2g} = 5.10 \text{ m} \quad (1)$$

Soluzione esercizio 3. Il centro di massa del disco si trova a distanza $r/2 = 0.1$ m dall'asse di rotazione. Dunque, il centro di massa si muove di moto circolare ed uniforme attorno a tale asse e, quindi, ha un'accelerazione centripeta di modulo:

$$a_c = \frac{\omega^2 r}{2} = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{r}{2} = 1.58 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2 \quad (1)$$

Per la I° equazione Cardinale della Dinamica dei Sistemi, la forza esercitata dall'asse è, in modulo,

$$F = m a_c = 474 \text{ N} \quad (2)$$

Soluzione Esercizio 4 - 4.1- Data la simmetria sferica, il campo in ogni punto dello spazio a distanza r dal centro della sfera è diretto radialmente nel verso uscente ed è:

$$E = \frac{Q_{\text{int}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1)$$

dove Q_{int} è la carica interna alla sfera di raggio r . Poichè $r_1 < r < r_2$, la carica interna è:

$$Q_{\text{int}} = \rho \frac{4}{3} \pi (r^3 - r_1^3) = \frac{Q (r^3 - r_1^3)}{r_2^3 - r_1^3} \quad (2)$$

dunque:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{Q (r^3 - r_1^3)}{r_2^3 - r_1^3} \quad (3)$$

Sostituendo nella (3) i valori di r , r_1 , r_2 e Q si trova: $E = 1188 \text{ V/m}$ (4)

4.2- Il campo elettrico all'esterno della sfera conduttrice si calcola ancora utilizzando la (1) dove ora $Q_{\text{int}} = Q$, essendo la sfera conduttrice scarica. Dunque, il potenziale della sfera conduttrice è:

$$V = \int_{r_3}^{\infty} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_3} = 180 \text{ V} \quad (5)$$

Soluzione Esercizio 5.

La velocità degli elettroni impressa dalla d.d.p. ΔV si ottiene imponendo la conservazione dell'energia meccanica ed è pari a:

$$v_0 = \sqrt{\frac{-2q\Delta V}{m}} = 5.93 \cdot 10^6 \text{ m/s} \quad (1)$$

Quando l'elettrone entra nel campo magnetico esso descrive un moto circolare ed uniforme di raggio

$$R = \frac{mv_0}{-qB} = 1.125 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad (2)$$

Utilizzando la regola della mano destra e tenendo conto del fatto che la carica di un elettrone è negativa, si trova che l'elettrone viene deviato verso l'alto (verso degli y positivi), dunque il punto di uscita ha coordinata y positiva.

L'elettrone esce nuovamente dal campo dopo aver compiuto una semicirconferenza nel punto di coordinate $x = 0$ e $y = + 2R = 2.25 \text{ cm}$.