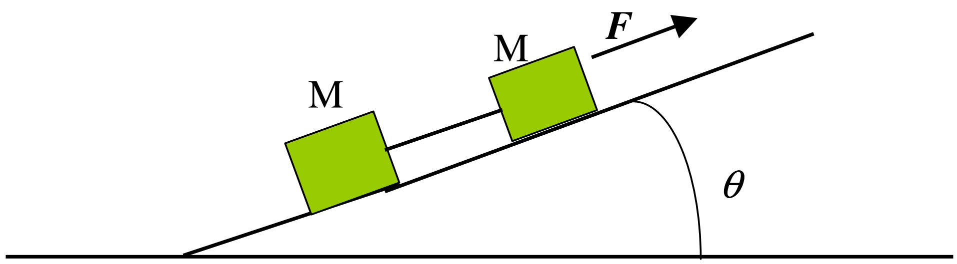
**Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE** 8 Giugno 2010.

**Esercizio 1**: Due masse identiche di massa $M = 0.5$ Kg sono appoggiate su un piano inclinato con un angolo $\theta = 30°$ e sono collegate fra loro con fune inestensibile come mostrato in figura. Il coefficiente di attrito dinamico fra piano e masse è $\mu = 0.3$. Sulla massa in alto viene applicata una forza $F = 20$ N.



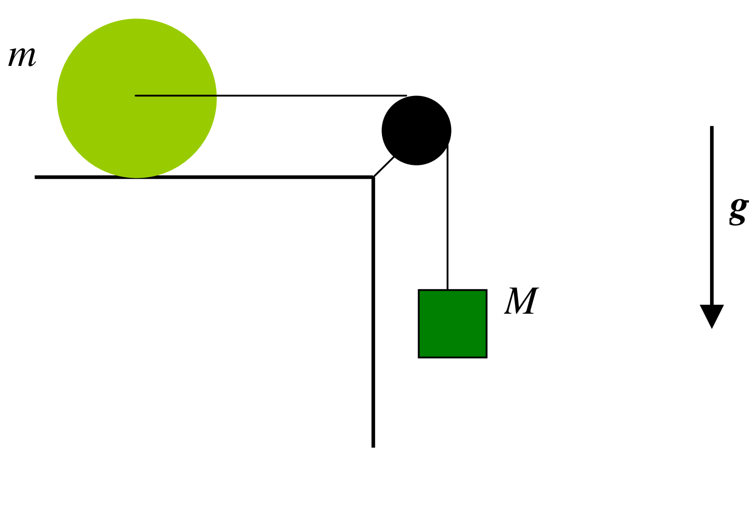

**1.1**- Si calcolino le accelerazioni delle 2 masse ( 4 punti)

**1.2** - Si calcoli la tensione della fune. (3 punti)

**Esercizio 2** - Un cilindro di raggio $r = 20$ cm e massa $m = 500$ g può ruotare liberamente senza attrito attorno ad un asse passante per il suo centro e collegato attraverso ad un filo inestensibile ad una massa $M = 2$ Kg, come mostrato in figura. Il coefficiente di attrito statico fra cilindro e piano orizzontale è $\mu = 0.4$. La carrucola ha massa trascurabile e è in grado di ruotare con attrito trascurabile.

**2.1** - Supponendo che il moto del cilindro sia di puro rotolamento, si trovi la tensione $T$ della fune. (5 punti)

**2.2** - Si dica quale è il massimo valore della massa $M$ che si puo' scegliere se si vuole che il moto sia di puro rotolamento. (3 punti)

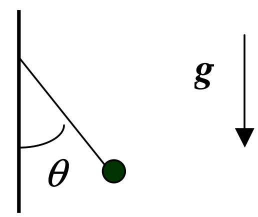


**Esercizio 3**- Un'asta di massa $M$ = 0.4 kg e lunghezza $L$ = 50 cm è disposta su un piano orizzontale senza attrito e viene fatta ruotare con frequenza $\nu$ = 1000 giri/min attorno ad un asse verticale passante per il punto $O$ a distanza $L$/4 da un estremo. Si calcoli la forza esercitata dall'asse. (4 punti)

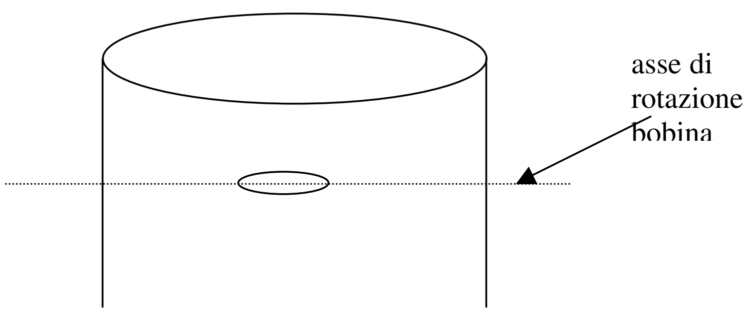

**Esercizio 4 -** Una lastra di spessore trascurabile e superficie $S$ = 2 m$^2$ è caricata uniformemente con una carica elettrica $Q$ = 1 μC ed è disposta verticalmente in presenza della gravità. Una sferetta di massa $m$ = 3 g è caricata con una carica $q$ =2 nC ed è tenuta da un filo inestensibile di lunghezza $L$ = 5 cm avente una estremità fissata alla piastra. In condizioni di equilibrio il filo forma un angolo $\theta$ con la piastra.

**4.1** - Si trovi il valore dell'angolo $\theta$. (3 punti)

**4.2** - Si trovi il lavoro che deve fare un operatore per portare la carica $q$ a toccare la piastra mantenendo teso il filo ( si ricordi che è presente la gravità). (3 punti)




**Esercizio 5** - Un lungo solenoide ha $n$ =10$^4$ spire/m ed è percorso da una corrente $i$ = 2 A. Una bobina di resistenza $R$ = 100 Ω e avente $N$ = 50 spire di raggio $r$ = 0.5 cm si trova all'interno del solenoide. Al tempo $t$ =0 l'asse della bobina è parallelo all'asse del solenoide e la bobina ruota attorno ad un asse perpendicolare all'asse del solenoide con velocità angolare ω = 200 rad/s. Si calcoli l'energia dissipata nel solenoide in un periodo di rotazione. (5 punti)




**ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE**.

**Soluzione Esercizio 1**-

**1.1**- Considerando il sistema delle due masse e del filo, le uniche forze esterne sono la forza Peso, le forze di attrito dinamico e la forza ***F*** applicata. Scomponendo le forze lungo l'asse paralleloa F e quello perpendicolare al piano si trova:

$$F - 2Mg\sin\theta - 2\mu R = 2Ma \tag{1}$$

$$R = Mg\cos\theta \tag{2}$$

Dunque, l'accelerazione è

$$a = \frac{F - 2Mg\sin\theta - 2\mu Mg\cos\theta}{2M} = 12.55 \text{ m/s}^2 \tag{3}$$

**1.2** - L'equazione del moto per la massa in basso è

$$T - Mg\sin\theta - \mu Mg\cos\theta = Ma \tag{4}$$

Dunque, la tensione della fune è:

$$T = Mg\sin\theta + \mu Mg\cos\theta + Ma = \quad 10.0 \text{ N} \tag{5}$$

**Soluzione Esercizio 2**.

**2.1**- Le equazioni del moto delle masse $M$ e $m$ sono:

$$Mg - T = Ma \tag{1}$$

$$T - F_a = ma \tag{2}$$

$$F_a r = m\frac{r^2}{2}\alpha \tag{3}$$

dove $T$ è la tensione della corda e Fa è la forza di attrito statico sul cilindro assunta positiva nel verso opposto al moto. La condizione di rotolamento implica $\alpha = a/r$ che, sostituita nella (3) fornisce

$$F_a = \frac{1}{2}ma \tag{4}$$

Sostituendo la (4) nella (3) si trova

$$T = \frac{3}{2}ma \tag{5}$$

Sostituendo la (5) nella (1) si trova:

$$a = \frac{Mg}{M + \frac{3}{2}m} = 7.13 \text{ m/s}^2 \tag{6}$$

e, quindi,

$$T = \frac{3}{2}\frac{Mmg}{M + \frac{3}{2}m} = 5.34 \text{ N} \qquad \text{e} \qquad F_a = \frac{1}{2}\frac{Mmg}{M + \frac{3}{2}m} = 1.78 \text{ N} \tag{7}$$

Il rotolamento è possibile solo se la forza di attrito statico in eq.(7) è minore di $\mu mg$. Imponendo questa condizione si ottiene la disuguaglianza

$$M(1 - 2\mu) \le 3m\mu$$

Poichè 1-2$\mu$ > 0, si ottiene

$$M \le \frac{3m\mu}{1 - 2\mu} = 3 \text{ kg} \tag{8}$$

**Soluzione esercizio 3**.

Il centro di massa, che si trova al centro della barra, si muove di moto circolare ed uniforme descrivendo un cerchio di raggio $r = L/4$ con velocità angolare $\omega = 2\,\pi\,\nu$ = 6280 rad/minuto = 105 rad/s. Dunque, il centro di massa ha una accelerazione centripeta radiale diretta dal CM verso O. Per la prima equazione cardinale, la forza esercitata dall'asse deve essere uguale alla massa dell'asta moltiplicata per l'accelerazione centripeta e, dunque:

$$F = M\omega^2 \frac{L}{4} = 551 \text{ N}$$

**Soluzione Esercizio 4** - **4.1** -La densità superficiale di carica della piastra è $\sigma = Q/S = 0.5\ 10^{-6}$ C/m$^2$. La piastra genera un campo uniforme perpendicolare alla piastra ed uscente da essa pari a

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 2.82\ 10^4 \text{ V/m} \qquad (1)$$

All'equilibrio, la forza totale agente sulla carica deve essere nulla, cioè:

$$\vec{T} + q\vec{E} + m\vec{g} = 0 \qquad (2)$$

dove $\boldsymbol{T}$ è la tensione del filo. Scomponendo la forza lungo la direzione parallela al filo e lungo quella ortogonale, si trova:

$$\theta = a\tan\left(\frac{qE}{mg}\right) = 0.109° \qquad (3)$$

**4.2 -** Il lavoro fatto dall'operatore è uguale ed opposto al lavoro fatto dal campo e dalla forza peso, cioè:

$$L = qEL\sin\theta - mgL\,(1-\cos\theta) = 2.7\ 10^{-9} \text{ J} \qquad (4)$$

**Soluzione Esercizio 5** -

La corrente nella bobina è

$$I = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} \qquad (1)$$

dove $\Phi$ è il flusso nella bobina che è pari a

$$\Phi = Nn\mu_o i\pi r^2 \cos\omega t = 9.86\ 10^{-5} \cos\,\omega t \qquad (2)$$

La corrente che fluisce nella bobina è, perciò,

$$I = \frac{\omega}{R} Nn\mu_o i\pi r^2 \sin\omega t = I_0 \sin\,\omega t = 1.97\ 10^{-4}\ (\text{A}) \sin\,\omega t. \qquad (3)$$

La potenza dissipata è $P = I_0^2\, R\, \sin^2\, \omega t$ e, quindi, l'energia dissipata in un periodo $T = 2\pi/\omega$ è

$$E = \int_0^T I_0^2 R\left(\sin^2\,\omega t\right)dt = I_0^2 R\ T/2 = 6.10\ 10^{-8} \text{ J} \qquad (4)$$