MECCANISMI DI SCAMBIO DI ENERGIA TERMICA

È noto che un sistema di corpi a temperature diverse tendono a portarsi ad una stessa temperatura (EQUILIBRIO TERMICO), cioè i corpi più caldi si raffreddano mentre quelli più freddi si riscaldano. Il calore fluisce, quindi, dai corpi caldi a quelli freddi.
I processi di scambio di energia termica possono essere classificati in tre diversi processi:

1 - LA CONDUZIONE TERMICA

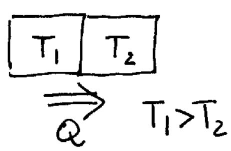
2 - L'IRRAGGIAMENTO

3 - LA CONVEZIONE.

Il primo processo si realizza quando due corpi a temperatura diversa vengono posti in contatto. Il secondo avviene anche in assenza di contatto. Energia viene irraggiata nello spazio da un corpo caldo sotto forma di energia elettromagnetica (onde luminose, microonde, infrarosso ....) e viene assorbita dal corpo caldo che si riscalda.
Il terzo processo (CONVEZIONE) avviene solo con fluidi (gas e liquidi).
Iniziamo con descrivere brevemente ~~la~~ CONDUZIONE TERMICA.

1 - CONDUZIONE TERMICA

Questo processo si verifica quando un corpo 1 a temperatura T_1 viene posto in contatto con un corpo 2 a temperatura $T_2 \neq T_1$. Attraverso la superficie di contatto il calore fluisce dal corpo più caldo verso quello più freddo come indicato in figura. Il processo

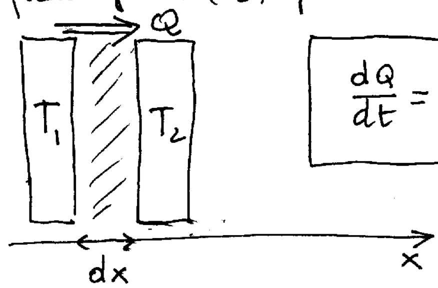


viene chiamato conduzione termica e può essere facilmente compreso se ricordiamo che la temperatura di un corpo è proporzionale all'energia cinetica media delle molecole. Dunque, se il corpo 1 è più caldo del corpo 2, le sue molecole hanno una energia cinetica maggiore. Le molecole di 1 che si trovano nella superficie in contatto con 2 urteranno, quindi, le molecole del corpo 2 che hanno energia cinetica minore. Di conseguenza, una certa energia verrà trasferita mediamente dal corpo 1 al corpo 2 in seguito a tali urti finché le molecole dei due corpi non avranno la stessa energia cinetica e le temperature dei due corpi saranno diventate uguali in ogni punto. La velocità con cui l'energia termica viene trasferita dipende dalle caratteristiche dei materiali. Ad esempio, in un materiale solido compatto, le molecole si trovano impacchettate densamente e, quindi, la probabilità che una molecola ne urti una vicina scambiando energia termica sarà alta. Al contrario in un mezzo poroso dove le molecole si trovano a distanze grandi, la probabilità che avvenga un urto e, quindi uno scambio di energia termica sarà notevolmente ridotta. Dunque, a parità di temperatura, il calore che fluisce da un corpo ad un altro sarà decisamente più alto in solidi compatti (senza cavità) che in gas.

I diversi materiali possono, perciò, essere classificati in buoni conduttori termici (ad esempio rame, alluminio, oro ...) o in cattivi conduttori termici o isolanti (sughero, lana di vetro, polistirolo espanso, gas).

Consideriamo, ora una sottile lastra di un materiale omogeneo di area A e spessore infinitesimo dx. Supponiamo che le due superfici della lastra siano messe in contatto con due termostati a temperature $T_1 > T_2$. Se la differenza di temperatura è sufficientemente piccola, si trova sperimentalmente che il calore che fluisce attraverso la lastra dal termostato caldo (T_1) a quello freddo (T_2) e per unità di tempo è

fig 1.



$$\boxed{\frac{dQ}{dt} = - K A \frac{dT}{dx}} \qquad (1)$$

dove K è un coefficiente che viene detto COEFFICIENTE DI CONDUCIBILITÀ TERMICA e dipende, in generale, dal tipo di materiale, dalla temperatura e dalla pressione. Con dT abbiamo indicato la variazione di temperatura $dT = T_2 - T_1$.

Ricordando che $\frac{dQ}{dt}$ ha le dimensioni di una potenza (W), A si misura in m^2 e $\frac{dT}{dx}$ si misura in $\frac{K}{m}$, si deduce che le dimensioni di K sono

$$W/_{mK} \qquad \text{(Watt su metro su grado Kelvin)}$$

I valori più elevati di K si hanno per conduttori metallici. Ad esempio, per l'argento: $K = 427\ W/mK$ a temperatura e pressione ambiente mentre nel vetro $K \simeq 0.8\ W/mK$ e nell'aria $K \simeq 0{,}08\ W/mK$.

Il segno – nella 1 indica che il calore si sposta nel verso in cui la temperatura diminuisce, cioè va dalla sorgente calda verso quella fredda.

$\frac{dT}{dx}$ in equazione (1) rappresenta il GRADIENTE di temperatura che misura quanto rapidamente varia la temperatura lungo l'asse x.

L'equazione (1) rappresenta la legge fondamentale della conduzione termica.

Consideriamo, ora una barretta di materiale omogeneo come in figura 2 di lunghezza L. Supponiamo che la temperatura della barretta non sia uniforme ma vari lungo l'asse x con una legge del tipo $T = T(x)$.

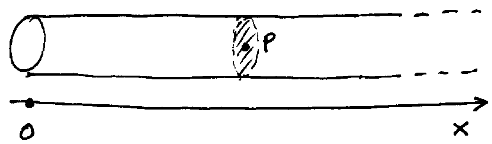


figura 2

Allora, nella barretta c'è un gradiente di temperatura $\frac{dT}{dx} \neq 0$. Consideriamo un punto P individuato dalla coordinata x e una sezione della barretta di area A contenente il punto P (area tratteggiata in figura). Attraverso tale sezione ci sarà un flusso di calore nel verso in cui la temperatura decresce. Ad esempio, se $T(x)$ è una funzione crescente di x, il flusso di calore andrà nel verso degli x negativi e viceversa se $T(x)$ è una funzione decrescente. Il flusso di calore per unità di tempo che attraversa la sezione sarà dato dalla relazione 1. Consideriamo, per esempio, il caso in cui la temperatura nella barretta varia nel modo rappresentato schematicamente in figura 3

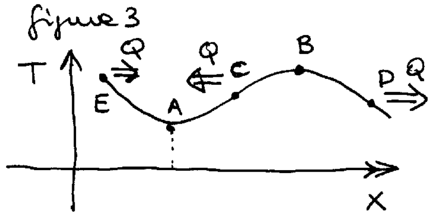


figura 3

Il flusso di calore sarà nullo nei punti A e B dove $\frac{dT}{dx} = 0$ mentre sarà nel verso positivo dell'asse nei punti E e D dove $\frac{dT}{dx} < 0$ e negativo in C come mostrato dalle frecce in figura

Come si vede dalla figura, il calore viene portato verso la regione più fredda della barretta (punto A) e viene portato via dalla regione calda (B). Dunque, la conduzione termica è un processo che tende a riportare la barretta nella sua condizione di equilibrio termico (temperatura uguale in ogni punto) apportando calore alle regioni più fredde e raffreddando quelle più calde.

L'EQUAZIONE DI DIFFUSIONE DEL CALORE

Consideriamo uno stratellino infinitesimo di spessore dx della barretta considerata in figura 3. Lo stratellino sarà compreso fra la superficie x e la superficie $x+dx$ (vedi figura 4)

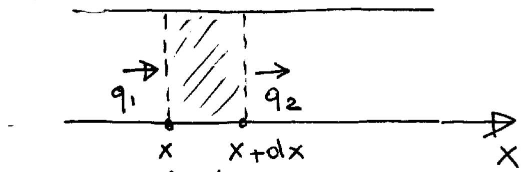


fig. 4

Il calore che fluisce per unità di tempo attraverso la superficie 1 sarà, per la (1),

$$q_1 = \frac{dQ_1}{dt} = -K A \left.\frac{dT}{dx}\right|_x \qquad (2)$$

dove $\left.\frac{dT}{dx}\right|_1$ è il valore di $\frac{dT}{dx}$ calcolato in x. Il calore che attraversa la superficie in $x+dx$ sarà, invece, per unità di tempo:

$$q_2 = \frac{dQ_2}{dt} = -K A \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x+dx} \qquad (3)$$

Ma allora, il calore totale che entra nel volume compreso fra x e $x+dx$ (tratteggiato in fig. 4) è

$$\frac{dQ}{dt} = -K A \left(\left.\frac{dT}{dx}\right|_x - \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x+dx} \right) \qquad (4)$$

dove il segno meno deriva dal fatto che q_1 entra nello volume mentre q_2 esce (vedi figura).

Se $q_1 = q_2$, il calore che entra è uguale a quello che esce e, quindi, il calore totale portato al volumetto è nullo e, quindi, la sua temperatura non cambia. In caso contrario, la temperatura del volumetto cambierà. Infatti, se dQ è il calore portato nell'unità di tempo allo stratellino e se è il calore specifico dello stratellino, si ha

$$dQ = mC\,dT = \rho A\,dx\,C\,dT \qquad (5)$$

dove dT è la variazione di temperatura, ρ è la densità del materiale. Dunque, il calore portato per unità di tempo nello stratellino è legato alla variazione di temperatura di quest'ultimo dalla relazione

$$\frac{dQ}{dt} = \rho \; A \, dx \; C \; \frac{dT}{dt} \qquad (6)$$

che si ottiene dividendo membro a membro la (5) per dT.
D'altra parte, il calore portato per unità di tempo nello stratarellino è dato dalla (4). Sostituendo questa espressione nella (6) si ottiene, dopo semplici passaggi:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{K}{C\rho} \left[\frac{\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x+dx} - \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x}}{dx} \right] \qquad (7)$$

ma il termine in eq. (7) non è altro che la derivata seconda della temperatura rispetto ad x. Dunque, la (7) diventa

$$\frac{dT}{dt} = D \frac{d^2T}{dx^2} \qquad (8)$$

dove abbiamo definito il <u>COEFFICIENTE DI DIFFUSIONE TERMICA</u> del materiale:

$$D = \frac{K}{C\rho} \qquad (9)$$

dalla (8) si deduce che D ha le dimensioni di una lunghezza al quadrato diviso un tempo, cioè si misura in m^2/s.
L'equazione (8) rappresenta L'EQUAZIONE DI DIFFUSIONE DEL CALORE e rappresenta l'equazione fondamentale per il trasporto di calore. In via di principio, se è nota la distribuzione di temperatura $T = T_0(x)$ nei vari punti di un corpo all'istante iniziale $t=0$, l'equazione (8) permette di ricavare la temperatura $T(x,t)$ ad ogni istante t e in ogni punto x. La (8) ci dice che la temperatura di un corpo varia più rapidamente nei punti in cui $\frac{d^2T}{dx^2}$ è massima mentre resta costante nel tempo dove $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$. In generale, un qualunque sistema termodinamico dopo un dato tempo caratteristico tende a raggiungere una situazione <u>STAZIONARIA</u> in cui la temperatura in ogni punto è costante nel tempo. La condizione di stazionarietà implica

$$\frac{d}{dt} T = 0 \qquad \text{CONDIZIONE DI STAZIONARIETÀ}$$

che, sostituita nella (8), fornisce l'equazione dello stato stazionario:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dx}T = \text{costante} \qquad (10)$$

Dunque, in condizioni stazionarie, la temperatura $T(x)$ deve avere gradiente ~~...~~ costante.

Esempio: Una piastra di materiale di sezione A e lunghezza L ha le superfici di base in contatto con due termostati a temperature diverse T_1 e T_2 $(T_1 > T_2)$. Si trovi come varia la temperatura della ~~piastra~~ in funzione della distanza x dal termostato T_1 in CONDIZIONI STAZIONARIE.

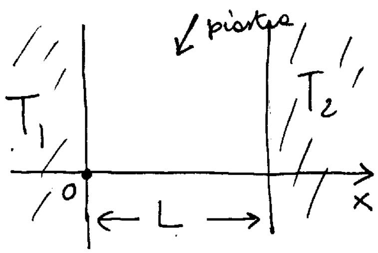


figura 5

Soluzione: in condizioni stazionarie vale la (10), cioè

$$\frac{dT}{dx} = \text{costante} = c \qquad (11)$$

Integrando entrambi i membri della (11) rispetto ad x si ottiene

$$\int_0^x \frac{dT}{dx}dx = \int_0^x c\,dx \quad \Rightarrow \quad T(x) - T(0) = c\,x$$

$$\Rightarrow \quad T(x) = T(0) + c\,x \qquad (12)$$

ora i valori di $T(0)$ e c si ottengono imponendo le CONDIZIONI AL CONTORNO. Infatti, il punto O è sulla superficie del termostato T_1, dunque $T(0) = T_1$. Inoltre, per $x = L$ si ha il punto sulla superficie del termostato T_2 e, dunque, $T(L) = T_2$. Sostituendo nella (12) $x = L$ e $T(L) = T_2$ e $T(0) = T_1$ si trova

$$c = \frac{T_2 - T_1}{L} \qquad (13)$$

$$T(0) = T_1 \qquad (14)$$

Dunque, $$T(x) = T_1 + \frac{T_2-T_1}{L}\,x \quad . \qquad (15)$$

che è riportato graficamente in figura 6. Come si vede, la derivata della temperatura rispetto a x è costante in ogni punto ed è pari a

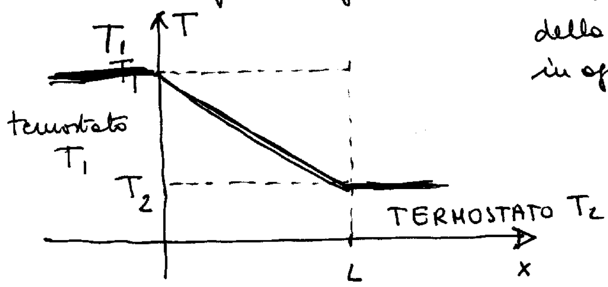


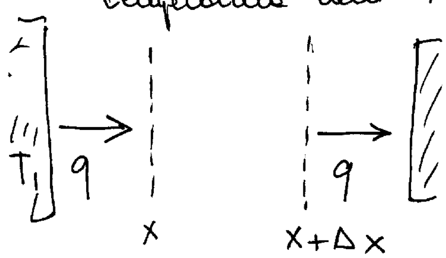
figura 6.

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{T_1-T_2}{L}$$

Dunque il calore che attraversa una qualunque sezione della piastra ha il valore

$$\frac{dQ}{dt} = -k\,A\,\frac{dT}{dx} = +\frac{kA}{L}\left(T_1-T_2\right) > 0 \qquad (16)$$

Come si vede, $\frac{dQ}{dt}$ non dipende da x e, quindi, in condizioni stazionarie, il calore che attraversa sezioni della piastra a diverse distanze x dall'origine è lo stesso. In queste condizioni il calore totale che arriva in uno strato compreso fra x e x + Δx è uguale a zero poiché il calore che entra attraverso la sezione in x è uguale a quello che esce da x + Δx. Ma allora, come ci si aspetta per uno stato stazionario, la temperatura dello strato non cambia nel tempo.



Si noti che una situazione di questo tipo è STAZIONARIA (la temperatura in ogni punto <u>non</u> dipende dal tempo) ma non è una situazione di EQUILIBRIO TERMODINAMICO.

Infatti, in questa situazione, anche se la temperatura in ogni punto si mantiene costante, c'è tuttavia un flusso continuo di calore. In particolare un calore $q = \frac{dQ}{dt}$ viene ceduto continuamente dalla sorgente calda e lo stesso calore viene assorbito dalla sorgente fredda. In assenza di fonti di energia termica esterne, perciò, la sorgente calda (T_1) tenderebbe a raffreddarsi e quella fredda a scaldarsi. Il processo porterebbe, quindi, dopo un tempo opportuno al raggiungimento di un equilibrio termico in cui la temperatura della sorgente 1 e quella della sorgente 2 hanno lo stesso valore e, quindi,

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{KA}{L}\,(T_1 - T_2) = 0 \qquad (17)$$

Se si vuole mantenere costante la temperatura del termostato T_1 e quella del termostato T_2 dovremo, perciò, fornire in continuazione calore alla sorgente T_1 più calda e togliere calore alla sorgente fredda. Per far questo, ad esempio, si potrebbe utilizzare una POMPA DI CALORE che, però, come abbiamo visto, richiede l'utilizzo di una sorgente di lavoro esterna.

LA RESISTENZA TERMICA DI UNA LASTRA

Se indichiamo con q il calore che fluisce per unità di tempo attraverso una generica sezione ~~x~~ = costante della piastra in figura 5, la relazione (16) si può scrivere nella forma

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R} \qquad (18)$$

dove si definisce la resistenza termica della lastra con

$$R = \frac{L}{KA} \qquad (19)$$

dove ricordiamo che K è la conducibilità termica (W/mK), L è lo spessore della piastra (m) e A la sezione della piastra (m^2). Dunque le dimensioni di R sono $\frac{Ts}{J}$. Dunque, le unità di misura nel sistema internazionale sono

$$K/W$$

La (18) ci dice che, più è alta la resistenza termica e più piccolo è il flusso di calore che attraversa la piastra a parità di temperatura.

Supponiamo, ora, di voler riscaldare l'ambiente interno ad una casa. Supponiamo che la temperatura interna sia T_i e che quella esterna sia $T_e < T_i$. In queste condizioni, attraverso le pareti della casa, il tetto, le finestre ci sarà un flusso di calore diretto nel verso che va dalla temperatura più alta a quella più fredda, quindi ci sarà flusso dall'interno verso l'esterno della casa. Se si vorrà mantenere costante la temperatura ~~interna~~ dovremo, perciò, accendere una stufa cioè ricorrere ad una qualche sorgente di calore che rifornisca il calore perso.

Il flusso di calore che uscirà da una parete di superficie A e spessore L sarà dato dalla (18) con R dato dalla (19) e con $T_1=T_i$ e $T_2=T_e$. Il flusso di calore sarà, perciò, tanto più grande quanto più è grande la differenza di temperatura fra interno ed esterno e tanto più piccolo quanto più è grande la resistenza termica. Una scelta opportuna dello spessore delle pareti o del materiale con cui sono fatte le pareti permetterà quindi notevoli risparmi di energia.

Un modo che si può utilizzare per ridurre le perdite di calore è quello di rivestire le pareti con uno strato di materiale isolante termico (K piccolo) che porta ad un aumento della resistenza termica complessiva. In questo caso la situazione da analizzare è quella di due piastre di superficie A e spessori L_1 e L_2 poste come in figura 7 aventi coefficienti di conduzione termica K_1 e K_2.

LASTRE IN SERIE

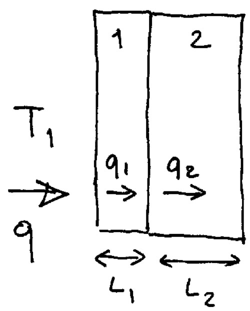


figura 7

Due lastre di spessore L_1 e L_2 e superficie A sono disposte come in figura. A sinistra della lastra 1 c'è un ambiente a temperatura T_1 mentre a destra della piastra 2 c'è un ambiente a temperatura T_2 con $T_1 > T_2$. Ne consegue che c'è un flusso di calore per unità di tempo q che va dalla regione calda (T_1) a quella fredda (T_2).

In condizioni stazionarie abbiamo già visto che il gradiente di temperatura in ciascuna lastra deve essere costante, dunque anche i calori che attraversano le lastre per unità di tempo devono avere in ciascuna piastra un valore costante e pari, rispettivamente a q_1 e q_2. Se indichiamo con T la temperatura sulla superficie di contatto fra le lastre 1 e 2, si avrà (vedi eq. (18))

$$q_1 = \frac{T_1 - T}{R_1} \quad \text{e} \quad q_2 = \frac{T - T_2}{R_2} \qquad (20)$$

dove

$$R_1 = \frac{L_1}{A K_1} \quad \text{e} \quad R_2 = \frac{L_2}{A K_2} \qquad (21)$$

In condizioni STAZIONARIE i flussi di calore q_1 e q_2 devono essere uguali. Infatti, se q_1 fosse, ad esempio, maggiore di q_2, vorrebbe dire che sulla superficie di separazione arriverebbe nell'unità di tempo (attraverso la piastra 1) un calore q_1 maggiore di quello che viene portato via (q_2) attraverso la piastra 2. Ma allora la superficie si riscalderebbe aumentando la sua temperatura. Analogamente, se $q_1 < q_2$, la superficie si raffredderebbe. In entrambi questi casi, la temperatura della superficie non sarebbe costante e, quindi non saremmo in condizioni stazionarie.

Dunque, la condizione di stazionarietà implica

$$q_1 = q_2 = q \qquad (22)$$

Imponendo tale condizione nella (20) si ottiene

$$\frac{T_1 - T}{R_1} = \frac{T - T_2}{R_2} \Rightarrow T = \frac{\frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \qquad (23)$$

che dà il valore della temperatura sulla superficie di separazione. Sostituendo tale valore in una delle relazioni (20) si trova il flusso di calore q

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R_1 + R_2} \qquad (24)$$

La relazione (24) rappresenta la relazione fondamentale per le lastre in serie. Come si vede il calore che fluisce nelle lastre in serie è lo stesso calore che fluirebbe attraverso un'unica lastra di resistenza termica

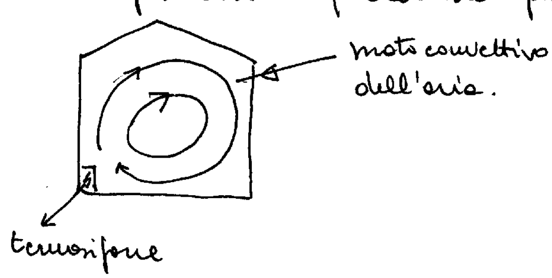
$$R = R_1 + R_2 \qquad (25)$$

Il risultato si generalizza facilmente ad un sistema di più di due lastre in serie con resistenze termiche $R_1, R_2 \dots R_N$. In tal caso; il flusso di calore che le attraversa nell'unità di tempo è lo stesso che si avrebbe in un'unica lastra di resistenza termica

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N \qquad (26)$$

Adesso, brevemente, accenneremo agli altri 2 processi di trasporto di calore: la convezione e l'irraggiamento

CONVEZIONE - Questo meccanismo si verifica nei fluidi (gas e liquidi) e si aggiunge al meccanismo di conduzione descritto in precedenza. Consideriamo, ad esempio una fiamma che venga accesa in aria. L'aria vicino alla fiamma si scalda rapidamente e la sua densità si riduce notevolmente, allora, per il PRINCIPIO DI ARCHIMEDE, l'aria più leggera viene sospinta verso l'alto dalla forza di archimede andando a mescolarsi con l'aria freddola presente in alto. Questo porta ad ~~una~~ rapido trasporto di calore dal basso verso l'alto che è normalmente più grande di quello dovuto alla conduzione termica (l'aria è un cattivo conduttore). Lo stesso avviene quando si scalda una pentola contenente acqua nel fuoco. Anche in questo caso, è facile osservare che l'acqua si mette in movimento. Questi processi di convezione avvengono spontaneamente e si parla, perciò, di CONVEZIONE NATURALE. In molti casi, invece, si può forzare la convezione. Ad esempio, nel caso di un phon, un ventilatore spinge l'aria che passa vicino ad una resistenza elettrica in modo da indurre una convezione forzata. È la convezione il meccanismo principale che porta ad omogeneizzare la temperatura in una stanza riscaldata da un termosifone. Se non ci fosse la convezione, la temperatura vicino al termosifone sarebbe molto più alta di quella nei punti lontani (vedi figura)



IRRAGGIAMENTO -

Qualunque corpo che si trovi ad una data temperatura è costituito da atomi e molecole in continua agitazione (agitazione termica). Nel loro continuo moto, le molecole si urtano continuamente e, nell'urto, le nuvole elettroniche all'interno delle molecole si deformano e gli elettroni si mettono ad oscillare fino a ritornare nelle loro posizioni di equilibrio. Ora una carica elettrica che oscilla emette onde elettromagnetiche che trasportano energia elettromagnetica.. Ovviamente l'intensità degli urti è tanto maggiore quanto maggiore è l'agitazione termica e, quindi, quanto maggiore è la temperatura del corpo. Se un corpo si trova ad una temperatura T_1 ed un altro si trova a temperatura T_2 ($T_2 < T_1$) ne risulta un passaggio di energia dal corpo più caldo che tende a raffreddarsi verso quello più freddo che si riscalda.

Il parametro fondamentale che descrive l'irraggiamento di un corpo è il POTERE EMISSIVO che è definito come la potenza emessa dal corpo per unità di superficie

$$\mathcal{E} = \frac{P}{A} \qquad (27)$$

Sperimentalmente (e teoricamente) si trova la LEGGE DI STEFAN-BOLTZMANN

$$\mathcal{E} = \sigma\, e\, T^4 \qquad (28)$$

dove T = temperatura assoluta,
e = emissività del corpo e varia fra 0 e 1 da corpo a corpo
σ = COSTANTE UNIVERSALE DI STEFAN-BOLTZMANN

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ J/m^2 s K^4 \qquad (29)$$

Si noti che, mentre i processi di conduzione e di convezione necessitano la presenza di un mezzo in cui avviene il trasporto di calore, i processi di irraggiamento avvengono anche nel vuoto.

La legge (28) ci fa capire che i processi di irraggiamento diventano particolarmente importanti quando le temperature dei corpi sono molto alte. In effetti, tutti sanno che un metallo riscaldato fino a temperature prossime alla fusione diventa luminoso. Questo è, ad esempio, applicato nella costruzione di lampadine a filamento. Il sole, la cui superficie si trova a temperature dell'ordine di 6000 K è una naturale sorgente di irraggiamento.