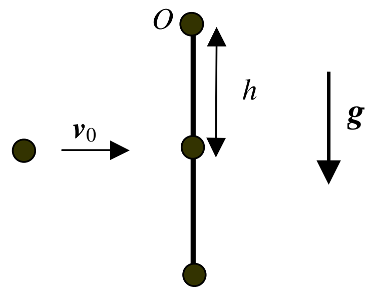
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 29 Giugno 2012

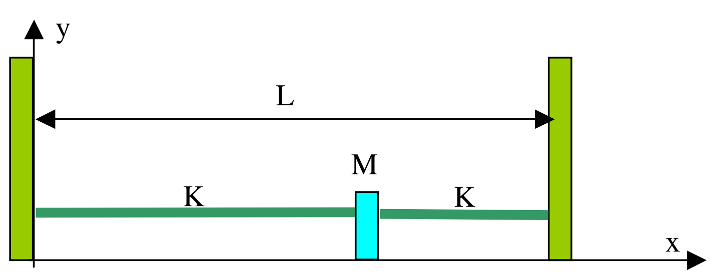
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5], Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1: Tre corpi di massa uguale M = 200 g e dimensioni trascurabili sono collegati da un'asta rigida di massa M_1 = 300 g e sezione trascurabile a distanza h = 30 cm l'uno dall'altro. Il sistema è libero di ruotare senza attrito nel piano di figura attorno al punto O. Una quarta particella di massa M urta l'asta con velocità v_0 = 2 m/s diretta lungo l'asse orizzontale e si conficca nel punto centrale dell'asta come mostrato in figura.



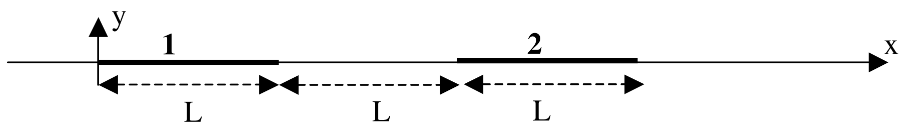
1.1 - Si calcoli il momento di inerzia del sistema costituito dalle tre masse e dall'asta rispetto al punto O e il modulo del momento di forza esercitato dalla forza peso quando l'asta è inclinata ad un angolo θ generico rispetto alla direzione della gravità $\boldsymbol{g}$.
1.2 - Si trovi l'angolo di massima inclinazione raggiunto dall'asta dopo l'urto.
1.3 - Si trovi l'impulso della forza esercitata dal vincolo in O sull'asta durante l'urto.

Esercizio 2 : Un corpo di massa M = 300 g e dimensioni trascurabili è collegato come in figura a due molle identiche di costante elastica K = 30 N/m e lunghezza a riposo L_0 = 20 cm. Le altre estremità delle molle sono vincolate a due pareti verticali poste a distanza L = 30 cm come mostrato schematicamente in figura. Il corpo si trova inizialmente fermo in $x = x_0$ = 20 cm. Il corpo viene quindi lasciato libero di scivolare sul piano orizzontale privo di attrito. Si trovi la massima velocità raggiunta dal corpo.



Esercizio 3 (**NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE**)- Un gas perfetto biatomico con n = 0.3 moli compie un ciclo reversibile. Inizialmente il gas si trova nello stato $A=(p_0,V_0)$, poi compie una trasformazione isobara fino allo stato $B=(p_0,V_0/2)$, quindi un'espansione adiabatica fino a $C=(p,V_0)$ per poi tornare in A con una trasformazione isocora. Sapendo che V_0 = 5 litri e $p_0 = 10^5$ Pa:
3.1- Si dica se la macchina termica funziona come motore o come pompa di calore e si trovi la temperatura minima raggiunta nel ciclo.
3.2- Sapendo che il ciclo viene compiuto in 0.1 s, si trovi il valore assoluto della potenza media associata con il ciclo.

Esercizio 4 (NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE I !!): Due fili sottili (1 e 2 in figura) di lunghezza L = 20 cm sono caricati uniformemente con cariche uguali e pari a Q = 3 nC. I fili giacciono su un asse x e sono a distanza L l'uno dall'altro.



4.1 - Si trovi il campo elettrico generato dal filo 1 in un generico punto P sul filo 2 di coordinata x_P con $2L < x_P < 3L$. Si trovi il valore numerico del campo nel punto P al centro del filo 2.
4.2 - Si calcoli la forza esercitata dal filo 1 sul filo 2.

Esercizio 5 (SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE I).
Due altoparlanti identici emettono onde di uguale ampiezza ed uguale frequenza ν = 200 Hz. Essi sono disposti sull' asse y in $y_1 = d/2$ e $y_2 = - d/2$. Un osservatore si trova in un punto P sull'asse x a distanza D = 100 m ($D >> d$) dall'origine e non percepisce nessun suono. La velocità del suono è v_s = 330 m/s.

5.1- Si dica quale è la differenza di fase fra i due altoparlanti (nell'intervallo [0, 2π]) e si trovi la lunghezza d'onda dell'onda sonora.
5.2- L'osservatore inizia a camminare a partire dal punto P parallelamente all'asse y finchè raggiunge una posizione Q a distanza L = 30 m da P in cui l'intensità sonora ha il massimo valore. Si trovi la distanza d fra gli altoparlanti (si consiglia di utilizzare l'approssimazione $D >> d$).

Esercizio 6 (SOLO PER STUDENTI CIVILI DI FISICA GENERALE)
Una spira circolare di raggio a = 3 cm, resistenza R = 1 mΩ e induttanza L = 0.3 μH si trova in un solenoide avente n = 1000 spire per unità di lunghezza e percorso da una corrente I = 5 A. La normale alla spira fa l'angolo θ = 60° con l'asse del solenoide. Ad un dato istante t = 0 e in un tempo trascurabile, la spira viene estratta dal solenoide.
6.1 - Si trovi la corrente che fluisce nella spira all'istante immediatamente successivo all'estrazione.
6.2 - Si calcoli la corrente che fluisce nella spira al tempo t = 0.3 ms.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- Il momento di inerzia è la somma dei momenti di inerzia dell'asta ($M_1L^2/3$) e delle singole masse puntiformi ($M\,x_i^2$, dove x_i= distanza della i-esima massa dal punto O).Dunque:

$$I = M_1\frac{L^2}{3} + M(0^2) + Mh^2 + M(2h)^2 = \left(\frac{4}{3}M_1 + 5M\right)h^2 = \quad 0.126 \text{ Kg m}^2 \qquad (1)$$

dove si è utilizzata l'uguaglianza L = 2 h. La forza peso risultante $\boldsymbol{P}$ = $(3M+M_1)$ $\boldsymbol{g}$ è applicata nel centro di massa a distanza h dal punto O. Quando l'asta forma l'angolo θ, il braccio della forza è b=$h\sin\theta$, dunque:

$$\tau = Ph\sin\theta = (3M + M_1)gh\sin\theta \qquad (2)$$

1.2- Durante l'urto, l'unica forza impulsiva che agisce sul sistema costituito dall'asta e dalle masse puntiformi viene esercitata dal vincolo in O. Dunque, il momento angolare rispetto ad O si conserva. Il momento angolare è diretto lungo l'asse perpendicolare al piano di figura uscente dal piano. La componente del momento angolare lungo tale asse iniziale è

$$L_i = Mv_0h \qquad (3)$$

Alla fine, subito dopo l'urto, è $L_f = I'\omega_0$, dove $I' = \left(\frac{4}{3}M_1 + 6M\right)h^2 = 0.144$ kg m^2 è il momento di inerzia dopo l'urto e ω_0 è la velocità angolare subito dopo l'urto. Dunque:

$$L_f = \left(\frac{4}{3}M_1 + 6M\right)h^2\omega_0 \qquad (4)$$

Uguagliando L_i e L_f si ottiene:

$$\omega_0 = \frac{Mv_0}{\left(\frac{4}{3}M_1 + 6M\right)h} = 0.833 \text{ rad/s} \qquad (5)$$

Dopo l'urto, essendo trascurabile l'attrito, si conserva l'energia meccanica e la barra si ferma all'angolo θ in corrispondenza del quale l'energia potenziale è uguale all'energia meccanica iniziale. Prendendo come 0 dell'energia gravitazionale il punto O si trova:

$$\frac{1}{2}I'\omega_0^2 - M_{tot}h = -M_{tot}h\cos\theta \qquad \Rightarrow \qquad \theta = \arccos\left(1 - \frac{I'}{2M_{tot}gh}\omega_0^2\right) = 10.1° \qquad (6)$$

dove M_{tot}= M_1 + 4M= 1.1 kg è la massa totale.

1.3 - L'impulso della forza è pari alla variazione della quantità di moto $\boldsymbol{p}$ del sistema nel brevissimo intervallo di tempo fra gli istanti immediatamente prima e dopo l'urto. Inizialmente

$$\boldsymbol{p}_i = (Mv_0, 0) \qquad (7)$$

dove abbiamo scelto l'asse x nella direzione e verso della velocità del proiettile. Alla fine il corpo di massa totale M_{tot} e centro di massa posto al centro dell'asta ruota attorno al punto O con velocità angolare ω_0. Ne consegue che, subito dopo l'urto, il centro di massa ha velocità $\boldsymbol{v}_{cm}$= $(\omega_0 h,0)$ e,quindi:

$$\boldsymbol{p}_f = (M_{tot}\,\omega_0\,h\,,0) \qquad (8)$$

L'impulso della forza è, quindi:

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{p}_f - \boldsymbol{p}_i = (M_{tot}\,\omega_0 h - Mv_0, 0) = (-\,0.125 \text{ N m}, 0 \text{ Nm}) \qquad (9)$$

Soluzione Esercizio 2.

La posizione di equilibrio è quella in cui la risultante delle forze esercitate dalle molle sul corpo è nulla. Essendo le molle identiche, la posizione di equilibrio è quella in cui il corpo è al centro fra le pareti, cioè:

$x = L/2 = 0.15$ cm. (1)

Inizialmente $x = x_0 = L_0$ e, quindi, la molla a sinistra si trova nella posizione di equilibrio mentre quella a destra è compressa di $\Delta x_0 = 0.1$ m. Poichè il corpo è inizialmente fermo, l'energia meccanica iniziale coincide con l'energia potenziale della molla compressa ed è:

$E_i = K(\Delta x_0)^2/2 = 0.15$ J (2)

Nella posizione di equilibrio $x = 0.15$ cm, entrambe le molle sono compresse di $\Delta x = 0.05$ m e il corpo ha acquistato la velocità v. L'energia meccanica è:

$E_f = K(\Delta x)^2/2 + K(\Delta x)^2/2 + Mv^2/2 = K(\Delta x)^2 + Mv^2/2$ (3)

Imponendo la conservazione dell'energia ($E_f = E_i$), si trova:

$$v = \sqrt{\frac{2\left(K\frac{\Delta x_0^2}{2} - K\Delta x^2\right)}{M}} = 0.71 \text{ m/s} \quad (4)$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 3:

3.1 - Poiché il verso di percorrenza della curva *ABCD* è antiorario, il lavoro compiuto dalla macchina è negativo e, quindi, la macchina è una pompa di calore. La temperatura minima viene raggiunta nel punto C che si trova sull'adiabatica reversibile BC. Dunque

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \qquad \Rightarrow \qquad T_C = \frac{T_B V_B^{\gamma-1}}{V_C^{\gamma-1}} = T_B\left(\frac{1}{2}\right)^{2/5} = 0.758\, T_B \quad (1)$$

dove $\gamma = C_p/C_v = 7/5$.

La temperatura T_B si ottiene dalla legge dei gas perfetti $T_B = \frac{p_0 V_0}{2nR} = 100.3$ K (2)

Sostituendo la (2) nella (1) si trova $T_C = 76.0$ K (3)

Analogamente per T_A si trova $T_A = \frac{p_0 V_0}{nR} = 200.6$ K (4)

3.2- Il lavoro fatto dalla macchina è la somma dei calori assorbiti nella compressione isobara e nella trasformazione isocora che sono pari a

$$Q_{AB} = C_p(T_B - T_A) = \frac{7}{2}nR(T_B - T_A) = -875.2 \text{ J} \quad (5)$$

e

$$Q_{CA} = C_v(T_A - T_C) = \frac{5}{2}nR(T_A - T_C) = 776.6 \text{ J} \quad (6)$$

Il lavoro fatto dalla macchina è $L = Q_{AB} + Q_{CA} = -98.6$ J (7)

Il valore assoluto della potenza media è, perciò,

$P = |L|/T = 986$ W (8)

SOLUZIONE ESERCIZIO 4 -

4.1- Suddividiamo il filo 1 in elementi di carica di lunghezza dx e carica infinitesima $dq = Qdx/L$. Il campo prodotto nel punto x_P dal generico elemento di carica posto in x è diretto lungo l'asse x nel verso positivo ed ha componente x pari a:

$$dE_x = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (x_P - x)^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L (x_P - x)^2} \quad (1)$$

Il campo risultante in P ha, quindi, componente x pari a:

$$E_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\int_0^L \frac{1}{(x_P - x)^2}dx = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left(\frac{1}{x_P - L} - \frac{1}{x_P}\right) \quad (2)$$

Sostituendo $x_P = 5L/2$ si trova:

$$E_x = \frac{Q}{15\pi\varepsilon_0 L^2} = 1.80\ 10^2\ \text{V/m}^2 \qquad (3)$$

4.2 - Il campo elettrico agente in un generico punto del filo 2 è dato dalla (2) con $2L < x_P < 3L$. Se prendiamo un generico elemento di carica elettrica $dq = Q\ dx_P/L$ posto in x_P di lunghezza infinitesima dx_P, la forza agente su di esso è diretta lungo l'asse x nel verso positivo ed ha componente x pari a:

$$dF_x = dqE_x = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\left(\frac{1}{x_P - L} - \frac{1}{x_P}\right)dx_p \qquad (4)$$

La componente x della forza risultante si ottiene integrando la (4) fra gli estremi $2L$ e $3L$:

$$F_x = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\int_{2L}^{3L}\left(\frac{1}{x_P - L} - \frac{1}{x_P}\right)dx_p = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\left(-\ln\frac{3}{2} + \ln 2\right) = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\ln\frac{4}{3} = 0.582\ \ \mu\text{N} \quad (5)$$

SOLUZIONE Esercizio 5.

5.1: Il punto P si trova alla stessa distanza da entrambe le sorgenti, dunque, la differenza di cammino fra i raggi che arrivano in P dalle due sorgenti è nulla. Ne consegue che la differenza di fase fra le onde che arrivano in P è dovuta solamente alla differenza di fase $\Delta\phi_0$ con cui oscillano gli altoparlanti. Poichè in P si ha interferenza distruttiva deve essere

$$\Delta\phi_0 = \pi$$

La lunghezza d'onda è $\lambda = v_s\ /\ \nu = 330/200 = 1.65$ m

5.2 -La massima intensità si raggiunge quando la differenza di fase totale nel punto Q è pari a 2π. Ciò significa che la differenza dei cammini dei raggi che, partendo dalle sorgenti, raggiungono il punto Q deve produrre un'ulteriore differenza di fase pari a π. La condizione $d << D$, ci dice che i raggi che arrivano in Q partendo dalle sorgenti formano un piccolo angolo che può essere considerato nullo. Dunque i raggi escono quasi paralleli dalle sorgenti formando un angolo θ con l'asse x e la differenza di cammino Δl fra essi è data dalla semplice relazione:

$$\Delta l = d \sin\theta = 0.287\ \text{d}$$

dove $\sin\theta = L/(L^2+D^2)^{1/2} = 0.287$. Il massimo di intensità si ha se

$$2\pi\frac{\Delta l}{\lambda} = \pi \qquad \Rightarrow \qquad d = \frac{\lambda}{2\sin\theta} = 2.87\ \text{m}$$

Soluzione Esercizio 6 -

6.1- Il flusso magnetico attraverso ad un circuito non può variare in modo discontinuo. Infatti, se indichiamo con Φ il flusso totale magnetico, l'equazione del circuito è:

$$-\,\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t = R\ i \qquad (1)$$

dove - $\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$ è la forza elettromotrice che diventerebbe infinita se Φ variasse nel tempo in modo discontinuo. Dunque, se al tempo t = 0- immediatamente prima dell'estrazione il flusso attraverso la spira era pari a Φ(0-) esso deve mantenere lo stesso valore subito dopo al tempo t = 0+. Il fusso totale sulla spira ad un generico istante è la somma del flusso esterno dovuto al campo generato dalla corrente I che scorre nel solenoide e quello interno dovuto alla eventuale corrente i che scorre nella spira. Ma all'istante iniziale la spira non era percorsa da corrente e il flusso attraverso ad essa era dato solamente dal flusso del campo del solenoide pari a:

$$\Phi(0\text{-}) = B\,\pi\,a^2\cos\theta = \pi\,\mu_0\,n\,I\,a^2/2 = 8.88\ 10^{-6}\ \text{Wb} \qquad (2)$$

mentre dopo l'estrazione il flusso è solamente quello di autoinduzione

$$\Phi(0+) = L\ i(0+) \qquad (3)$$

prodotto dalla corrente i che circola nella spira. Uguagliando tali flussi si trova

$$i(0+) = \Phi(0\text{-})/L = 29.6\ \text{A} \qquad (4)$$

6.2- Dopo l'estrazione, il flusso totale ad un generico istante t è dato solamente dal flusso di autoinduzione $\Phi = L\ i(t)$. Sostituendo tale espressione di Φ nella (1) si ottiene l'equazione del circuito:

$$L\mathrm{d}i/\mathrm{dt} + Ri = 0$$

che è un'equazione differenziale lineare del primo ordine omogenea a coefficienti costanti la cui soluzione che soddisfa la condizione iniziale $i\ (0) = i(0+)$ è

$$i(t) = i(0+)\ \exp\ (-\ R\ t\ /L)$$

Per $t = 0.3$ ms si trova $i(t) = i(0+)\ \exp(\ -1) = 10.9$ A.