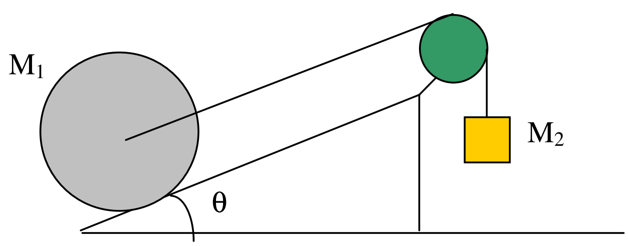
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 11 Giugno 2012

Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5]
Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1: Due automobili 1 e 2 sono inizialmente affiancate su una strada rettilinea. Al tempo t=0 l'auto 1 parte con accelerazione costante a = 2 m/s^2 mentre la 2 parte con una velocità v che varia secondo la legge $v = \alpha t^3$ con α = 0.01 m/s^4.
1.1- Si trovi a quale distanza dal punto iniziale le due automobili si incontrano nuovamente e si dica quale automobile ha tenuto una velocità media piu' elevata nell'intervallo di tempo compreso fra l'istante iniziale e quello del loro incontro.

Esercizio 2 : Un cilindro omogeneo di massa M_1 = 300 g e raggio R =5 cm si trova inizialmente fermo e adagiato su un piano inclinato con angolo di inclinazione θ = 30°. L'asse del cilindro è collegato con un filo indeformabile e di massa trascurabile ad un corpo di massa M_2= 500 g come mostrato in figura. La carrucola ha massa trascurabile. Il corpo di massa M_2 si trova inizialmente ad un altezza h = 50 cm dal suolo e viene lasciato libero di cadere all'istante t=0. Nell'ipotesi di rotolamento puro si calcoli:



2.1- la velocità del cilindro quando il corpo 2 raggiunge il suolo.
2.2- La tensione del filo durante la caduta.

Si osserva che, se la massa M_2 del secondo corpo supera il valore di 1.5 Kg, il cilindro scivola sul piano inclinato.

2.3- Si trovi il coefficiente μ di attrito statico del piano inclinato.

Esercizio 3 (NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE) - n = 0.2 moli di gas ideale biatomico sono contenute in un cilindro adiabatico con pistone adiabatico mobile di raggio R = 8 cm e massa m =2 kg. Sul pistone si trova una massa M = 40 kg. Il sistema si trova inizialmente in equilibrio in presenza dell'atmosfera a pressione p_0 = 10^5 Pa e si trova a temperatura T_0 =20°C.
3.1 - Si calcoli la pressione e il volume del gas.
3.2 - Ad un dato istante viene tolta la massa M e il gas si espande fino a raggiungere la nuova posizione di equilibrio. Si calcoli il volume e la temperatura finale del gas.

Esercizio 4 (**NON PER I CIVILI di FISICA GENERALE I !!**)-

Una sfera conduttrice cava ha raggio interno r_1 =3 cm e raggio esterno r_2 = 5 cm. La sfera è caricata con una carica Q = 2 nC. Lo spazio interno alla superficie di raggio r_1 è riempito con un materiale caricato uniformemente con una densità di carica volumica $\rho = 26.5\ 10^{-6}$ C/m^3 (per semplicità si assuma che la costante dielettrica del mezzo sia quella del vuoto)
4.1 - Si trovino le cariche q_1 e q_2 che si distribuiscono sulle superfici di raggio r_1 e r_2 del conduttore e il potenziale elettrostatico V_c della sfera conduttrice.
4.2 - Ad un istante t =0 la sfera conduttrice viene collegata con un filo conduttore ad una seconda sfera conduttrice piena, elettricamente scarica e di raggio r_1. Le due sfere si trovano a grande distanza l'una dall'altra. Si calcolino i potenziali delle due sfere in condizione di regime.

Esercizio 5 (SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE I !!):

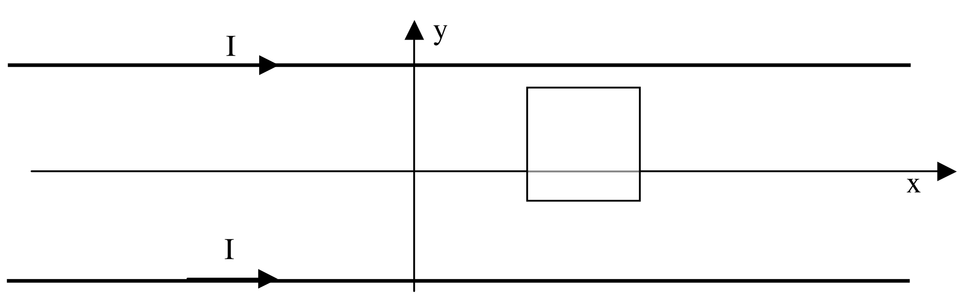
Un grande serbatoio cilindrico di raggio interno r_1 = 5 m è riempito di acqua fino ad un'altezza h_1 = 50 m. Si pratica un foro di raggio r_2 =2 cm ad una altezza h_2 dal suolo. In tali condizioni l'acqua esce orizzontalmente. Supponendo trascurabile ogni attrito si risponda alle seguenti domande:

5.1- Nel caso h_2 = 40 m, si dica dopo quanto tempo il livello dell'acqua nel serbatoio si abbassa di Δh_1 =1 cm a partire dal valore iniziale h_1= 50 m. (Si tenga conto del fatto che $\Delta h_1 << h_1 - h_2$)

5.2- Si trovi a quale altezza h_2 deve essere praticato il foro se si vuole che l'acqua che esce dal serbatoio raggiunga il terreno alla massima distanza dal serbatoio.

Esercizio 6 (SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE):

Due lunghi fili conduttori paralleli giacciono nel piano xy come in figura a distanza $d = 2\ L$ = 20 cm e sono percorsi da correnti uguali I = 2 A nello stesso verso. Una spira conduttrice quadrata di lato L = 10 cm è disposta come in figura con il centro di coordinata y pari a $y_0 = L/4$.



6.1- Si calcoli il flusso del campo magnetico atraverso la spira.

6.2- Si dica se esistono posizioni per il centro della spira (y_0) in cui il flusso del campo è nullo.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- Lo spazio percorso dall'automobile 1 ad un generico istante è: $s_1 = \frac{1}{2}at^2$ (1)

mentre la 2 percorre lo spazio: $s_2 = \int_0^t \alpha t^3 dt = \alpha \frac{t^4}{4}$ (2)

Uguagliando i due percorsi si trova $t = \sqrt{\frac{2a}{\alpha}} = 20$ s (3)

sostituendo t in una delle equazioni (1) e (2) si trova $s=s_1=s_2=$ 400 m (4)

Poichè le due auto percorrono lo stesso spazio s nello stesso tempo t, le loro velocità medie sono uguali.

Soluzione Esercizio 2. **2.1**-Poiché il moto è di rotolamento puro, si conserva l'energia meccanica E. All'istante iniziale

$$E_i = M_2 gh + M_1 g\, h_0 \quad (1)$$

dove h_0 rappresenta l'altezza del centro del cilindro rispetto a terra. Alla fine l'energia meccanica è:

$$E_f = M_1 \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2} I\omega^2 + M_2 \frac{v^2}{2} + M_1 g(h_0 + h\sin\theta) \quad (2)$$

dove $I = M_1R^2/2$ è il momento di inerzia del cilindro rispetto all'asse passante per il centro di massa. Poichè il moto è di rotolamento puro $\omega = v/R$ e,quindi

$$E_f = \left(\frac{3}{2}M_1 + M_2\right)\frac{v^2}{2} + M_1 g(h_0 + h\sin\theta) \quad (3)$$

Imponendo $E_i = E_f$ si trova, dopo semplici passaggi:

$$v = \sqrt{\frac{2(M_2 - M_1\sin\theta)gh}{\left(\frac{3}{2}M_1 + M_2\right)}} = 1.90 \text{ m/s} \quad (4)$$

2.2 - le equazioni cardinali per i due corpi sono:

$$M_2 g - T = M_2 a \quad (5)$$

$$T - M_1 g\sin\theta - F_s = M_1 a \quad (6)$$

$$F_s R = M_1 \frac{R^2}{2}\alpha \qquad \Rightarrow \qquad F_s = M_1 \frac{a}{2} \quad (7)$$

dove T= tensione fune, F_s = forza di attrito, α = accelerazione angolare. La forza di attrito è assunta positiva nel verso opposto al moto. Per ottenere l'ultimo termine a destra nella (7) abbiamo utilizzato la condizione di rotolamento puro che implica $a = \alpha R$. Risolvendo il sistema di equazioni si ricavano le tre incognite:

$$a = \frac{(M_2 - M_1\sin\theta)g}{M_2 + \frac{3}{2}M_1} = 3.61 \text{ m/s}^2 \quad (8)$$

$$T = M_2(g - a) = \frac{M_1 M_2\left(\frac{3}{2} + \sin\theta\right)g}{M_2 + \frac{3}{2}M_1} = 3.09 \text{ N} \quad (9)$$

$$F_s = M_1 \frac{a}{2} = \frac{M_1 (M_2 - M_1 \sin\theta) g}{2\left(M_2 + \frac{3}{2} M_1\right)} = 5.42\ 10^{-1}\ \text{N} \qquad (10)$$

2.3- Perché il corpo 1 possa rotolare, la forza di attrito statico deve essere data dalla relazione (10). D'altra parte, F_s deve essere minore di $\mu N = \mu M_1 g \cos\theta$. Dunque

$$\frac{M_1 (M_2 - M_1 \sin\theta) g}{2\left(M_2 + \frac{3}{2} M_1\right)} \le \mu M_1 g \cos\theta \qquad (11)$$

La massa M_2=1.5 kg realizza la condizione di uguaglianza nella (11), dunque:

$$\mu = \frac{(M_2 - M_1 \sin\theta)}{2\left(M_2 + \frac{3}{2} M_1\right)\cos\theta} = 0.213 \qquad (12)$$

Soluzione Esercizio 3 -3.1- All'equilibrio la pressione del gas uguaglia la somma delle pressioni dovuta all'atmosfera e ai pesi del corpo e del pistone di sezione $S = \pi R^2 = 2.01\ 10^{-2}\ \text{m}^2$. Dunque la pressione iniziale del gas è:

$$p_i = p_0 + \frac{m+M}{S} g \quad = 1.205\ 10^5\ \text{Pa} \qquad (1)$$

Dalla legge dei gas perfetti si deduce che il volume occupato dal gas è:

$$V_i = \frac{nRT_0}{p} = 4.04\ 10^{-3}\ \text{m}^3 \qquad (2)$$

3.2 - Dopo aver tolto la massa M, la pressione agente sul gas diminuisce e diventa pari a:

$$p_f = p_0 + \frac{m}{S} g = 1.0098\ 10^5\ \text{Pa} \qquad (3)$$

Conseguentemente, il gas si espande adiabaticamente (adiabatica <u>non reversibile</u>) fino a raggiungere lo stato di equilibrio con pressione del gas uguale a p_f. Poichè la pressione esercitata sul sistema è costante e pari a p_f, il lavoro fatto sul sistema è dato da:

$$L = -p_f (V_f - V_i) = -p_f V_f + \frac{p_f}{p_i} p_i V_i \qquad (4)$$

dove V_f è il volume finale e il segno - deriva dal fatto che L è il lavoro fatto sul sistema. Sostituendo la legge dei gas perfetti ($p_f V_f = nRT_f$ e $p_i V_i = nRT_i$) nella (4) si ottiene:

$$L = nRT_i \frac{p_f}{p_i} - nRT_f \qquad (5)$$

La trasformazione è adiabatica e, quindi, $L = \Delta U$, dunque:

$$nRT_i \frac{p_f}{p_i} - nRT_f = \frac{5}{2} nR(T_f - T_i) \qquad \Rightarrow \qquad T_f = \frac{\frac{5}{2} + \frac{p_f}{p_i}}{\frac{7}{2}} T_i = 279\ \text{K} \qquad (6)$$

$$V_f = \frac{nRT_f}{p_f} = 4.60\ 10^{-3}\ \text{m}^3 \qquad (7)$$

Esercizio 4 :

4.1-La carica totale contenuta nello spazio interno del conduttore ($r < r_1$), è

$$Q_{int} = \rho\, 4\pi (r_1)^2/3 = 3.00\ \text{nC} \qquad (1)$$

Data la simmetria sferica, il campo è radiale e costante su superfici sferiche. Applicando il Teorema di Gauss ad una superficie sferica interna al conduttore e tenendo conto del fatto che il campo è nullo all'interno del conduttore si deduce che la carica totale interna a tale superficie è nulla e,quindi:

$$q_1 = - Q_{\text{int}} = - 3.00 \text{ nC} \tag{2}$$

D'altra parte, la carica totale sul condutore è $Q = q_1 + q_2$, dunque:

$$q_2 = Q - q_1 = Q+Q_{\text{int}} = 5 \text{ nC} \tag{3}$$

Il campo all'esterno del conduttore si ottiene applicando il teorema di Gauss ad una superficie sferica di raggio $r > r_2$ ed è

$$E = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad \Rightarrow \qquad V_c = \int_{r_2}^{\infty} \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = 899 \text{ V} \tag{4}$$

4.2- Poiché il campo deve restare sempre nullo nel conduttore cavo, si deduce che la condizione (2) resta sempre valida. Al contrario, la carica q_2 sulla superficie esterna che è data inizialmente dal valore in eq.(3), si ridistribuisce fra le superfici esterne delle due sfere. Se indichiamo con q_3 la carica presente sulla superficie della seconda sfera e applichiamo la conservazione della carica, si trova:

$$q_2+q_3= Q+Q_{\text{int}} \qquad \Rightarrow \qquad q_3 = (Q+Q_{\text{int}}) - q_2 \tag{5}$$

All'equilibrio i due conduttori si devono trovare allo stesso potenziale e, dunque,

$$\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = \frac{Q + Q_{\text{int}} - q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_1} \tag{6}$$

$$\Rightarrow \qquad q_2 = \frac{(Q + Q_{\text{int}})r_2}{r_1 + r_2} \tag{7}$$

Quindi

$$V_1 = V_2 = \frac{(Q + Q_{\text{int}})}{4\pi\varepsilon_0 (r_1 + r_2)} = 562 \text{ V} \tag{8}$$

Soluzione Esercizio 5(CIVILI di Fisica Generale I)

5.1 Applicando il teorema di Bernulli fra la superficie libera e il foro e trascurando la velocità del fluido sulla superficie libera si scrive

$$\rho g h_1 + p_0 = \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v^2 + p_0 \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \tag{1}$$

dove v è la velocità del fluido nel punto di uscita che resta praticamente costante in tutto l'intervallo di tempo in cui l'altezza h_1 diminuisce di Δh_1 essendo $\Delta h_1 << h_1\text{-}h_2$. Per l'equazione di continuità la velocità v_1 con cui la superficie libera si abbassa è pari in modulo a

$$v_1 = v\frac{r_2^2}{r_1^2} = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}\frac{r_2^2}{r_1^2} = 2.24\ 10^{-4} \text{ m/s} \tag{2}$$

che, come ipotizzato, è del tutto trascurabile rispetto a v. Dunque, il livello si abbassa di Δh_1 =1 cm nel tempo

$$t = \Delta h_1/v_1 = 44.6 \text{ s}$$

5.2- Il moto dell'acqua all'uscita dal serbatoio è lo stesso di un proiettile sparato orizzontalmente con velocità v (eq.(1)) lungo un asse x ad un'altezza iniziale h_2 dal terreno. Indichiamo con x=0 e $y = h_2$ la posizione orizzontale e verticale del foro di uscita. Per le leggi del moto dei proiettili:

$$x(t) = v\,t = t\sqrt{2g(h_1 - h_2)} \qquad \text{e} \qquad y(t) = h_2 - gt^2/2\ . \tag{3}$$

L'acqua raggiunge il suolo al tempo $t = \sqrt{\dfrac{2h_2}{g}}$ che, sostituito in x(t) in eq.(3), fornisce la distanza percorsa dall'acqua prima di incontrare il terreno:

$$x = 2\sqrt{(h_1 - h_2)h_2} \tag{4}$$

Il valore di h_2 che rende massimo x si ottiene imponendo $\dfrac{dx}{dh_2} = 0$.

$$\frac{dx}{dh_2} = \frac{h_1 - 2h_2}{\sqrt{(h_1 - h_2)h_2}} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad h_2 = \frac{h_1}{2} = 25 \text{ m.}$$

Soluzione 6:

6.1- Poiché le correnti nei fili hanno lo stesso verso, i campi prodotti da essi nella regione interna ($-d/2 < y < d/2$) sono di segno opposto. Di conseguenza, il campo risultante è nullo nella regione centrale ($y = 0$). Il campo risultante in un generico punto (x,y) dipende solo da y ed è diretto lungo l'asse z uscente dal foglio con la componente z pari a:

$$B_z(y) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{y + d/2} + \frac{1}{y - d/2}\right) \tag{1}$$

Per $y = 0$ il campo è nullo, inoltre B_z è una funzione dispari di y. Se la spira ha centro in y_0 , il flusso del campo è:

$$\Phi = \int_{y_0 - L/2}^{y_0 + L/2} B_z(y) L dy = \frac{\mu_0 IL}{2\pi} \ln\left|\frac{(y_0 + L/2)^2 - d^2/4}{(y_0 - L/2)^2 - d^2/4}\right| \tag{2}$$

Sostituendo $y_0 = L/4$ e $d = 2L$ nella (2) si trova:

$$\Phi = \int_{y_0 - L/2}^{y_0 + L/2} B_z(y) L dy = \frac{\mu_0 IL}{2\pi} \ln\left|\frac{((3/4)^2 - 1)}{((1/4)^2 - 1)}\right| = \frac{\mu_0 IL}{2\pi} \ln\frac{7}{15} = \quad -3.05\ 10^{-8} \text{ Wb} \tag{3}$$

dove il segno - deriva dall'aver assunto come normale uscente dalla spira quella uscente dal piano di figura.

6.2 - Il campo in eq.(1) è una funzione dispari di y. Dunque, l'integrale del campo si annulla nel caso in cui gli estremi sono simmetrici rispetto a $y = 0$ come si verifica immediatamente ponendo $y_0 = 0$ nella (2).