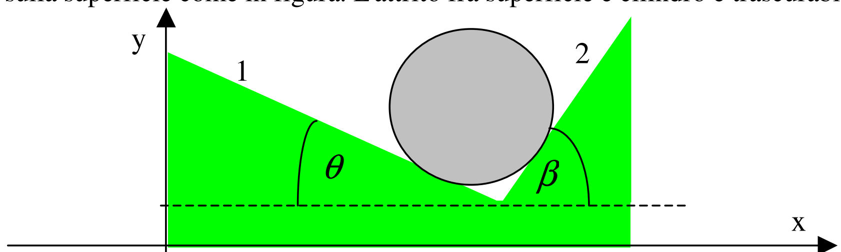
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 01/02/2013

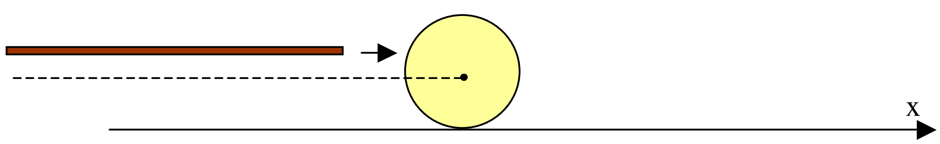
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5] , Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1: Un corpo ha la superficie superiore costituita da due superfici piane 1 e 2 con inclinazione, rispettivamente, a $\theta = 30°$ e $\beta = 90° - \theta$. Un cilindro di raggio r = 5 cm e massa M = 2kg è appoggiato sulla superficie come in figura. L'attrito fra superficie e cilindro è trascurabile.



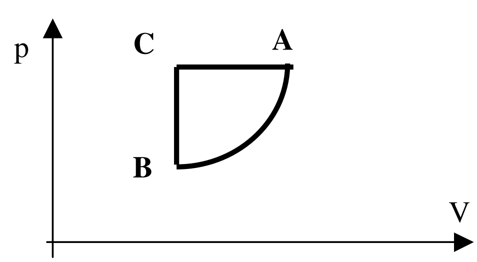
1.1- Si trovino i valori delle reazioni normali R_1 e R_2 esercitate dalle superfici 1 e 2.
Si supponga, ora, che il corpo con superfici inclinate venga messo in moto nel verso positivo dell'asse x con accelerazione costante $a > 0$.
1.2- Si dica quale è il massimo valore a_{max} che puo' avere l'accelerazione se si vuole che il cilindro non si sposti rispetto alla superficie. [Suggerimento: il cilindro non si sposta se le reazioni R_1 e R_2 sono positive. Per semplificare i passaggi si consiglia di usare le identità: $\cos\beta = \sin\theta$ e $\sin\beta = \cos\theta$]

Esercizio 2 : Una palla da biliardo di massa M = 200 g e raggio r = 4 cm (momento di inerzia rispetto al centro = $2\,Mr^2/5$) è appoggiata su un piano orizzontale con attrito. Ad un tempo t = 0 la palla viene colpita (in un tempo trascurabile) con una stecca da biliardo che imprime un impulso $\boldsymbol{I}$ diretto lungo l'asse x nel verso positivo e di modulo I = 10 N s. La stecca colpisce la palla nella parte superiore in un punto ad altezza $h = r/2$ dal centro.

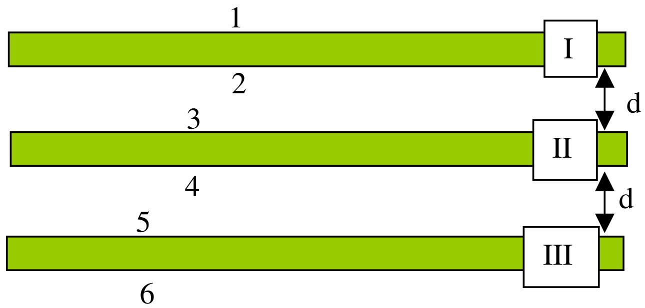


2.1- Si calcoli il valore della velocità del centro di massa e della velocità angolare di rotazione della palla subito dopo l'urto con la stecca.
2.2- Si dica a quale altezza h dal centro dovrebbe essere colpita la palla se si vuole che, subito dopo l'urto, il moto della palla sia di puro rotolamento. Per quale valore di h il moto è di pura traslazione?
2.3- Nelle condizioni della domanda **2.1**, si dica, giustificando quantitativamente la risposta, se la forza di attrito <u>dinamico</u> che agisce dopo l'urto è diretta nel verso positivo dell'asse x o nel verso negativo. Dopo l'urto il modulo della velocità angolare della palla aumenta o diminuisce ?

Esercizio 3 (NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE) - Un gas perfetto biatomico compie un ciclo $ABCA$ come rappresentato in figura dove $V_A = 10^{-2}$ m^3, $p_A = 10^5$ Pa e $V_B = V_A/2$. Il tratto AB segue la legge $p = \alpha V^2$ dove α è una costante. La temperatura minima raggiunta nel ciclo è T_{min} = 300 K.
3.1 - Si calcoli il numero di moli n presente nel gas e la massima energia termica immagazzinata durante il ciclo.
3.2 - Si calcoli il calore Q assorbito dal gas durante l'intero ciclo e si dica se il sistema si comporta come motore o pompa di calore.



Esercizio 4 (**NON PER I CIVILI di FISICA GENERALE I !!**)- tre piastre conduttrici di superficie $S = 10^{-2}$ m^2 sono poste a distanza d = 1mm l'una dall'altra come mostrato in figura. Le piastre I e II sono caricate con carica Q = 1 nC, la piastra III è caricata con carica negativa - Q.



4.1 - Si trovino le cariche $q_1, q_2, \ldots q_6$ che si accumulano sulle 6 superfici 1,2 ....6 dei conduttori.
4.2 - Si calcoli la d.d.p. ΔV fra i conduttori I e III.

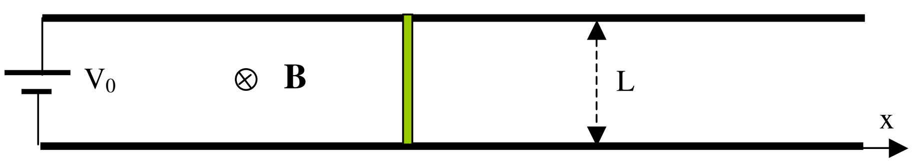
Esercizio 5 (SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE I !!): Un recipiente cilindrico di superficie di base S = 100 cm^2 contiene un litro di acqua in presenza dell'atmosfera a pressione $p_0 = 10^5$ Pa. Sull'acqua galleggia un cubetto di ghiaccio di lato L = 5 cm (densità del ghiaccio ρ_g = 920 Kg/m^3 e densità dell'acqua ρ_a = 1000 Kg/m^3).

5.1- Si trovi la differenza Δp fra la pressione sul fondo del recipiente e la pressione atmosferica.

Ad un dato istante si preme sul cubetto con un dito fino a portare la superficie superiore del cubetto a combaciare con la superficie libera dell'acqua.

5.2- Si trovi di quanto varia la pressione sul fondo e il modulo della forza esercitata dal dito.

Esercizio 6 (SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE): Una sbarretta conduttrice di lunghezza L = 10 cm, resistenza $R = 20\ \Omega$ e massa m = 30 g puo' scivolare senza attrito su due lunghe rotaie conduttrici di resistenza trascurabile poste su un piano orizzontale. Al tempo t = 0 la sbarretta è ferma. fra due estremità delle guide è applicata una f.e.m. V_0 = 1.5 V come in figura. E' presente un campo di induzione magnetica uniforme B = 1 T entrante nel piano della figura. L'induttanza del circuito è trascurabile.



6.1- Si trovi la velocità massima v_{max} raggiunta dalla sbarretta.
6.2- Si trovi il valore della velocità al tempo t = 60 s.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- Poichè non vi sono attriti, le reazioni $\boldsymbol{R}_1$ e $\boldsymbol{R}_2$ sono perpendicolari alle superfici. All'equilibrio, la somma delle forze di reazione e della forza peso deve annullarsi. Scomponendo le forze lungo gli assi x ed y si trova:

$$R_1 \sin\theta - R_2 \sin\beta = R_1 \sin\theta - R_2 \cos\theta = 0 \qquad (1)$$

$$R_1 \cos\theta + R_2 \cos\beta - M g = R_1 \cos\theta + R_2 \sin\theta - M g = 0 \qquad (2)$$

Risolvendo il sistema si trova:

$$R_1 = Mg\cos\theta = 17.0 \text{ N} \qquad (3)$$

$$R_2 = M g \sin\theta = 9.8 \text{ N} \qquad (4)$$

1.2 - Se il cilindro resta fermo rispetto ai piani inclinati, allora la sua accelerazione deve essere pari all'accelerazione a di essi. Dunque, le equazioni di equilibrio (1) e (2) vanno sostituite con le equazioni del moto:

$$R_1 \sin\theta - R_2 \cos\theta = M a \qquad (5)$$

$$R_1 \cos\theta + R_2 \sin\theta - M g = 0 \qquad (6)$$

Il cilindro resta aderente alle due superfici se R_1 e R_2 che risolvono la (5) e (6) sono entrambe positive. La soluzione del sistema (5) ,(6) è:

$$R_1 = Mg \cos\theta + M a \sin\theta \qquad (7)$$

$$R_2 = Mg\sin\theta - Ma\cos\theta \qquad (8)$$

Come è evidente, $R_1 > 0$ per qualunque valore di a positivo, mentre $R_2 > 0$ solo se a è inferiore ad un valore massimo pari a

$$a_{\max} = g \tan\theta = 5.66 \text{ m/s}^2 \qquad (9)$$

Soluzione Esercizio 2. **2.1**- L'unica forza impulsiva agente sulla palla è quella dovuta alla stecca. Questa forza produce un impulso di forza $\boldsymbol{I}_F = I\,\mathbf{i}$ un impulso di momento di forza rispetto al centro che è diretto lungo l'asse y entrante nella figura ed è pari a $I_M = r\,I$. Dunque le equazioni cardinali per il moto traslatorio lungo x e per il moto di rotazione attorno all'asse y integrate per il brevissimo tempo in cui avviene l'urto con la stecca forniscono:

$$I = M(v_f - v_i) = M v_f \quad \Rightarrow \quad v_f = I / M = 50 \text{ m/s} \qquad (1)$$

$$h\,I = I(\omega_f - \omega_i) = 2 M r^2 \omega_f/5 \quad \Rightarrow \quad \omega_f = 5\,hI/(2\,Mr^2) = 1562 \text{ rad/s} \qquad (2)$$

dove v_f e v_i sono la velocità immediatamente dopo e prima dell'urto e ω_f e ω_i le analoghe velocità angolari.

2.2 - Il moto è di puro rotolamento se il punto P di contatto fra la palla e il piano orizzontale è istantaneamente fermo, cioè se la velocità $v_P = v_f - \omega_f\, r = 0 \quad \Rightarrow \quad v_f = \omega_f\, r$. Utilizzando la (1) e la (2) si trova e imponendo la condizione di rotolamento $v_f = \omega_f\, r$ si trova:

$$\frac{I}{M} = \frac{5}{2}\frac{hI}{rM} \quad \Rightarrow \quad h = 2\,r/5 = 1.6 \text{ cm} \qquad (3)$$

Il moto è di pura traslazione se la velocità angolare è nulla. Dall'equazione (2) si deduce che $\omega_f = 0$ se $h = 0$.

2.3- La forza di attrito che è applicata sul punto di contatto è diretta in verso opposto alla velocità del punto di contatto. La componente x della velocità del punto di contatto è

$$v_P = v_f - \omega_f\, r = -12.5 \text{ m/s} \qquad (4)$$

Dunque, il punto di contatto scivola in verso opposto all'asse x e, quindi, la forza di attrito dinamico è diretta nel verso positivo delle x. Questa forza genera, quindi, un momento di forza uscente dal piano di figura che rallenta la velocità angolare della sfera finchè la velocità angolare non raggiunge il valore caratteristico del rotolamento puro dove la velocità v_P del punto di contato diventa nulla. Raggiunta questa condizione, il corpo non struscia più e, perciò non c'è più attrito dinamico.

Soluzione Esercizio 3 -3.1- La costante α si trova imponendo la condizione $p_A = \alpha V_A^2$ che fornisce:

$$\alpha = \frac{p_A}{V_A^2} = 10^9 \text{ Pa/m}^6 \qquad (1)$$

La minima temperatura viene raggiunta nel punto *B* dove è minimo il prodotto *pV*. Dalla legge dei gas perfetti:

$$n = \frac{p_B V_B}{RT_{\min}} = \frac{\alpha V_A^3}{8RT_{\min}} = \frac{p_A V_A}{8RT_{\min}} = 4.99\ 10^{-2} \text{ moli} \qquad (2)$$

La massima energia termica si raggiunge nel punto *A* ed è pari a:

$$E_{\max} = \frac{5}{2} nRT_A = \frac{5}{2} p_A V_A = 2500 \text{ J} \qquad (3)$$

3.2 - Il calore totale assorbito dal gas nel ciclo è pari al lavoro totale fatto dal gas che è positivo poichè il ciclo viene percorso in senso orario. Dunque il sistema si comporta come motore. Il lavoro viene fatto solamente nel tratto isobaro *CA* (lavoro positivo) e in quello *AB* (lavoro negativo). Dunque:

$$Q = L_{tot} = L_{CA} + L_{AB} = p_A(V_A - V_c) + \int_{V_A}^{V_A/2} \alpha V^2 dV \qquad (4)$$

Svolgendo i calcoli si trova

$$Q = p_A \frac{V_A}{2} - \frac{7}{24} \alpha V_A^3 = \frac{5}{24} p_A V_A = 208 \text{ J} \qquad (5)$$

Esercizio 4 : 4.1- Applicando il teorema di Gauss a superfici con facce interne ai conduttori affacciati si trova

$$q_3 = -q_2 \qquad \text{e} \qquad q_5 = -q_4 \qquad (1)$$

imponendo che la somma dei campi generati dalle distribuzioni piane q_1, q_2 .... q_6 sia nulla all'interno di un conduttore si trova facilmente

$$q_1 = q_6 \qquad (2)$$

Altre tre relazioni si ottengono dalla conservazione della carica:

$$q_1 + q_2 = Q \quad , \quad q_3 + q_4 = Q \quad \text{e} \quad q_5 + q_6 = -Q \qquad (3)$$

La soluzione del sistema di sei equazioni nelle 6 incognite q_1, q_2 .... q_6 è:

$q_1 = q_2 = q_6 = Q/2 = 0.5$ nC, $q_3 = -Q/2 = -0.5$ nC, $q_4 = 3Q/2 = 1.5$ nC, $q_5 = -3Q/2 = -1.5$ nC (4)

4.2- I campi negli spazi compresi fra i conduttori si ottengono facilmente applicando il Teorema di Gauss ad un cilindretto con una base contenuta in un conduttore oppure utilizzando il Teorema di Coulomb. I campi sono diretti dall'alto verso il basso e hanno moduli pari a:

$$E_{I,II} = Q/(2\varepsilon_0 S) \quad \text{e} \quad E_{II,III} = 3Q/(2\varepsilon_0 S) \qquad (5)$$

Dunque, la d.d.p. ΔV fra i conduttori *I* e *III* è:

$$\Delta V = E_{I,II}\, d + E_{II,III}\, d = 2Qd/(\varepsilon_0 S) = 22.6 \text{ V} \qquad (6)$$

Soluzione Esercizio 5(CIVILI di Fisica Generale I) 5.1 La differenza fra la pressione sul fondo e la pressione atmosferica è pari a:

$$\Delta p = \rho\, g\, h \qquad (1)$$

dove ρ = 1000 Kg/m^3 è la densità dell'acqua e *h* l'altezza dell'acqua. Per trovare *h* basta osservare che il volume $S\, h$ è pari alla somma del volume $V = 10^{-3}$ m^3 dell'acqua e il volume sommerso V_s del ghiaccio che si ottiene sfruttando la legge di Archimede ed è pari a:

$$V_s = \frac{\rho_g}{\rho} L^3 = 1.15\ 10^{-4} \text{ m}^3 \qquad (2)$$

Dunque:

$$S\,h = V + V_s \qquad \Rightarrow \qquad h = \frac{V + V_s}{S} = 11.15\ 10^{-2}\ \text{m} \tag{3}$$

Sostituendo h nella (1) si trova

$$\Delta p = \rho\, g\, h = 1.09\ 10^3\ \text{Pa} \tag{4}$$

5.2- Quando il cubetto viene totalmente immerso, il volume immerso diventa tutto il volume occupato dal ghiaccio e, quindi, la (3) diventa:

$$h = \frac{V + L^3}{S} = 11.25\ 10^{-2}\ \text{m} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta p = \rho g \Delta h = 9.8\ \text{Pa} \tag{5}$$

La forza che deve essere applicata deve essere tale da bilanciare la forza peso e la forza di Archimede, cioè deve essere pari in modulo a :

$$F = |\, \boldsymbol{F}_{\text{Arch}} + M_g\, \boldsymbol{g}\, | = (\rho - \rho_g)\, L^3\, g = 9.80\ 10^{-2}\ \text{N} \tag{6}$$

Soluzione 6:

6.1- La f.e.m. V_0 fa passare nella barretta una corrente i in senso orario. Si crea, perciò, una forza magnetica che agisce sulla barretta e che è diretta lungo l'asse x nel verso positivo e che accelera la barretta. Ad un generico istante t la barretta ha velocità $v(t)$ e, conseguentemente, il flusso magnetico nel circuito varia nel tempo dando origine ad una f.e.m. indotta pari a:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BLx) = -BLv(t) \tag{1}$$

dove il segno - deriva dall'aver scelto come verso di circuitazione quello orario. Scrivendo l'equazione della maglia si trova la corrente che scorre nel verso orario nel circuito

$$i = \frac{V_0 - BLv(t)}{R} \tag{2}$$

Per velocità sufficientemente basse, la corrente è positiva. Conseguentemente, la forza magnetica è diretta nel verso positivo dell'asse x e la barretta continua ad accelerare aumentando la propria velocità. Il processo si ferma solamente se la corrente i in eq. (2) diventa nulla. In tali condizioni, infatti, la forza applicata sulla barretta diventa nulla e la velocità della barretta resta costante e pari al valore massimo. Imponendo $i = 0$ in eq.(2) si trova la velocità massima:

$$v_{\max} = V_0 /(BL) = 15\ \text{m/s}$$

6.2 - Per trovare il valore della velocità ad un generico istante t si deve scrivere la II legge della dinamica per il moto della barretta lungo l'asse x:

$$iBL = m\frac{dv}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad i = \frac{m}{BL}\frac{dv}{dt} \tag{3}$$

Sostituendo la i di eq.(3) nella (2) si ottiene l'equazione del moto della barretta:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{B^2L^2}{mR}v = \frac{BLV_0}{mR} \tag{4}$$

la (4) è un'equazione differenziale del primo ordine lineare non omogenea a coefficienti costanti la cui soluzione che soddisfa la condizione iniziale $v(0) = 0$ è:

$$v(t) = \frac{V_0}{BL}\left(1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}\right) = 15\left(1 - e^{-\frac{t}{60}}\right)\ \text{m/s} \tag{5}$$

Al tempo $t = 60$ s, la velocità della barretta è $v = 9.48$ m/s.