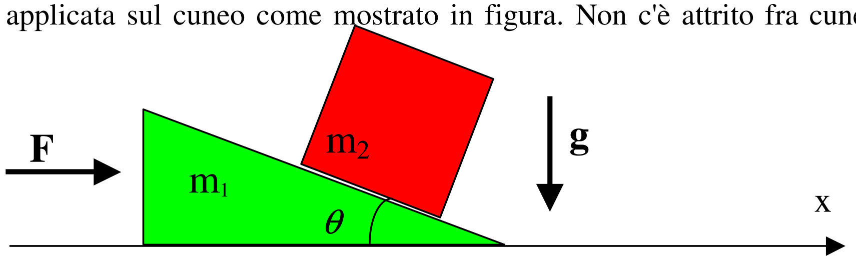
**Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 14/01/2013**
**Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[ testi 1,2,3,4]**
**Edili : Fisica Generale ( BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4 ]**
**Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5]**
**Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]**

**Esercizio 1**: Un corpo di massa $m_2 = m = 200$ g è appoggiato su un cuneo di massa $m_1 = 3\,m = 600$ g e angolo di inclinazione $\theta = 30°$ come mostrato in figura. Una forza costante di modulo $F = 15$ N viene applicata sul cuneo come mostrato in figura. Non c'è attrito fra cuneo e superficie orizzontale.




**1.1**- Nell'ipotesi che il corpo $m_2$ non scivoli, si calcoli la forza di attrito statico agente su di esso.

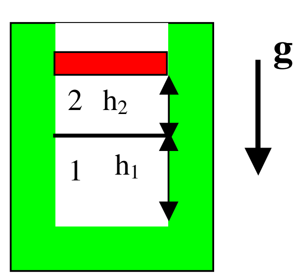
**1.2**- Si trovi quali valori deve avere il coefficiente di attrito statico fra cuneo e corpo se si vuole che il corpo di massa $m_2$ non scivoli sul cuneo. Si dica se esiste un valore di $F$ per cui il corpo non scivola sul cuneo qualunque sia il coefficiente di attrito statico e, in caso affermativo, si calcoli $F$.

**Esercizio 2** : Un disco di raggio $R = 30$ cm e massa $M = 90$ g ruota senza attrito con frequenza $\nu_0 = 60$ giri/min attorno ad un asse verticale $z$ passante per il suo centro e perpendicolare al disco. Un corpo di massa $m = 30$ g si trova inizialmente sul bordo del disco ruotando solidalmente con esso. In seguito, il corpo si sposta fino a raggiungere la distanza $d = R/3$ dall'asse.

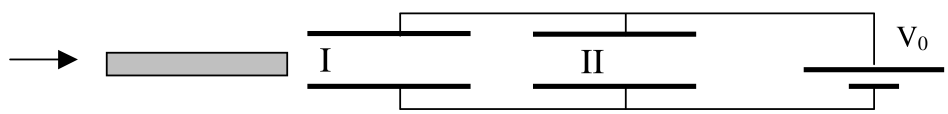
**2.1**- Si calcoli la velocità angolare $\omega$ raggiunta dal disco dopo che il corpo si è spostato.

**2.2**- Nel caso iniziale in cui il corpo ruota con il disco a distanza $d = R$ e frequenza $\nu_0 = 60$ giri/min, si descriva la traiettoria descritta dal centro di massa disco + corpo e si calcoli il modulo della velocità $V$ del centro di massa.

**Esercizio 3 ( NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE)** - Un cilindro con pareti conduttrici termiche, contiene un gas perfetto ed è chiuso con un pistone mobile di massa $m = 5$ kg e sezione $S = 200$ cm$^2$. Il sistema è immerso in una atmosfera a temperatura $T_0 = 27$ °C e a pressione $p_0 = 10^5$ Pa. Il cilindro è diviso in due parti (1 e 2) di altezza $h_1 = 10$ cm e $h_2$ da una parete rigida conduttrice di spessore trascurabile. In 1 sono presenti $n_1 = 0.3$ moli e in 2 $n_2 = 0.1$ moli.
**3.1** - Si calcoli l'altezza $h_2$ e la forza totale agente sulla parete di separazione fra le due porzioni in condizioni di equilibrio.
**3.2** - Ad un dato istante si crea un piccolo buco nella parete di separazione e i due gas si mescolano. Si trovi la nuova altezza di equilibrio $h_2$ e il calore totale $Q$ assorbito dai gas.

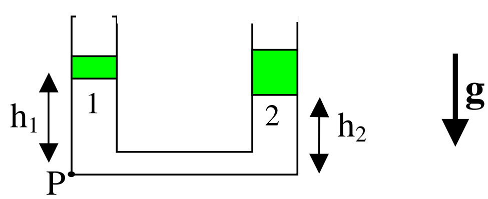


**Esercizio 4** ( **NON PER I CIVILI di FISICA GENERALE I !!**)- Due condensatori piani di superficie $S$ = 200 cm$^2$ e distanza fra le armature $d$ = 3 mm sono posti come in figura e collegati ad una batteria ideale con f.e.m. $V_0$ = 4.5 V. Ad un dato istante, una piastra conduttrice di spessore $s$ = 1 mm e superficie $S$ viene inserita interamente all'interno del condensatore I come in figura.




**4.1** - Si trovino le cariche $q_I$ e $q_{II}$ che si distribuiscono sulle armature superiori dei due condensatori dopo l'inserimento e il lavoro fatto dalla batteria per mantenere costante la differenza di potenziale durante l'inserimento.
**4.2** - Si calcoli il lavoro fatto dall'operatore per inserire la piastra facendo attenzione al segno.

**Esercizio 5 ( SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE I !!):** Due cilindri (1 e 2) di sezione $S$ = 30 cm$^2$ sono collegati sul fondo da un tubicino. Il sistema è riempito ( non interamente) di acqua a temperatura ambiente e pressione atmosferica $p_0$ = 10$^5$ Pa. Nelle parti superiori dei cilindri sono presenti due pistoni di massa $m_1$ = 3 Kg e $m_2$. Lo spazio compreso fra i pistoni è riempito di acqua di densità $\rho$ = 1000 Kg/m$^3$ e mentre lo spazio esterno è riempito da atmosfera a pressione $p_0$ = 10$^5$ Pa. In condizioni di equilibrio, l'altezza dell'acqua nel cilindro 1 è $h_1$ = 1 m mentre nel cilindro 2 è $h_2$ = 0.75 m.




**5.1**- Si trovi il valore della massa $m_2$ e si dica quale volume di acqua ( in litri) dovrebbe essere aggiunto sopra al pistone di massa $m_1$ per rendere uguali le altezze $h_1$ e $h_2$.
**5.2**- Con quale velocità esce l'acqua se viene praticato un piccolo foro nel punto $P$ sul fondo del cilindro 1 ?

**Esercizio 6 ( SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE):** Un guscio cilindrico di raggio $R$ = 0.5 cm e altezza $h$ = 20 cm è caricato uniformemente con una carica elettrica $Q$ = 3 nC. Il guscio viene fatto ruotare con velocità angolare $\omega_0$ = 600 rad/s.
**6.1**- Si calcoli la corrente elettrica associata con il moto del cilindro e il campo di induzione magnetica presente al suo interno ( direzione e modulo).
**6.2**- All'istante $t$ = 0 il cilindro inizia a rallentare con accelerazione angolare uniforme fino a fermarsi al tempo $t = t_0$ = 0.2 s. Si trovi il modulo del campo elettrico indotto in un punto a distanza $r$ = 2 $R$ dall'asse del cilindro in un generico istante $t$ nell'intervallo [0,$t_0$]. ( suggerimento: data la simmetria, le linee di campo elettrico sono circonferenze con centro sull'asse del cilindro).

**ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.**

**Soluzione Esercizio 1**-

**1.1**- poichè $m_1$ e $m_2$ sono ferme una rispetto all'altra esse si comportano come un corpo unico di massa $M = m_1 + m_2 = 0.8$ Kg che accelera con accelerazione $a$ nel verso positivo dell'asse $x$. Per la legge di Newton, l'accelerazione è:

$$a = \frac{F}{M} = 18.8 \text{ m/s}^2 \qquad (1)$$

Per calcolare la forza di attrito statico $F_s$ conviene mettersi nel sistema accelerato delle due masse dove su $m_2$ agisce una forza apparente $F_{app} = - m\, a\, \mathbf{i} = - 3.75\, \mathbf{i}$ N. (2)

In questo riferimento $m_2$ è fermo e, quindi, la somma delle forze applicate su di esso è nulla. Scomponento le forze sui due assi $x'$ e $y'$ rispettivamente tangente e ortogonale al piano inclinato si ottiene:

$$m_2\, g \sin\theta - m_2\, a \cos\theta + F_s = 0 \qquad (3)$$

$$-m_2\, g \cos\theta - m_2\, a \sin\theta + R = 0 \qquad (4)$$

Risolvendo il sistema si trova:

$$F_s = m_2 (\, a \cos\theta - g \sin\theta\, ) = 2.27 \text{ N} \qquad (5)$$

$$R = m_2 (\, a \sin\theta + g \cos\theta) = 3.57 \text{ N} \qquad (6)$$

**1.2** - Il corpo non scivola se $|F_s| < \mu R$ cioè se $\mu > \mu_{min} = |F_s|/R = 0.635$. (7)

Il corpo non scivola mai se la forza di attrito necessaria per farlo stare fermo è nulla, cioè se

$$F_s = m_2 (\, a \cos\theta - g \sin\theta\, ) = 0 \quad \Rightarrow \quad a = g \tan\theta \Rightarrow F = M\, g \tan\theta = 4.53 \text{ N.}$$

**Soluzione Esercizio 2**. **2.1**- Le uniche forze esterne agenti sul sistema disco + corpo sono la reazione dell'asse e la forza peso $(M + m)\, \boldsymbol{g}$. La componente z del momento di forza rispetto al centro del disco $O$ dovuta a queste forze esterne è nulla. Dunque, la componente z del momento angolare $\boldsymbol{L}$ del sistema deve restare costante ad ogni istante cioè, indicando con $L_{iz}$ e $L_{fz}$ i valori iniziale e finale di queste componenti, si trova:

$$L_{iz} = L_{fz} \quad \Rightarrow \quad I_f\, \omega = I_i \omega_0 \qquad (1)$$

dove $I_i = M\dfrac{R^2}{2} + mR^2$ = momento di inerzia iniziale

e $I_f = M\dfrac{R^2}{2} + \dfrac{m}{9}R^2$ = momento di inerzia finale.

e $\omega_0 = 2\, \pi\, \nu_0 =$ 377 rad/min = 6.28 rad/s è la velocità angolare iniziale.Sostituendo queste ultime espressioni nella (1) si ottiene

$$\omega = \frac{\left(\dfrac{M}{2} + m\right)}{\left(\dfrac{M}{2} + \dfrac{m}{9}\right)}\omega_0 = 585 \text{ rad/ min} = 9.75 \text{ rad/s} \qquad (2)$$

**2.2** - Il centro di massa si trova sul segmento che congiunge il centro del disco ( centro di massa del disco) con il corpo. Il centro di massa si trova a distanza $h$ dal centro pari a:

$$h = \frac{mR}{(M + m)} = \frac{R}{4} = 7.5 \text{ cm} = 0.075 \text{ m} \qquad (3)$$

Poichè il corpo ruota con velocità angolare $\omega_0$, il centro di massa ruota con la stessa velocità angolare attorno al centro descrivendo una traiettoria circolare di raggio $h$. La velocità è tangente alla traiettoria nel verso di rotazione. Il modulo della velocità del centro di massa si ottiene utilizzando la relazione valida per il moto circolare:

$$\text{v} = \omega_0\, h = 0.47 \text{ m/s}$$

**Soluzione Esercizio 3 -3.1**- All'equilibrio la pressione del gas nel settore 2 uguaglia la somma delle pressioni dovuta all'atmosfera e al peso del pistone e la temperatura del gas è pari a $T_0$. Dunque, utilizzando la legge dei gas perfetti, si trova:

$$p_0 + \frac{m}{S} g = \frac{n_2 R T_0}{S h_2} \quad \Rightarrow \quad h_2 = \frac{n_2 R T_0}{p_0 S + mg} = 0.122 \text{ m} \qquad (1)$$

Sulla parete di separazione agisce la forza di pressione del gas nella porzione 1 che è diretta verso l'alto e quella del gas in 2 che è diretta verso il basso. Indicando con $z$ l'asse verticale diretto verso l'alto, la componente z della forza risultante è:

$$F_z = p_1 S - p_2 S = \frac{n_1 R T_0}{h_1} - \frac{n_2 R T_0}{h_2} = 5.43\ 10^3 \text{ N} \qquad (2)$$

**3.2** - Alla fine del processo la temperatura dei gas è ancora $T_0$ e la pressione del gas 2 è ancora data da $p_0 + mg/S$. Inoltre ora i due gas si sono rimescolati e $n_1$ e $n_2$ sono cambiati mantenendo , però, costante il numero totale di moli $N = n_1+n_2 = 0.4$ moli ( conservazione della massa). Inoltre, per l'equilibrio meccanico, le pressioni dei due gas devono essere uguali e, quindi:

$$\frac{n_1 R T_0}{h_1} = \frac{n_2 R T_0}{h_2} \quad \Rightarrow \quad n_1 = n_2 \frac{h_1}{h_2} \qquad (3)$$

Sfruttando la condizione N = $n_1 + n_2$ (4)

si trova: $$n_2 = \frac{N h_2}{h_1 + h_2} \quad , \quad n_1 = \frac{N h_1}{h_1 + h_2} \qquad (5)$$

$h_2$ deve ancora soddisfare la condizione in eq.(1) ma il suo valore numerico è diverso da 0.122 m perchè $n_2$ è cambiato come dato in eq.(5). Sostituendo $n_2$ di equazione (5) nell'equazione $h_2 = \frac{n_2 R T_0}{p_0 S + mg}$, dopo alcuni semplici passaggi si trova:

$$h_2 = \frac{N R T_0}{p_0 S + mg} - h_1 = 0.387 \text{ m} \qquad (6)$$

sostituendo i valori di $h_1$ e $h_2$ nelle (5) si trova:

$n_1 = 0.082$ moli , $n_2 = 0.318$ moli (7)

Per il primo principio, se indichiamo con $L$ il lavoro fatto <u>sul</u> gas dall'atmosfera e dal pistone e $Q$ il calore assorbito dal gas, tenendo conto che $\Delta U = 0$ ( la temperatura iniziale è uguale a quella finale) si trova:

$Q = - L = ( p_0 S + mg) ( h_2 - h_{2i}) = 543$ J

dove $h_{2i} = 0.122$ m è il valore iniziale di $h_2$.

**Esercizio 4 : 4.1-**Prima dell'inserimento della piastra i due condensatori hanno la stessa capacità

$C = \varepsilon_0 S/d = 59.0$ pF (1)

La cariche $q_I$ e $q_{II}$ presenti sulle armature superiori sono uguali e pari a

$q_I = q_{II} = 265$ pC (2)

Dopo l'nserimento della piastra, la capacità del condensatore I aumenta. La capacità finale si ottiene osservando che la piastra divide il condensatore I in due condensatori di spessore uguale ad $s = 1$ mm in serie che equivalgono ad un unico condensatore di capacità

$C_I' = \varepsilon_0 S/(2s) = 88.5$ pF (3)

dunque, le cariche sulle armature superiori dei condensatori diventano:

$q_I' = 398$ pC , $q_{II}' = q_{II} = 265$ pC (4)

La carica del condensatore II è inalterata, mentre sul condensatore I è stata portata una carica $\Delta q = q_I' - q_I = 133$ pC. Il lavoro compiuto dalla batteria è, quindi:

$L_{bat} = \Delta q\, V_0 = (C_I' - C_I) V_0^2 = 598$ pJ (5)

**4.2-** La somma del lavoro fatto dall'operatore $L_{op}$ e di quello della batteria $L_{bat}$ deve uguagliare la variazione di energia totale immagazzinata nei condensatori. Poichè le cariche sul condensatore II restano inalterate, anche l'energia di questo condensatore non cambia. Dunque, basta calcolare la variazione di enrergia immagazzinata nel condensatore I che inizialmente è $C_I V_0^2/2$ e alla fine è $C_I' V_0^2/2$. Dunque

$$L_{op} = \Delta U - L_{bat} = -(C_I' - C_I)V_0^2/2 = -299 \text{ pJ} \qquad (6)$$

**Soluzione Esercizio 5(CIVILI di Fisica Generale I) 5.1** Si considerano due punti all'interno dei cilindri 1 e 2 alla stessa altezza pari ad $h_2$. La pressione in tali punti deve essere la stessa, dunque:

$$p_0 + \frac{m_1 g}{S} + \rho g(h_1 - h_2) = p_0 + \frac{m_2 g}{S} \qquad \Rightarrow \qquad m_2 = m_1 + \rho S(h_1 - h_2) = 3.75 \text{ kg} \qquad (1)$$

Per rendere uguali le due altezze si deve aggiungere una quantità di acqua di massa pari a $M = m_2 - m_1 = 0.75$ kg, cioè:

$$V = M/\rho = 7.5\ 10^{-4} \text{ m}^3 = 0.75 \text{ l} \qquad (2)$$

**5.2**- Si applica il teorema di Bernulli nell'ipotesi che la velocità del fluido nel punto di contatto con il pistone di massa $m_1$ sia trascurabile ottenendo la relazione:

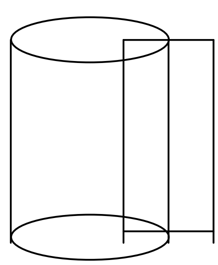
$$p_0 + \frac{m_1 g}{S} + \rho g h_1 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{2gh_1 + \frac{2m_1 g}{\rho S}} = 6.26 \text{ m/s} \qquad (3)$$

**Soluzione 6**:

**6.1**- Le cariche presenti sul cilindro compiono una rotazione completa ogni periodo $T = 2\pi/\omega_0$, dunque la corrente media si ottiene dividendo la carica totale $Q$ per il periodo $T$:

$$i_0 = \frac{Q}{T} = \frac{\omega_0 Q}{2\pi} = 286 \text{ nA} \qquad (1)$$

La simmetria del problema è la stessa del solenoide e, quindi, il campo magnetico è diretto lungo l'asse di simmetria ed è costante in tutti i punti che sono alla stessa distanza $r$ dall'asse. Il campo è, inoltre nullo in tutti i punti all'esterno del cilindro. Come nel caso del solenoide, il campo può essere calcolato utilizzando il teorema di Ampère su un circuito rettangolare con due lati di lunghezza $h$ paralleli all'asse e, rispettivamente, interno ed esterno al cilindro ( vedi figura). Si trova:



$$B_0 h = \mu_0 i_{conc} \qquad \Rightarrow \qquad B_0 = \frac{\mu_0 i_{conc}}{h} = \frac{\mu_0 i_0}{h} = \quad 1.80\ 10^{-12} \text{ T} \qquad (2)$$

**6.2** - La velocità angolare ad un generico istante $t$ nell'intervallo di tempo in cui il cilindro rallenta è pari a :

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad (3)$$

Imponendo la condizione $\omega(t_0) = 0$ in eq. (3) si trova:

$$\alpha = -\omega_0/t_0 = -3000 \text{ rad/s}^2 \qquad (4)$$

Il campo magnetico ad un generico istante $t$ è $B(t) = \mu_0\, Q\, \omega(t) /[2\, \pi\, h] = \mu_0\, i_0\, \omega(t)/(\omega_0\, h)$. Dunque

$$\frac{dB}{dt} = \mu_0 \frac{i_0}{\omega_0 h}\frac{d\omega}{dt} = -\mu_0 \frac{i_0}{h}\frac{1}{t_0} = -\,8.99\ \ 10^{-12}\ \mathrm{T/s} \qquad (5)$$

Poichè il campo varia nel tempo, si crea un campo elettrico indotto che, per simmetria, ha linee di campo circolari concentriche con l'asse del cilindro e modulo costante su ogni linea di campo. La circuitazione del campo su una linea chiusa di raggio $r > R$ soddisfa la legge di Faraday

$$\oint \boldsymbol{E}\cdot \boldsymbol{ds} = -\frac{d\Phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad E = -\frac{S}{2\pi r}\frac{dB}{dt} = 1.12\ 10^{-14}\ \mathrm{V/m} \qquad (6)$$

con $S = \pi\, R^2$ e $r = 2R$.